



الأساتذة: ف. شارف بوزرطيط - س. مهيب عروج
ز. كبش - م. آيت أودية

المراجعة النهائية

للعلوم الفيزيائية

- دروس ملخصة
- تمارين نموذجية للبكالوريا
- أجوبة نموذجية

3AS

منشورات كليك



ClicEditions

علوم تجريبية - رياضيات

الفهرس

- 1- المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي 4
- 2- التناقص الإشعاعي 41
- 3- الظواهر الكهربائية 67
- الجزء 1: ثنائي القطب RC 68
- الجزء 2: ثنائي القطب RL 88
- 4- تطور حالة جملة كيميائية خلال تحول كيميائي نحو حالة توازن 109
- 5- تطور جملة ميكانيكية 138
- 6- مراقبة تطور جملة كيميائية خلال تحول كيميائي 186
- 7- التطورات الاهتزازية 205
- 8- ظواهر الانتشار 220

مُقَدِّمَةٌ

بعون الله، تم انجاز هذا الكتاب في إطار مرافقة وتحضير التلميذ إلى اجتياز امتحان شهادة البكالوريا بيسر ونجاح. ونظرًا للطابع الذي تكتسيه أهمية عملية المراجعة من حيث الاستعداد النفسي والعلمي قبل الدخول في هذا الامتحان المصيري، وإيمانًا منا بضرورة توفير وتهيئة شروط النجاح فلقد آثرنا إلى إعداد هذا العمل ليكون سندًا وعونًا يعتمد عليه التلميذ كوسيلة عمل مرجعية تساعد على كسب رهان الامتحان من الجانبين النفسي والعلمي. يتضمن هذا الكتاب ملخص الدروس في كل وحدة وسلسلة من التمارين وحلولها النموذجية.

وحتى تكسب رهان الامتحان - إن شاء الله - فإننا نقدم إليك النصائح والتوجيهات التالية:

- عدم التسرع والإندفاع في الإجابة إلا بعد القيام بقراءة الموضوع قراءة متأنية للتأكد من فهم مضمون السؤال جيدًا قبل الشروع في الحل.

- العمل على ربط السؤال مع الدرس الذي يدور حوله السؤال لاسترجاع المعلومات مع تحديد المطلوب من السؤال بكل دقة.

- الشروع أولاً في الإجابة على الأسئلة التي تدرك عناصر إجابتها وترك الأسئلة الصعبة التي ليست في متناولك إلى غاية الانتهاء من حل كل ما هو في استطاعتك الإجابة عليه.

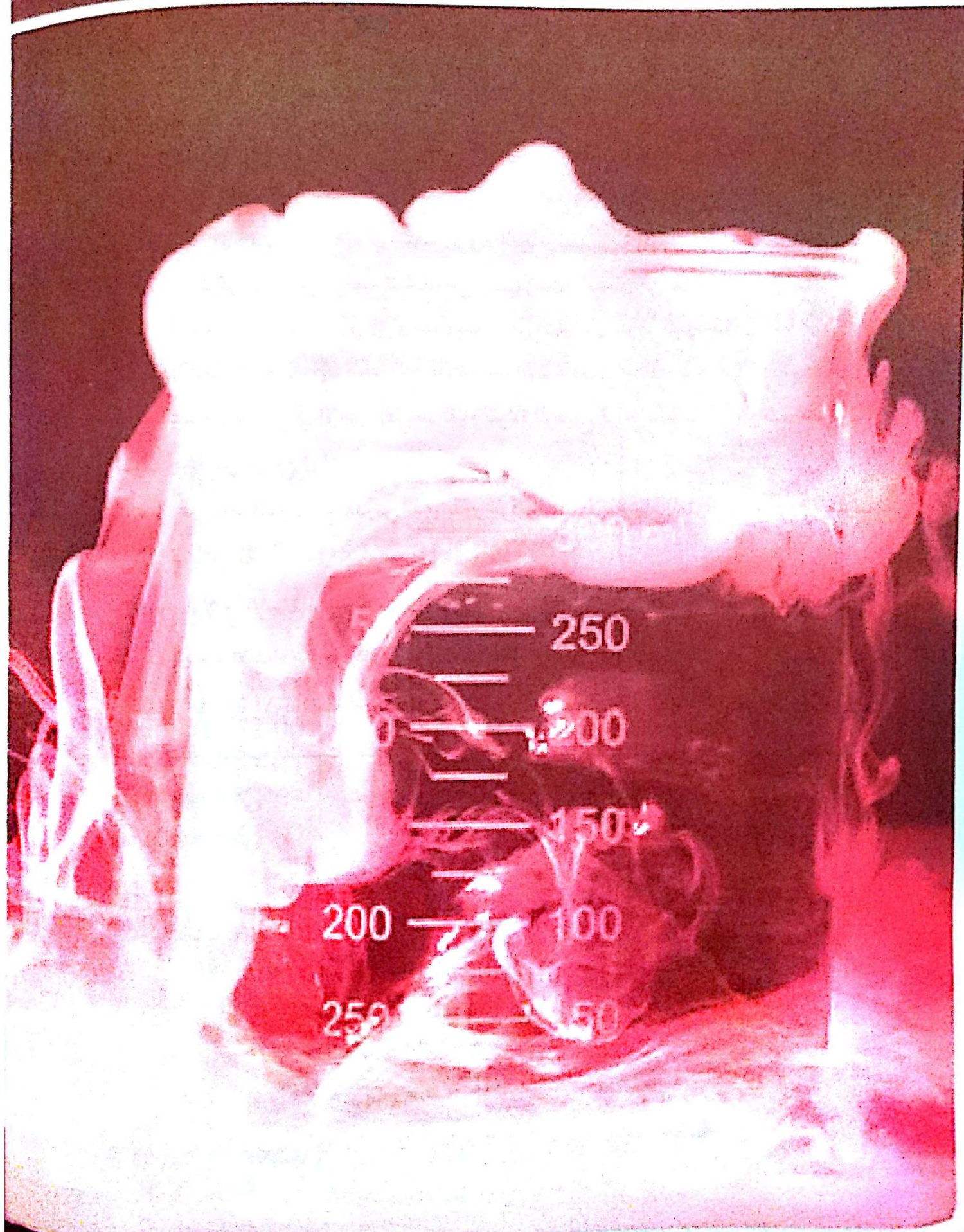
- إعادة قراءة ورقة الإجابة مرة أخيرة قبل تسليمها مع التأكد من عدم نسيان أي شيء (بيانات على المخططات، وحدات، تطبيقات عددية، أسئلة، ...)

- الاعتناء بورقة الإجابة من حيث التنظيم ونظافة الورقة باستعمال خط مقروء والحرص على تفادي التشطيبات الكثيرة.

والله ولي التوفيق

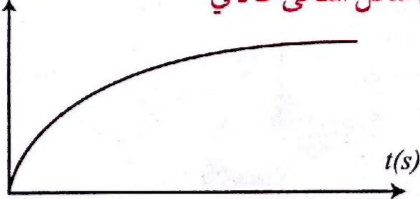
المتابعة الزمنية لتحول كيميائي في وسط مائي

الوحدة
1



| التحول | مثال | المشاهدة | المعادلة |
|--------------------|---|--|--|
| التحول سريع | تفاعل محلول يود البوتاسيوم (K ⁺ + I ⁻) _(aq) مع محلول نترات الرصاص (Pb ²⁺ + 2NO ₃ ⁻) _(aq) | تشكل راسب اصفر فاتح لحظة تلامس المحلولين | $2(K^+ + I^-)_{(aq)} + (Pb^{2+} + 2NO_3^-)_{(aq)} = PbI_{2(s)} + 2(K^+ + NO_3^-)_{(aq)}$ |
| التحول البطيء | تفاعل حمض الأوكساليك (H ₂ C ₂ O ₄) _(aq) مع برمنغنات البوتاسيوم (K ⁺ + MnO ₄ ⁻) _(aq) | اختفاء اللون البنفسجي لمحلول برمنغنات البوتاسيوم تدريجياً مع مرور الزمن | $5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- + 6H^+ = 10CO_2 + 2Mn^{2+} + 8H_2O$ |
| التحول البطيء جداً | إذابة القليل من برمنغنات البوتاسيوم الصلب KMnO _{4(s)} في الماء المقطر | بعد عدة أشهر نلاحظ أن جدران القارورة التي خزن فيها المحلول مكسوة بطبقة بنية لأكسيد المنغيز MnO ₂ | $4MnO_4^- + 4H_3O^+ = 3O_2 + 4MnO_2 + 6H_2O$ |

x (mol)

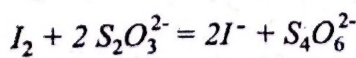


ويكون شكل المنحى كالآتي

ملاحظة: يمكن متابعة تحول كيميائي عن طريق قياس ضغط غاز أو حجمه .

ب- الطريقة الكيميائية: متابعة تحول كيميائي عن طريق المعايرة
الهدف: إيجاد مقدار تشكل أو اختفاء نوع كيميائي في التفاعل الكيميائي عن طريق معايرته بمحلول آخر.

مثال: التفاعل بين محلول يود البوتاسيوم (K⁺ + I⁻) ومحلول الماء الأكسجيني H₂O₂:
 $2I^- + 2H^+ + H_2O_2 = 2H_2O + I_2$
ولمتابعة مقدار تشكل I₂ في كل لحظة معينة نوزع المزيج على 10 أنابيب اختبار ونعاير محتوى كل أنبوب بمحلول ثيوكبريتات الصوديوم (2Na⁺ + S₂O₃²⁻) تركيزه C.



في كل أنبوب تكون: $n'(I_2) = \frac{CV_E}{2}$

في المزيج تكون: $n(I_2) = 10n'(I_2) = 10 \frac{CV_E}{2}$

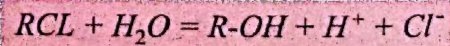
تعريف: يكون التحول الكيميائي سريعاً (لحظياً) إذا كان تطور الجملة يصل إلى حالته النهائية مباشرة عند التلامس بين المتفاعلات ويكون بطيئاً إذا كان تطور الجملة يدوم عدة ثواني إلى عدة ساعات.

2- المتابعة الزمنية لتحول كيميائي:

أ- الطريقة الفيزيائية: متابعة تحول كيميائي عن طريق قياس الناقلية.

الهدف من هذه الطريقة هو الوصول إلى مقدار تقدم التفاعل عبر الزمن عن طريق قياس الناقلية.

مثال:



$$\sigma(t) = \lambda_{H^+} \cdot [H^+] + \lambda_{Cl^-} \cdot [Cl^-]$$

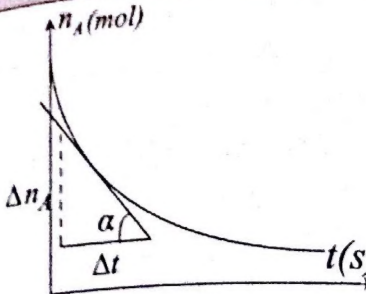
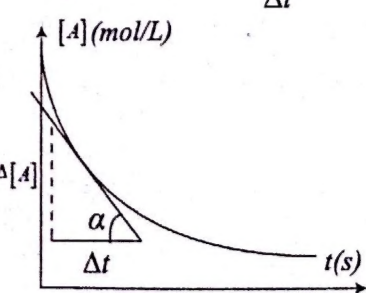
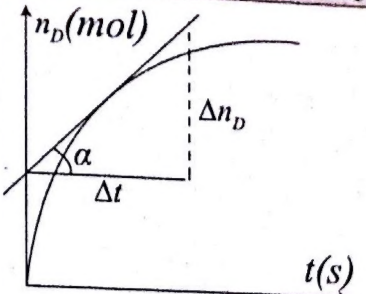
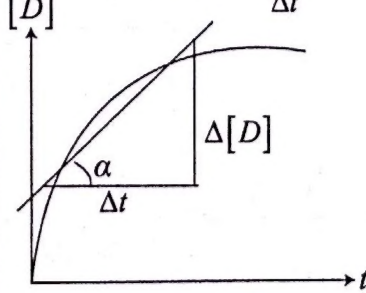
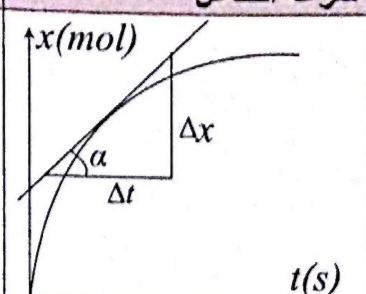
$$[H^+] = [Cl^-] = \frac{x(t)}{V}$$

$$\sigma(t) = \frac{x(t)}{V} (\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})$$

$$\dot{\sigma}(t) = x(t) \frac{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})}{V}$$

$$x(t) = \frac{\sigma(t) \cdot V}{(\lambda_{H^+} + \lambda_{Cl^-})}$$

3- سرعة التفاعل: بفرض التفاعل المنمذج بالمعادلة التالية: $\alpha A + \theta B \rightarrow \lambda C + \delta D$ حيث $n(I_2) = x(t) = 5CV_E$ هو الحجم المضاف من محلول $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})$ عند التكافؤ.

| سرعة اختفاء نوع كيميائي | سرعة تشكل نوع كيميائي | سرعة التفاعل |
|--|---|--|
|  $v_A = -\frac{dn_A}{dt}$ <p>وتمثل ميل المماس للمنحنى $n_A = f(t)$ عند اللحظة t</p> $v_A = -\tan \alpha = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t}$ <p>السرعة الحجمية لاختفاء النوع A</p> $v_A = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta n_A}{\Delta t} = -\frac{d[A]}{dt}$ <p>وتمثل ميل المماس للمنحنى $[A] = f(t)$ عند اللحظة t</p> $v_A = -\tan \alpha = -\frac{\Delta [A]}{\Delta t}$  |  $v_D = \frac{dn_D}{dt}$ <p>وتمثل ميل المماس عند اللحظة t للمنحنى $n_D = f(t)$</p> $v_D = \tan \alpha = \frac{\Delta n_D}{\Delta t}$ <p>السرعة الحجمية لتشكل النوع D</p> $v_D = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta n_D}{\Delta t} = \frac{d[D]}{dt}$ <p>وتمثل ميل المماس للمنحنى $[D] = f(t)$ عند اللحظة t</p> $v_D = \tan \alpha = \frac{\Delta [D]}{\Delta t}$  |  $v = \frac{dx}{dt}$ <p>حيث x هو تقدم التفاعل وتمثل بيانها ميل المماس للمنحنى $x = f(t)$ عند اللحظة t</p> $v = \tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ <p>السرعة الحجمية للتفاعل</p> $v = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$ <p>حيث V حجم الوسط التفاعلي</p> |

ب- تأثير درجة الحرارة:

كلما ارتفعت درجة الحرارة يكون تطور جملة كيميائية سريعا ونفسر ذلك بأنه كلما كانت درجة الحرارة عالية كان تواتر الاصطدامات الفعالة أكبر وكان التحول أسرع.

ج- تأثير الوسيط:

التفاعلات الكيميائية غالبا ما تكون بطيئة أو بطيئة جدا لأنها تمر بمراحل انتقالية تحتاج إلى طاقة كبيرة وبالتالي صعوبة دور الوسيط يساعد على تجنب حدوث التفاعلات الانتقالية الأمر الذي يؤدي إلى زيادة سرعة التفاعل.

ملاحظة: تعطي العلاقة بين هذه السرعات على الشكل.

$$v = \frac{v_A}{\alpha} = \frac{v_B}{\theta} = \frac{v_C}{\lambda} = \frac{v_D}{\delta}$$

إذا كانت المعاملات الستوكيومترية مساوية 1

فإن: سرعة التفاعل = سرعة الشكل = سرعة الاختفاء

4- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: هو المدة الزمنية اللازمة لبلوغ

التفاعل نصف تقدمه الأعظمي x_{max} في تفاعل تام

5- العوامل الحركية المؤثرة في تفاعل كيميائي.

أ- تأثير التركيز الابتدائي للمتفاعلات:

كلما يزداد التركيز المولي الابتدائي للمتفاعل كلما كان التفاعل أسرع ونفسر ذلك بأنه كلما كان عدد الأفراد في وحدة الحجم أكبر كان تواتر الاصطدامات الفعالة أكبر وكان التحول أسرع.

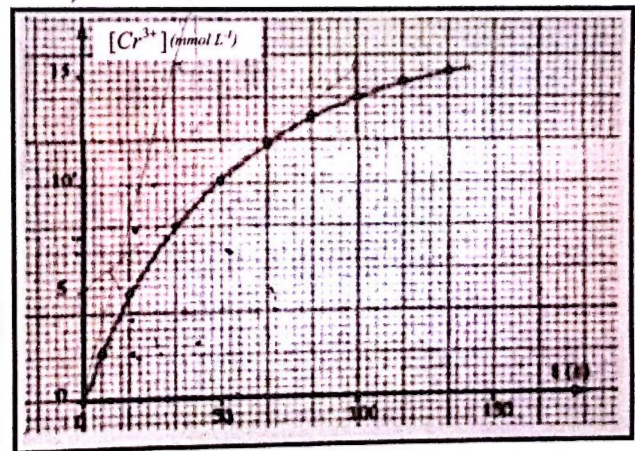
قسم التمارين

01 التمرين

نريد انجاز معايرة بين محلول (S_1) لحمض الأوكساليك
 $H_2C_2O_4$ تركيزه 60 mmol/L ومحلول (S_2) لثاني
 كرومات البوتاسيوم $K_2Cr_2O_7$ تركيزه $16,7 \text{ mmol/L}$
 في وسط حمضي.

لدراسة هذا التطور بدلالة الزمن نأخذ مزيجاً يتكون من
 50 mL من المحلول (S_1) و 50 mL من المحلول (S_2)
 1- أكتب معادلة التفاعل المنمذج لهذا التحول علماً
 أن الشائيتين (Ox/Red) هما:

$(CO_2 / H_2C_2O_4)_{aq}$ و $(Cr_2O_7^{2-} / Cr^{3+})_{aq}$
 - نحفظ بدرجة حرارة ثابتة المقدرة بـ $25^\circ C$
 ونتابع تركيز الشوارد Cr^{3+} الناتجة عن التفاعل
 فنحصل على المنحنى المقابل:



2 - عرف السرعة الحجمية v لهذا التفاعل.

- ما هي العلاقة التي تربط v بـ: $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$ ؟

3- حدد هذه السرعة عند اللحظتين: $t=0s$ و $t=50s$.

- كيف تتغير السرعة الحجمية لهذا التفاعل خلال الزمن ؟

4 - حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

5 - نغير درجة حرارة الوسط التفاعلي لتصبح $50^\circ C$ ونحافظ على نفس الشروط السابقة

أ- كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل؟
 فسر ذلك مجهرياً.

ب- مثل على المنحنى السابق تغيرات تركيز الشوارد Cr^{3+} خلال الزمن.

6 - هل يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس
 الناقلية ؟ علل.

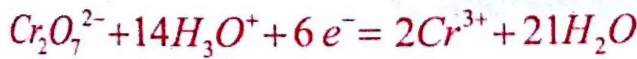
الحل:

1- كتابة معادلة التفاعل:

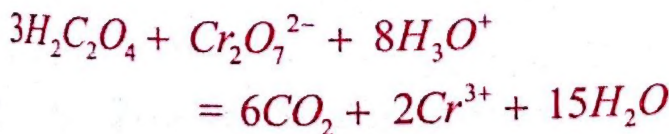
- المعادلة النصفية للأوكسدة:



- المعادلة النصفية للإرجاع:



- معادلة الأوكسدة والإرجاع:



2- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة:

$$v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$$

حيث V حجم الوسط التفاعلي

- العلاقة التي تربط v بـ: $\frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$

- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

4- تحديد زمن نصف التفاعل:

- حساب التقدم الأعظمي:

• نعتبر حمض الأكساليك هو الذي يختفي تماما:

$$n_1 = C_1 V_1 = 0,06 \cdot 0,05 = 3 \text{ mmol}$$

$$n_1 - 3x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = 1 \text{ mmol}$$

• نعتبر شوارد الكرومات هي التي تختفي تماما:

$$n_2 = C_2 V_2 = 0,0167 \cdot 0,05 = 0,835 \text{ mmol}$$

$$n_2 - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = 0,835 \text{ mmol}$$

إذن شوارد الكرومات هي التي تختفي تماما ويكون

التقدم الأعظمي: $x_{\max} = 0,835 \text{ mmol}$

- حساب $[Cr^{3+}]_{1/2}$ عند اللحظة $t_{1/2}$:

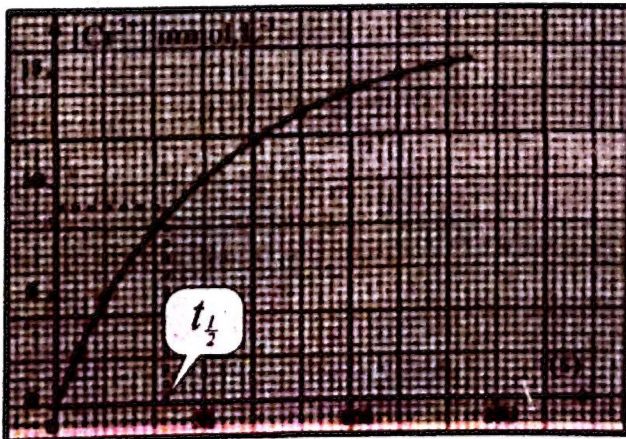
$$[Cr^{3+}]_{1/2} = \frac{n(Cr^{3+})}{V} = \frac{2x}{V} = \frac{2x_{\max}}{2}$$

$$= \frac{x_{\max}}{V} = \frac{0,835}{0,1} = 8,35 \text{ mmol/L}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

$$2,5 \text{ cm} \rightarrow 10 \text{ mmol/L} \quad | \quad 1,5 \text{ cm} \rightarrow 50 \text{ s}$$

$$2,1 \text{ cm} \rightarrow 8,35 \text{ mmol/L} \quad | \quad 1,1 \text{ cm} \rightarrow t_{1/2} = 36,7 \text{ s}$$



من جدول التقدم:

| المعادلة | $3 H_2C_2O_4 + Cr_2O_7^{2-} = 6CO_2 + 2Cr^{3+}$ | | | |
|-------------------|---|----------------------|-------------|-------------|
| الحالة الابتدائية | $C_1 V_1$ | $C_2 V_2$ | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $C_1 V_1 - 3x(t)$ | $C_2 V_2 - x(t)$ | $6x(t)$ | $2x(t)$ |
| الحالة النهائية | $C_1 V_1 - 3x_{\max}$ | $C_2 V_2 - x_{\max}$ | $6x_{\max}$ | $2x_{\max}$ |

$$v(Cr^{3+}) = \frac{d[Cr^{3+}]}{dt} = \frac{d(\frac{2x}{V})}{dt} = \frac{2}{V} \cdot \frac{dx}{dt} = 2v$$

$$v = \frac{1}{2} \cdot \frac{d[Cr^{3+}]}{dt} \quad \text{إذن سرعة التفاعل هي:}$$

3- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$:

$$\left. \begin{array}{l} 1,5 \text{ cm} \rightarrow 50 \text{ s} \\ 0,6 \text{ cm} \rightarrow 20 \text{ s} \end{array} \right\} \tan \alpha = \frac{10}{20}$$

$$= 0,5 \text{ mmol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_0 = \frac{1}{2} \cdot 0,5 = 0,25 \text{ mmol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

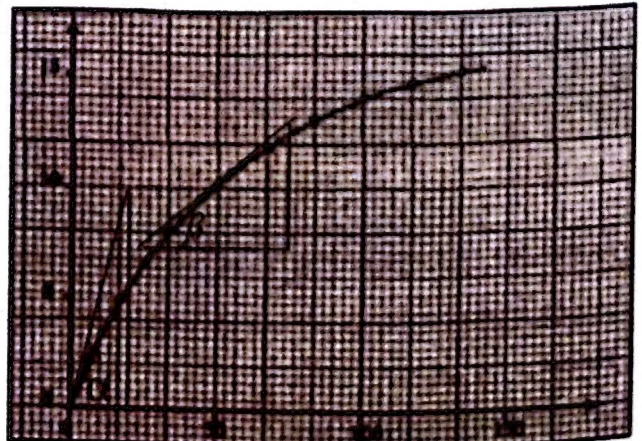
- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=50 \text{ s}$:

$$1,5 \text{ cm} \rightarrow 50 \text{ s} \quad 2,5 \text{ cm} \rightarrow 10 \text{ mmol}$$

$$1,6 \text{ cm} \rightarrow 53,3 \text{ s} \quad 1,5 \text{ cm} \rightarrow 6 \text{ mmol}$$

$$\tan \beta = \frac{6}{53,3} = 0,1125 \text{ mmol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{(50)} = \frac{1}{2} \cdot 0,1125 = 0,06 \text{ mmol/Ls}$$



يعطي الجدول أسفله النتائج المتحصل عليها :

| t(s) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| P(CO ₂) hPa | 12 | 21 | 31 | 41 | 51 | 61 | 71 | 81 | 91 | 101 |

1 - بتطبيق علاقة الغازات المثالية ، احسب كمية مادة ثنائي أكسيد الكربون $n(CO_2)$ عند كل لحظة .

2 - أنشئ جدول تقدم التفاعل ، واستنتج العلاقة بين التقدم x و $n(CO_2)$.

3 - أرسم البيان $x = f(t)$.

4 - عين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين $t = 0s$ و $t = 50s$ ، ماذا تستنتج ؟

5 - علما أن التفاعل تام و أن الشوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد ، عين :

أ- التقدم الأعظمي x_{max} . ب- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

6 - أ- يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية . فسر لماذا ؟

ب- ما هي الشوارد المتواجدة في المزيج التفاعلي ؟ ما هي الشاردة الخاملة كيميائيا ؟

ج- أوجد العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x .

د- أحسب الناقليتين النوعيتين :

σ_0 عند اللحظة $t = 0s$

σ_{max} عند التقدم x_{max}

المعطيات : $R = 8,31 S.I$

$$\lambda(H_3O^+) = 35 mS.m^2 / mol$$

$$\lambda(Cl^-) = 7,5 mS.m^2 / mol$$

$$\lambda(Ca^{2+}) = 12 mS.m^2 / mol$$

الحل

1- حساب كمية مادة ثنائي أكسيد الكربون $n(CO_2)$ عند كل لحظة :

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{PV}{RT} = \frac{P \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 298} = 4,04 \cdot 10^{-7} P$$

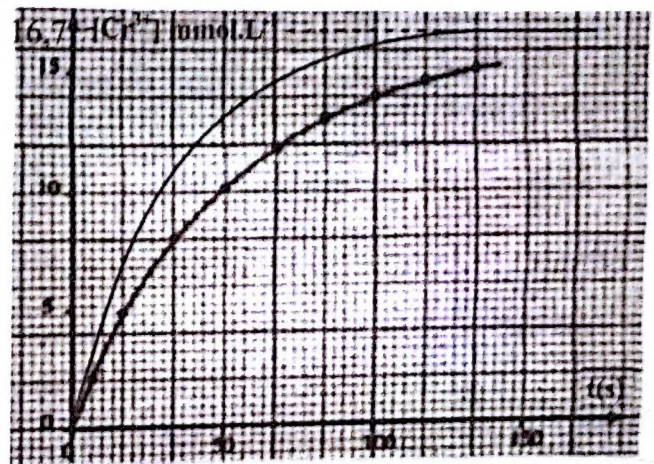
5- أ- كلما تزداد درجة الحرارة يكون التفاعل أسرع وذلك لأنه كلما زادت درجة الحرارة يكون تواتر الإصطدامات الفعالة أكبر و كان التحول أسرع .

ب- تمثيل كيفيا على المنحنى السابق تغيرات $[Cr^{3+}]$ بدلالة الزمن t عند درجة الحرارة $50^\circ C$.

$$[Cr^{3+}]_{max} = \frac{2x_{max}}{V} = \frac{2,0,835}{0,1} = 16,7 mmol.L^{-1}$$

لدينا : $2,5 cm \rightarrow 10 mmol.L^{-1}$

ومنه : $4,2 cm \rightarrow 16,7 mmol.L^{-1}$



6- يمكن متابعة هذا التحول بواسطة الناقلية لاحتواء الوسط التفاعلي على شوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية .

التمرين 02

تفاعل كربونات الكالسيوم $CaCO_3$ مع محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ حسب المعادلة التالية : $CaCO_3 + 2H_3O^+ = CO_2 + 3H_2O + Ca^{2+}$ لدراسة حركية هذا التفاعل نصب في حوجلة تحتوي على كمية وافرة من كربونات الكالسيوم حجما $V_a = 100 mL$ من محلول حمض كلور الماء ذو التركيز $C_a = 0,1 mol / L$.

نقيس ضغط ثنائي أكسيد الكربون الناتج بواسطة جهاز مناسب و تحت حجم ثابت $V = 1L$ عند الدرجة $\theta = 25^\circ C$.

5-1- حساب التقدم الأعظمي:

$$C_a V_a - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{C_a V_a}{2} = \frac{0,1 \times 0,1}{2} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

ب- تعيين زمن نصف التفاعل:

$$x = \frac{x_{\max}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ mmol} \text{ يكون } t = t_{1/2} \text{ عند}$$

$$t_{1/2} = 7,2 \times 10 = 72 \text{ s} \text{ نجد}$$

6-أ- يمكن متابعة التحول السابق بواسطة قياس

الناقلية لإحتواء الوسط التفاعلي على شوارد.

ب- الشوارد المتواجدة في المحلول هي:



الشاردة الخاملة كيميائيا هي: Cl^-

ج- العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x :

$$\sigma = [H_3O^+].\lambda_{H_3O^+} + [Ca^{2+}].\lambda_{Ca^{2+}} + [Cl^-].\lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \left(\frac{C_a V_a - 2x}{V_a} \right) \lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V_a} \lambda_{Ca^{2+}} + C_a \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \left(C_a - \frac{2x}{V_a} \right) \lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V_a} \lambda_{Ca^{2+}} + C_a \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = C_a \lambda_{H_3O^+} - \frac{2x}{V_a} \lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V_a} \lambda_{Ca^{2+}} + C_a \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \frac{x}{V_a} \lambda_{Ca^{2+}} - \frac{2x}{V_a} \lambda_{H_3O^+} + C_a \lambda_{H_3O^+} + C_a \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \frac{x}{V_a} \left(\lambda_{Ca^{2+}} - 2\lambda_{H_3O^+} \right) + C_a \left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-} \right)$$

$$\sigma = \frac{x}{10^{-4}} (12 \cdot 10^{-3} - 2,35 \cdot 10^{-3}) + 100 (35 \cdot 10^{-3} + 7,5 \cdot 10^{-3})$$

$$\sigma = -580 \cdot x + 4,25$$

د- حساب الناقلية النوعية σ_0 : عند اللحظة $t = 0$

$$\sigma_0 = 4,25 \text{ S/m} \text{ يكون } x = 0 \text{ وبالتالي:}$$

- حساب الناقلية النوعية σ_{\max} :

$$\sigma_{\max} = -580 \cdot 5 \cdot 10^{-3} + 4,25 = 1,35 \text{ S/m}$$

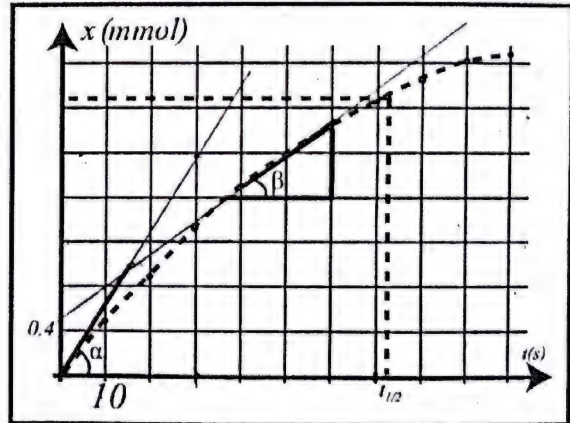
| t(s) | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| n(CO ₂) mmol | 0,51 | 0,92 | 1,34 | 1,66 | 1,97 | 2,25 | 2,46 | 2,64 | 2,80 | 2,89 |

2- جدول التقدم:

| المعادلة | $CaCO_3 + 2H_3O^+ = CO_2 + Ca^{2+}$ | | | |
|-------------------|-------------------------------------|-----------------------|------------|------------|
| الحالة الابتدائية | زيادة | $C_a V_a$ | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | زيادة | $C_a V_a - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | زيادة | $C_a V_a - 2x_{\max}$ | x_{\max} | x_{\max} |

من جدول التقدم نجد: $n(CO_2) = x(t)$

3- تمثيل البيان: $x = f(t)$



4- تعيين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$ s:

$$v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2,5 \times 0,4}{15} = 0,07 \text{ mmol.s}^{-1}$$

$$v_0 = \frac{1}{0,1} \cdot 0,07 = 0,7 \text{ mmol / L.s}$$

- تعيين السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 50$ s:

$$\tan \beta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,4 \cdot 0,4}{20} = 0,03 \text{ mmol / s}$$

$$v_{(50)} = \frac{1}{0,1} \cdot 0,03 = 0,3 \text{ mmol / L.s}$$

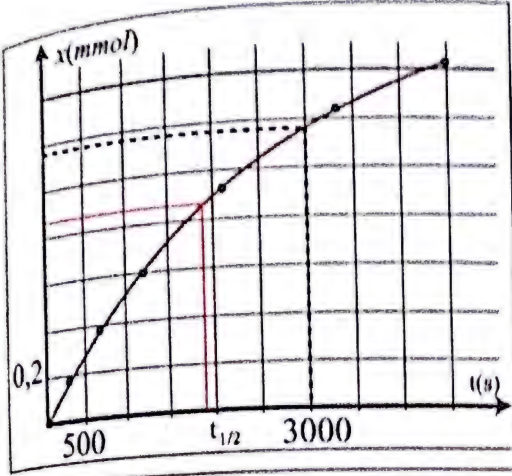
- نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

- حساب التقدم عند كل لحظة:

التمرين 03

| t(s) | 0 | 300 | 700 | 1200 | 2100 | 3400 | 4500 |
|---------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x(mmol) | 0 | 0,175 | 0,383 | 0,608 | 0,925 | 1,246 | 1,429 |

2- تمثيل البيان $x = f(t)$:



3 - إيجاد التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 50 \text{ min}$.

عند اللحظة $t = 50 \text{ min} = 3000 \text{ s}$

واعتمادا على البيان: $0,5 \text{ cm} \rightarrow 0,2 \text{ mmol}$

$2,9 \text{ cm} \rightarrow x \text{ mmol}$

$$x = \frac{2,9 \times 0,2}{0,5} = 1,16 \text{ mmol}$$

وبالتالي: $n(\text{CO}_2) = n(\text{HCOOH}) = 1,16 \text{ mmol}$

$$n(\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4) = n_0 - x$$

$$n_0 = \frac{m}{M} = \frac{0,1606}{90} = 1,78 \text{ mmol} \quad \text{علما أن:}$$

$$n(\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4) = 1,78 - 1,16 = 0,62 \text{ mmol}$$

4- تحديد $t_{1/2}$:

حساب التقدم الأعظمي x_{max} :

$$n_0 - x_{\text{max}} = 0 \Rightarrow x_{\text{max}} = n_0 = 1,78 \text{ mmol}$$

$$x = \frac{x_{\text{max}}}{2} = \frac{1,78}{2} = 0,89 \text{ mmol} \quad \text{عند } t = t_{1/2} \text{ يكون:}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

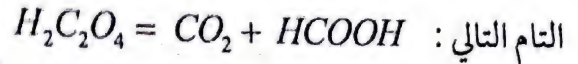
$$\left. \begin{array}{l} 0,5 \text{ cm} \rightarrow 500 \text{ s} \\ 1,8 \text{ cm} \rightarrow t_{1/2} \end{array} \right\} t_{1/2} = \frac{1,8 \times 500}{0,5} = 1800 \text{ s}$$

5- حساب أكبر حجم لغاز الفحم CO_2 :

$$x_{\text{max}} = \frac{V_{\text{max}}}{V_M} \Rightarrow V_{\text{max}} = x_{\text{max}} \cdot V_M = 1,78 \times 10^{-3} \times 24$$

$$V_{\text{max}} = 42,72 \times 10^{-3} \text{ L}$$

نحل كمية من حمض الأكساليك كتلتها $m = 0,1606 \text{ g}$ في مذيب معين برفع درجة الحرارة وفق معادلة التفاعل



نتابع تطورات التفاعل السابق بقياس حجم ثنائي أكسيد

الكربون المشكل عند درجة حرارة $T = 293^\circ \text{ K}$

وتحت ضغط 1013 hPa ، في هذه الشروط الحجم المولي

للغازات هو $V_M = 24 \text{ L/mol}$

النتائج المحصل عليها مسجلة في الجدول التالي:

| V(mL) | 0 | 4,2 | 9,2 | 14,6 | 22,2 | 29,9 | 34,3 |
|--------|---|-----|-----|------|------|------|------|
| t(s) | 0 | 300 | 700 | 1200 | 2100 | 3400 | 4500 |
| x(mol) | | | | | | | |

1 - أوجد عبارة التقدم $x(t)$ بدلالة الحجم $V(t)$ ، ثم احسب التقدم عند كل لحظة.

2 - مثل البيان $x = f(t)$ بإختيار سلم مناسب.

3 - إستنتج التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = 50 \text{ min}$

4 - حدد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

5 - أحسب أكبر حجم لثنائي أكسيد الكربون الذي يمكن أن نتحصل عليه في شروط التجربة.

يعطى: $M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol}$ - $M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol}$

$M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol}$

الحل:

1- إيجاد عبارة التقدم $x(t)$ بدلالة الحجم $V(t)$:

| المعادلة | $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 = \text{CO}_2 + \text{HCOOH}$ | | |
|-------------------|---|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | n_0 | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_0 - x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0 - x_{\text{max}}$ | x_{max} | x_{max} |

$$n(\text{CO}_2) = x(t) = \frac{V_g}{V_M} = \frac{V_g}{24}$$

تمرين 04

5 - يمكن متابعة تطورات هذا التحول بواسطة قياس

الناقلية النوعية σ في كل لحظة.

أ- فسر ذلك.

ب- ما هي الشوارد المتواجدة في المزيج ؟

ما هي الخاملة كيميائيا ؟

ج- أوجد العلاقة بين الناقلية النوعية σ والتقدم x .

د- أحسب الناقليتين النوعيتين σ_0 عند اللحظة

$t = 0$ و $\sigma_{1/2}$ عند اللحظة $t = t_{1/2}$.

6 - أعيدت التجربة السابقة عند الدرجة $50^\circ C$

بنفس الشروط السابقة.

أ- كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل ؟

اشرح ذلك بتقديم تفسير مجهري.

ب- مثل كيفيا تغيرات كمية مادة شوارد الألمنيوم

الجديدة بدلالة الزمن على نفس الورقة.

المعطيات : $\lambda(H_3O^+) = 35 \text{ ms.m}^2 / \text{mol}$

$\lambda(Cl^-) = 7,63 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$

$\lambda(Al^{3+}) = 18,3 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$

$M(Al) = 27 \text{ g/mol}$

الحل

1- الأدوات المستعملة هي :

- حوالة مزودة بسدادة وأنبوب إنطلاق.

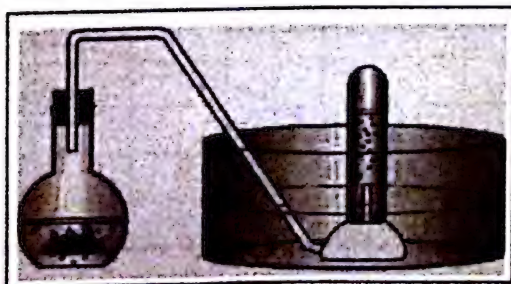
- أنبوب إختبار مدرج.

- حوض به ماء.

- محلول حمض كلور الماء.

- معدن الألمنيوم.

- مخطط التجربة :



يتفاعل محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)$ مع معدن الألمنيوم Al معطيا غاز ثنائي الهيدروجين، لأجل ذلك نستعمل تجهيزا مناسباً للتجربة.

1- أذكر الأدوات المستعملة ثم ضع رسماً تخطيطياً لذلك.

2- أ- أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة و الارجاع.

ب- ما هو الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد

و الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المرجع من بين

المتفاعلين ؟

ج- أكتب معادلة التفاعل الممنذج للتحول السابق.

3- عند اللحظة $t = 0$ نمزج كتلة قدرها $m = 1,20 \text{ g}$

من مسحوق الألمنيوم مع $V = 60 \text{ mL}$ من محلول حمض

كلور الماء تركيزه $C = 0,30 \text{ mol/L}$ عند الدرجة $20^\circ C$.

أ- أنشئ جدول التقدم للتفاعل السابق.

ب- استنتج التقدم الأعظمي وحدد المتفاعل المحد.

4 - من الدراسة السابقة يمكن حساب كمية مادة

شوارد الألمنيوم الناتجة في لحظات مختلفة ، نعطي

فيما يلي جدولاً للنتائج المحصل عليها :

| $t(s)$ | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 350 | 400 | 450 | 500 |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $n(Al^{3+})(\text{mmol})$ | 0,83 | 1,50 | 2,00 | 2,50 | 2,91 | 3,33 | 3,67 | 4,00 | 4,33 | 4,50 |

أ- مثل البيان : $n(Al^{3+}) = f(t)$

يعطى سلم الرسم : $1 \text{ cm} \rightarrow 50 \text{ s}$

$1 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ mmol}$

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدده من البيان.

ج- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أحسبها عند

اللحظة $t = t_{1/2}$.

د- كيف تتطور هذه السرعة بمرور الوقت ؟

ب- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

$$n(Al^{3+})_{1/2} = 2 \cdot \frac{x_{max}}{2} = 3 \text{ mmol} \quad \text{تحديد قيمته}$$

$$t_{1/2} = 50.5 = 250 \text{ s} \quad \text{بعد الإسقاط على المنحنى نجد}$$

ج- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة

$$v = \frac{1}{V} \cdot \frac{dx}{dt} \quad \text{حيث } x \text{ تقدم التفاعل و } V \text{ حجم الوسط التفاعلي.}$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t_{1/2}$:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta n(Al^{3+})}{\Delta t} = \frac{2,2.1}{4.50} = 11.10^{-3} \text{ mmol / s}$$

$$v(Al^{3+}) = \frac{1}{V} \cdot \frac{dn(Al^{3+})}{dt} = \frac{1}{0,06} \cdot 11.10^{-3} = 0.183 \text{ mmol / (L.s)}$$

$$v = \frac{v(Al^{3+})}{2} \quad \text{من جهة أخرى لدينا}$$

$$v = \frac{0,183}{2} = 9,15.10^{-2} \text{ mmol / (L.s)} \quad \text{إذن :}$$

د- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

5-أ- يمكن متابعة تطورات هذا التحول بواسطة قياس الناقلية لوجود الشوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية.

ب- الشوارد المتواجدة في المزيج هي: H_3O^+, Al^{3+}, Cl^-

- الشاردة الحاملة كيميائياً هي: Cl^- .

ج- عبارة الناقلية هي:

$$\sigma = [H_3O^+] \lambda_{H_3O^+} + [Al^{3+}] \lambda_{Al^{3+}} + [Cl^-] \lambda_{Cl^-}$$

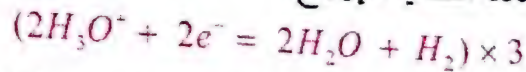
$$\sigma = \left(\frac{CV - 6x}{V} \right) \lambda_{H_3O^+} + \frac{2x}{V} \lambda_{Al^{3+}} + C \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \left(C - \frac{6x}{V} \right) \lambda_{H_3O^+} + \frac{2x}{V} \lambda_{Al^{3+}} + C \lambda_{Cl^-}$$

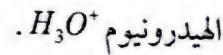
2-أ- المعادلة النصفية للأكسدة:



- المعادلة النصفية للإرجاع:



ب- الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المؤكسد هو شوارد



- الفرد الكيميائي الذي يلعب دور المرجع هو الألمنيوم Al .

ج- معادلة التفاعل هي:



3-أ- جدول التقدم:

| المعادلة | $2Al$ | $+6H_3O^+$ | $=2Al^{3+}+3H_2$ |
|-------------------|--------------------------|-----------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | $\frac{m}{M}$ | CV | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $\frac{m}{M} - 2x(t)$ | $CV - 6x(t)$ | $2x(t)$ |
| الحالة النهائية | $\frac{m}{M} - 2x_{max}$ | $CV - 6x_{max}$ | $2x_{max}$ |

ب- نعتبر معدن الألمنيوم هو الذي يختفي تماماً:

$$\frac{m}{M} - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{max} = \frac{m}{2M} = \frac{1,2}{2 \times 27} = 22 \text{ mmol}$$

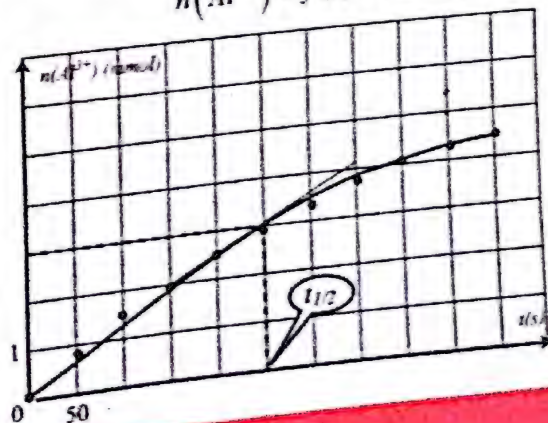
- نعتبر شوارد الهيدرونيوم هي التي تختفي تماماً:

$$CV - 6x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{CV}{6}$$

$$= \frac{0,3 \times 0,06}{6} = 3 \text{ mmol}$$

إذن شوارد الهيدرونيوم متفاعل محد.

4-أ- تمثيل البيان: $n(Al^{3+}) = f(t)$



تمرين 07

لدراسة حركية تفاعل الأكسدة-إرجاع، نسكب حجما $V = 200 \text{ mL}$ من حمض كلور الماء،

$C = 1 \text{ mol/L}$ تركيزه المولي ($\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$)

على الكتلة $m = 4,9 \text{ g}$ من مسحوق الزنك Zn .

1 - أكتب معادلة التفاعل النموذج لهذا التحول.

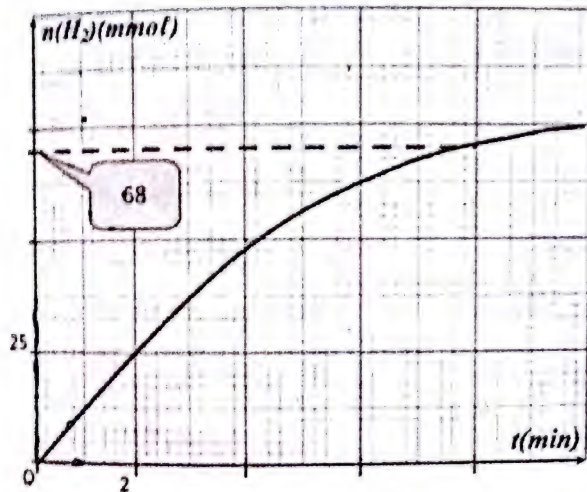
2 - أنجز جدول التقدم الموافق لهذا التحول الكيميائي.

3 - عين التركيب المولي للمزيج عند اللحظات

$$t \rightarrow \infty, t = t_{1/2}, t = 0$$

- هل المزيج ستوكيوميتري؟

4 - يعطى البيان $n(\text{H}_2) = f(t)$



أ- استنتج حجم الغاز المنطلق عند $t = 0$ و $t = 8 \text{ min}$.

- كم يكون حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة؟

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته.

ج- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أوجد قيمتها عند اللحظة $t = 6 \text{ min}$.

د- أعط شكل البيانات: $n(\text{H}_3\text{O}^+) = g(t)$.

$n(\text{Zn}) = h(t)$ مبينا عليه اللحظة $t_{1/2}$.

5 - لو استعملت مادة التوتياء على شكل قطعة، هل

تتغير النتائج السابقة؟ علل.

يعطى: $V_M = 24 \text{ L/mol}$, $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g/mol}$

$$[H^+]_{1/2} = C - \frac{2 \cdot x_{\text{max}}}{V} = C - \frac{x_{\text{max}}}{V} = 0,5 - \frac{0,01}{0,04} = 0,25 \text{ mol/L}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

$$t_{1/2} = 2,8 \cdot 100 = 280$$

5- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة

$$t = 150 \text{ s}$$

$$v(\text{H}^+) = -\frac{d[\text{H}^+]}{dt} = -\tan \alpha = -\frac{\Delta[\text{H}^+]}{\Delta t} = -\frac{0,29 - 0,37}{100}$$

$$v(\text{H}^+) = 0,8 \text{ mmol/L.s}$$

$$v = \frac{v(\text{H}^+)}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,40 \text{ mmol/(L.s)}$$

6- حساب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية

المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t = 250 \text{ s}$:

$$[\text{H}^+] = 0,26 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Zn}^{2+}] = \frac{x}{V} = \frac{V(\text{H}_2)}{V \cdot V_M} = \frac{120}{40 \cdot 25} = 0,12 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Cl}^-] = C = 0,5 \text{ mol/L}$$

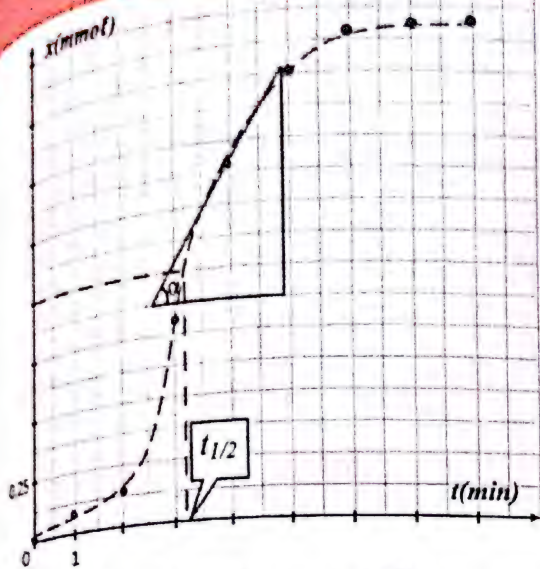
7- حساب كتلة الزنك عند اللحظة $t = 750 \text{ s}$

إيجاد $n(\text{Zn})$

$$x = \frac{V(\text{H}_2)}{V} = \frac{0,180}{25} = 7,2 \text{ mmol}$$

$$n(\text{Zn}) = \frac{m}{M} - x = \frac{1}{65,4} - 7,2 \cdot 10^{-3} = 7,8 \text{ mmol}$$

$$m' = n(\text{Zn}) \cdot M = 7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 65,4 = 0,51 \text{ g}$$



6- تزداد سرعة التفاعل ببطء في البداية وفجأة تزداد بسرعة ملحوظة ثم تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

نستنتج أنه يوجد عامل حركي أدى إلى تسريع التفاعل و هو تشكل شوارد المنغنيز Mn^{2+} تسمى وساطة ذاتية.

7- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ من البيان: $x = \frac{x_{\max}}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ mmol}$
بعد الإسقاط نجد: $t_{1/2} = 3,2 \text{ min}$

8- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$ حيث x تقدم التفاعل و V حجم الوسط التفاعلي.

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 4 \text{ min}$:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,76 - 0,8}{2} = 0,48 \text{ mol/min}$$

$$v = \frac{1}{V} \cdot \tan \alpha = \frac{1}{0,04} \cdot 0,48 = 12 \text{ mmol/(L.min)}$$

9- تركيب المزيج عند اللحظة $t = 4 \text{ min}$:

يكون: $n = 5,6 \times 0,25 = 1,4 \text{ mmol}$

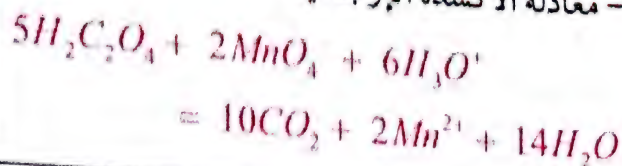
$$n(H_2C_2O_4) = C_1 V_1 - 5x = 0,5 \cdot 0,02 - 5 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} = 3 \text{ mmol}$$

$$n(MnO_4^-) = C_2 V_2 - 2x = 0,2 \cdot 0,02 - 2 \cdot 1,4 \cdot 10^{-3} = 1,2 \text{ mmol}$$

$$n(CO_2) = 10x = 10 \cdot 1,4 = 14 \text{ mmol}$$

$$n(Mn^{2+}) = 2x = 2 \cdot 1,4 = 2,8 \text{ mmol}$$

- معادلة الأكسدة الإرجاعية



2- جدول التقدم:

| المعادلة | $5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- = 10CO_2 + 2Mn^{2+}$ | | | |
|-------------------|---|-----------------------|--------------|-------------|
| الحالة الابتدائية | $C_1 V_1$ | $C_2 V_2$ | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $C_1 V_1 - 5x(t)$ | $C_2 V_2 - 2x(t)$ | $10x(t)$ | $2x(t)$ |
| الحالة النهائية | $C_1 V_1 - 5x_{\max}$ | $C_2 V_2 - 2x_{\max}$ | $10x_{\max}$ | $2x_{\max}$ |

- نعتبر حمض الأكساليك هو الذي يختفي تماما:

$$C_1 V_1 - 5x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{C_1 \cdot V_1}{5} = \frac{0,5 \times 0,02}{5} = 2 \text{ mmol}$$

- نعتبر شوارد البرمنغنات هي التي تختفي تماما:

$$C_2 V_2 - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{C_2 \cdot V_2}{2} = \frac{0,2 \times 0,02}{2} = 2 \text{ mmol}$$

إذن لا يوجد متفاعل محد و المزيج مأخوذ وفق الشروط الستوكيومترية.

3- حساب C_0 تركيز شوارد MnO_4^- الابتدائي في المزيج:

$$C_0 = [MnO_4^-]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{0,2 \cdot 0,02}{0,02 + 0,02} = 0,1 \text{ mol/L} = 100 \text{ mmol/L}$$

4- عبارة x بدلالة V, C_0, C :

$$C = [MnO_4^-] = \frac{C_2 V_2 - 2x}{V_1 + V_2} = \frac{C_2 V_2}{V_1 + V_2} - \frac{2x}{V_1 + V_2}$$

$$= C_0 - \frac{2x}{V} \Rightarrow x = (C_0 - C) \frac{V}{2}$$

5- إكمال الجدول:

| t (min) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x (mmol) | 0 | 0,08 | 0,14 | 0,80 | 1,40 | 1,76 | 1,90 | 1,94 | 1,96 |

- تمثيل المنحنى $x = f(t)$

| المعادلة | $Zn + 2H^+ = Zn^{2+} + H_2$ | | | |
|-------------------|-----------------------------|-----------------|-----------|-----------|
| الحالة الابتدائية | $\frac{m}{M}$ | CV | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $\frac{m}{M} - x(t)$ | $CV - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $\frac{m}{M} - x_{max}$ | $CV - 2x_{max}$ | x_{max} | x_{max} |

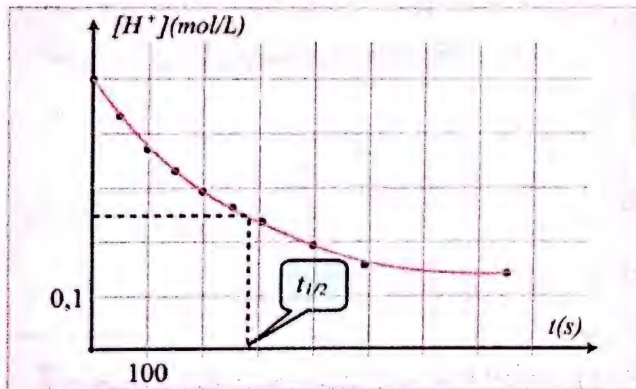
$$n(H_2) = x = \frac{V(H_2)}{V_M}$$

$$[H^+] = \frac{n(H^+)}{V} = \frac{CV - 2x}{V} = C - \frac{2x}{V} = C - \frac{2V(H_2)}{V \cdot V_M}$$

- إكمال الجدول:

| $t(s)$ | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 400 | 500 | 750 |
|----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $[H^+](mol/L)$ | 0,50 | 0,43 | 0,37 | 0,33 | 0,29 | 0,26 | 0,24 | 0,19 | 0,16 | 0,14 |

3- تمثيل المنحنى $[H^+] = f(t)$



4- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ بيانيا:

- نعتبر معدن الزنك هو الذي يختفي تماما:

$$\frac{m}{M} - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{m}{M} = \frac{1}{65,4} = 15 \text{ mmol}$$

- نعتبر شوارد H^+ هي التي تختفي تماما:

$$CV - 2x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{CV}{2} = \frac{0,5 \cdot 0,04}{2} = 10 \text{ mmol}$$

إذن شوارد H^+ متفاعل محدد.

تمرين 06

نضع كتلة $m = 1g$ من الزنك Zn في حوجلة، نضيف لها حجما قدره $V = 40 \text{ mL}$ من محلول حمض كلورالهيدروجين $(H^+ + Cl^-)$ تركيز $C = 0,5 \text{ mol/L}$. نتابع تطور التفاعل الكيميائي الحادث بقياس حجم غاز الهيدروجين المنطلق خلال لحظات زمنية مختلفة فنحصل على النتائج التالية:

| $t(s)$ | 0 | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 | 400 | 500 | 750 |
|----------------|---|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $V(H_2)(mL)$ | 0 | 36 | 64 | 86 | 104 | 120 | 132 | 154 | 170 | 180 |
| $[H^+](mol/L)$ | | | | | | | | | | |

1- أكتب معادلة التفاعل النموذج للتحويل السابق.

2- أوجد العلاقة التي تعطي $[H^+]$ بدلالة $V(H_2)$ ثم أكمل الجدول السابق.

3- مثل المنحنى $[H^+] = f(t)$.

4- عرف زمن نصف التفاعل ثم استنتج قيمته من البيان.

5- أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 150 \text{ s}$.

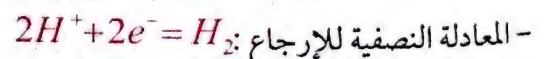
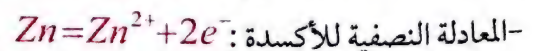
6- أوجد التراكيز المولية للأنواع الكيميائية المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t = 250 \text{ s}$.

7- أحسب كتلة الزنك عند اللحظة $t = 750 \text{ s}$.

يعطى: $M(Zn) = 65,4 \text{ g/mol}$, $V_M = 25 \text{ L/mol}$

الحل

1- معادلة التفاعل النموذج للتحويل السابق:



- معادلة الأكسدة الإرجاعية:



2- إيجاد العلاقة بين $[H^+]$ و $V(H_2)$.

نستعين بجدول التقدم:

تقريين 07

لدراسة حركية تفاعل الأكسدة-إرجاع، نسكب حجما $V = 200 \text{ mL}$ من حمض كلور الماء، $C = 1 \text{ mol/L}$ تركيزه المولي $(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-)$

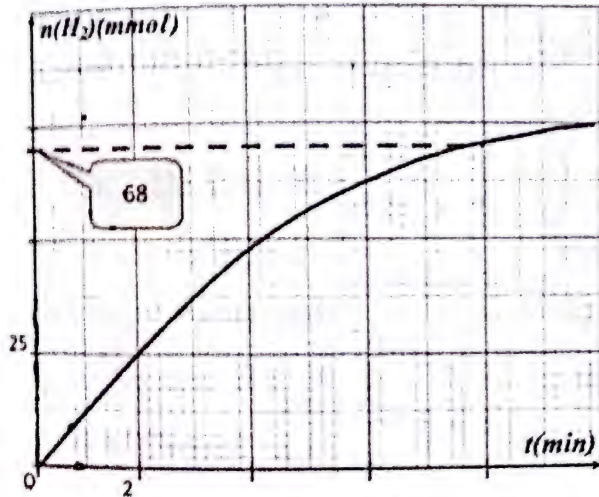
على الكتلة $m = 4,9 \text{ g}$ من مسحوق الزنك Zn

- 1- أكتب معادلة التفاعل النموذج لهذا التحول.
- 2- أنجز جدول التقدم الموافق لهذا التحول الكيميائي.
- 3- عين التركيب المولي للمزيج عند اللحظات

$$t \rightarrow \infty, t = t_{1/2}, t = 0$$

- هل المزيج ستوكيوميتري؟

4- يعطى البيان $n(\text{H}_2) = f(t)$



أ- استنتج حجم الغاز المنطلق عند $t = 0$ و $t = 8 \text{ min}$.

- كم يكون حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة؟

ب- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته.

ج- عرف السرعة الحجمية للتفاعل ثم أوجد

قيمتها عند اللحظة $t = 6 \text{ min}$.

د- أعط شكل البيانات: $n(\text{H}_3\text{O}^+) = g(t)$.

$n(\text{Zn}) = h(t)$ مينا عليه اللحظة $t_{1/2}$.

5- لو استعملت مادة التوتياء على شكل قطعة، هل

تتغير النتائج السابقة؟ علل.

يعطى: $V_M = 24 \text{ L/mol}$, $M(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g/mol}$

$$[\text{H}^+]_{1/2} = C - \frac{2x_{\text{max}}}{V} = C - \frac{x_{\text{max}}}{V} = 0,5 - \frac{0,01}{0,04} = 0,25 \text{ mol/L}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد:

$$t_{1/2} = 2,8.100 = 280$$

5- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة

$$t = 150 \text{ s}$$

$$v(\text{H}^+) = -\frac{d[\text{H}^+]}{dt} = -\tan \alpha = -\frac{\Delta[\text{H}^+]}{\Delta t} = -\frac{0,29-0,37}{100}$$

$$v(\text{H}^+) = 0,8 \text{ mmol/L.s}$$

$$v = \frac{v(\text{H}^+)}{2} = \frac{0,8}{2} = 0,40 \text{ mmol/(L.s)}$$

6- حساب التراكيز المولية للأنواع الكيميائية

المتواجدة في المزيج عند اللحظة $t = 250 \text{ s}$

$$[\text{H}^+] = 0,26 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Zn}^{2+}] = \frac{x}{V} = \frac{V(\text{H}_2)}{V.V_M} = \frac{120}{40.25} = 0,12 \text{ mol/L}$$

$$[\text{Cl}^-] = C = 0,5 \text{ mol/L}$$

7- حساب كتلة الزنك عند اللحظة $t = 750 \text{ s}$

إيجاد $n(\text{Zn})$

$$x = \frac{V(\text{H}_2)}{V} = \frac{0,180}{25} = 7,2 \text{ mmol}$$

$$n(\text{Zn}) = \frac{m}{M} - x = \frac{1}{65,4} - 7,2.10^{-3} = 7,8 \text{ mmol}$$

$$m' = n(\text{Zn}).M = 7,8.10^{-3}.65,4 = 0,51 \text{ g}$$

$$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - 2x = 0,2 - 2 \cdot 3,75 \cdot 10^{-2} = 0,125 \text{ mol}$$

$$n(Zn^{2+}) = n(H_2) = x = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = \infty$:

$$n(Zn) = 0$$

$$n(H_3O^+) = n_0(H_3O^+) - 2x_{\max}$$

$$= 0,2 - 2 \cdot 0,075 = 0,05 \text{ mol}$$

$$n(Zn^{2+}) = x_{\max} = n(H_2) = 0,075 \text{ mol}$$

- المزيج ليس ستوكيومتريا لأن Zn متفاعل محد.

4-1- حساب حجم الغاز المنطلق عند اللحظة $t=0$:

$$n(H_2) = 0 \rightarrow V_g = 0$$

- حساب حجم الغاز المنطلق عند اللحظة $t = 8 \text{ min}$:

$$n(H_2) = 68 \text{ mmol}$$

$$\Rightarrow V_g = n \cdot V_M = 0,068 \times 24 = 1,632 \text{ L}$$

- حساب حجم الغاز المنطلق عند نهاية التجربة:

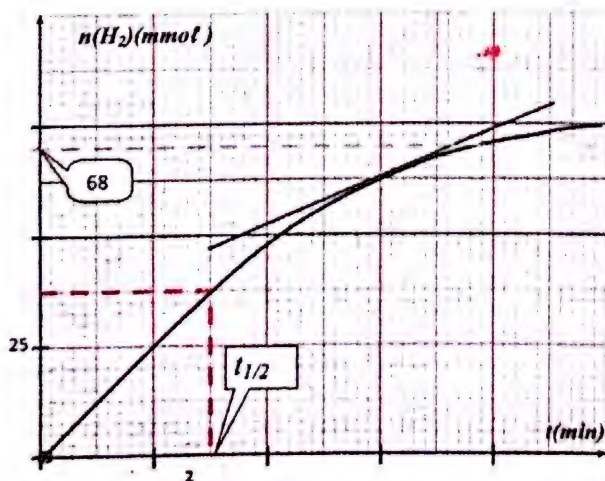
$$n(H_2) = 75 \text{ mmol} \Rightarrow V_g = 0,075 \times 24 = 1,8 \text{ L}$$

ب - زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ

التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

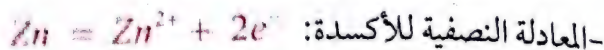
تحديد $t_{1/2}$ بيانياً من أجل: $x = 3,75 \times 10^{-2} \text{ mol}$

بعد الإسقاط نجد: $t_{1/2} = 3 \text{ min}$



الحل

1- معادلة التفاعل المنمذج للتحويل السابق:



- المعادلة النصفية للإرجاع:



- معادلة الأكسدة والإرجاع:



2- جدول التقدم:

| المعادلة | Zn | $+ 2H_3O^+ = \text{Zn}^{2+} + H_2$ | | |
|-------------------|--------------------------|------------------------------------|------------|------------|
| الحالة الابتدائية | $\frac{m}{M}$ | CV | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $\frac{m}{M} - x(t)$ | $CV - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $\frac{m}{M} - x_{\max}$ | $CV - 2x_{\max}$ | x_{\max} | x_{\max} |

3- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t=0$:

$$n_0(\text{Zn}) = \frac{m}{M} = \frac{4,9}{65,4} = 0,075 \text{ mol}$$

$$n_0(H_3O^+) = CV = 1,0,2 = 0,2 \text{ mol}$$

$$n_0(Zn^{2+}) = n_0(H_2) = 0$$

- حساب التركيب المولي للمزيج عند اللحظة $t = t_{1/2}$:

- إيجاد x_{\max} :

- نعتبر معدن الزنك هو الذي يختفي تماماً:

$$\frac{m}{M} - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = \frac{m}{M} = 0,075 \text{ mol}$$

- نعتبر شوارد الهيدرونيوم هي التي تختفي تماماً:

$$CV - 2x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = \frac{CV}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ mol}$$

إذن معدن الزنك هو المتفاعل المحد والمحدو بالتالي:

$$x = \frac{x_{\max}}{2} = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

$$n(\text{Zn}) = n_0(\text{Zn}) - x = 0,075 - 3,75 \cdot 10^{-2} = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

التمرين 08

نضع في كأس بيشر حجما $V = 100 \text{ mL}$ من محلول حمض الآزوت $(\text{H}^+ + \text{NO}_3^-)$ تركيزه المولي $C = 1 \text{ mol/L}$ ، نضيف له الكتلة $m = 19,2 \text{ g}$ من النحاس Cu .

1- علما أن الشناتيتين (ox/red) الداخليتين في التفاعل هما: $(\text{Cu}^{2+} / \text{Cu})$ ، $(\text{NO}_3^- / \text{NO})$.

أ- أكتب معادلة التفاعل النموذج للتحويل السابق.
ب - أحسب كمية النحاس الابتدائية ثم كمية مادة شوارد النترات الابتدائية.

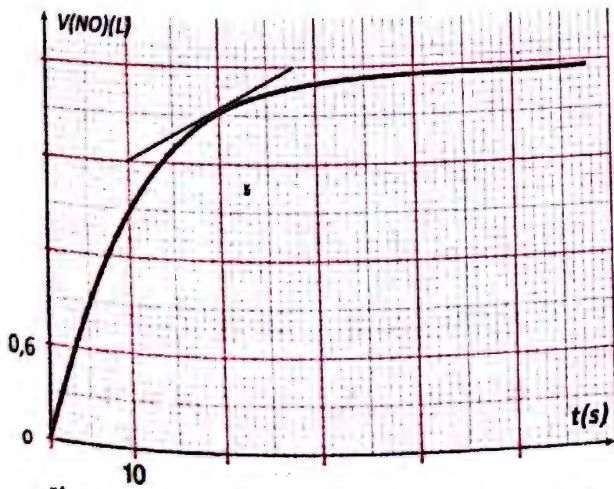
ج- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل السابق.
د - حدد المتفاعل المحد.

2- علما أن التجربة أجريت في درجة الحرارة 17°C وتحت الضغط $P = 10^5 \text{ Pa}$

أ- بين أن الحجم المولي للغازات في شروط التجربة هو $V_M = 24 \text{ L/mol}$.

ب- أوجد العلاقة بين حجم غاز أكسيد الآزوت $V(\text{NO})$ المنطلق و التقدم x .

3- يعطى الشكل المرافق تغير حجم غاز أكسيد الآزوت V_{NO} بدلالة الزمن t .



- عرف سرعة التفاعل و احسب قيمتها في اللحظة $t = 20 \text{ s}$.

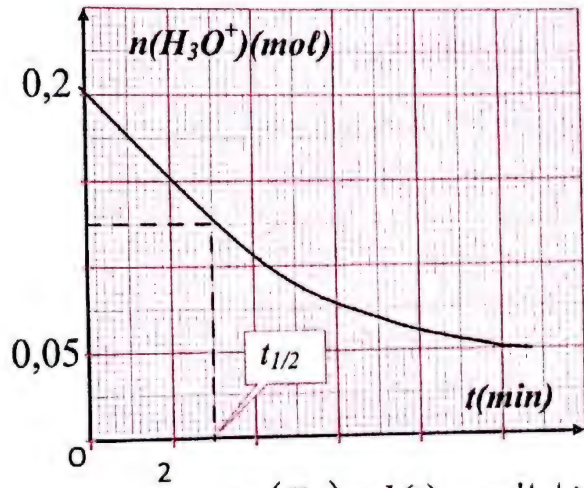
ج- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$ حيث x تقدم التفاعل و V حجم الوسط التفاعلي.

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 6 \text{ min}$:

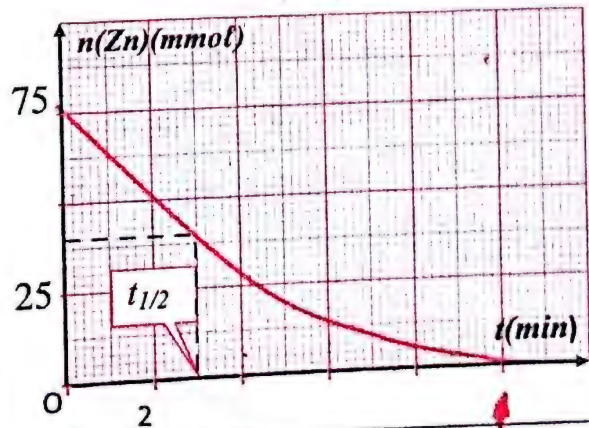
$$\frac{d(\text{H}_2)}{dt} = \tan \alpha = \frac{\Delta(\text{H}_2)}{\Delta t} = \frac{0,9,25}{2,1,2} = 5,36 \text{ mmol/min}$$

$$v(\text{H}_2) = v = \frac{1}{V} \tan \alpha = \frac{1}{0,2} 5,36 = 26,8 \text{ mmol/L.min}$$

د- تمثيل البيان $n(\text{H}_3\text{O}^+) = g(t)$:



- تمثيل المنحنى $n(\text{Zn}) = h(t)$:



5- سطح التلامس بين الزنك و المحلول الحمضي عامل حركي حيث كلما كان كبيرا كانت السرعة أكبر و العكس صحيح، دون أن تتغير النتائج السابقة.

- سرعة التفاعل أقل عند إستعمال قطعة زنك مقارنة بمسحوق الزنك.

- نعتبر شوارد النترات هي التي تختفي تماما:

$$n_0(NO_3^-) - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{n_0(NO_3^-)}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ mol}$$

إذن المتفاعل المحد هي شوارد النترات NO_3^-

2- أ- إثبات أن الحجم المولي للغازات هو 24 L/mol :

$$PV = nRT \Rightarrow V_M = \frac{nRT}{P} = \frac{1,8,31,290}{10^5} = 0,024 \text{ m}^3 = 24 \text{ L}$$

ب- إيجاد العلاقة بين $V(NO)$ و التقدم x :

$$n(NO) = 2x \Rightarrow x = \frac{n(NO)}{2} = \frac{\frac{V(NO)}{V_M}}{2} = \frac{V(NO)}{2V_M}$$

3- تعرف سرعة التفاعل بالعلاقة $v = \frac{dx}{dt}$ حيث x هو تقدم التفاعل.

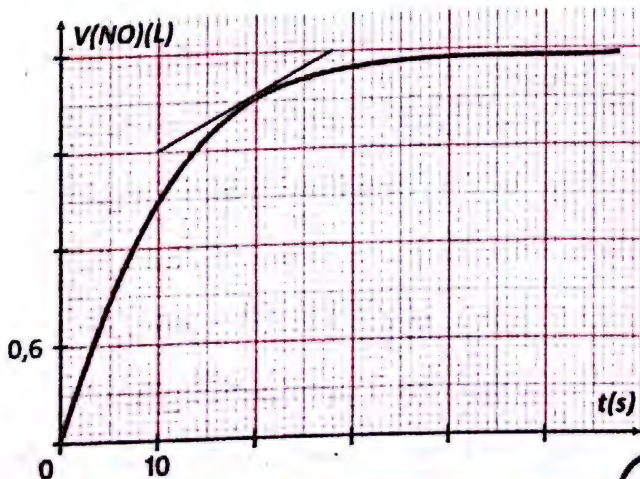
- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t = 20 \text{ s}$:

$$x = \frac{V(NO)}{2V_M} \quad \tan \alpha = \frac{dV(NO)}{dt} \quad \text{من جهة أخرى}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2V_M} \cdot \frac{dV(NO)}{dt} = \frac{1}{2V_M} \cdot \tan \alpha \quad \text{إذن:}$$

$$\tan \alpha = \frac{0,6}{18} = 0,033 \text{ L/s}$$

$$v = \frac{1}{2,24} \cdot 0,033 = 6,94 \cdot 10^{-4} \text{ mol/s}$$



4- أعط عبارة الناقلية النوعية $\sigma(l)$ للمحلول بدلالة التقدم x .

المعطيات: $R = 8,31$; $M(Cu) = 64 \text{ g/mol}$

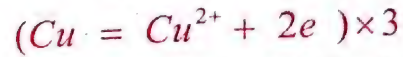
$$\lambda(H^+) = 35 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

$$\lambda(NO_3^-) = 7,14 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

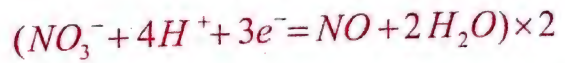
$$\lambda(Cu^{2+}) = 10,4 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

الحل

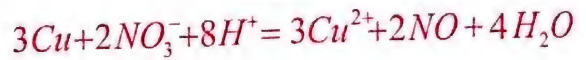
1- أ- المعادلة النصفية للأكسدة هي:



- المعادلة النصفية للإرجاع هي:



- معادلة الأكسدة الإرجاعية:



ب- حساب كمية مادة النحاس الابتدائية:

$$n_0(Cu) = \frac{m}{M} = \frac{19,2}{64} = 0,3 \text{ mol}$$

- حساب كمية مادة شوارد النترات الابتدائية:

$$n_0(NO_3^-) = CV = 1,0,1 = 0,1 \text{ mol}$$

ج- جدول التقدم:

| المعادلة | $3Cu + 2NO_3^- = 3Cu^{2+} + 2NO$ | | | |
|-------------------|----------------------------------|---------------------------|-------------|-------------|
| الحالة الابتدائية | $n_0(Cu)$ | $n_0(NO_3^-)$ | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_0(Cu) - 3x(t)$ | $n_0(NO_3^-) - 2x(t)$ | $3x(t)$ | $2x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0(Cu) - 3x_{\max}$ | $n_0(NO_3^-) - 2x_{\max}$ | $3x_{\max}$ | $2x_{\max}$ |

د- تحديد المتفاعل المحد:

- نعتبر معدن النحاس هو الذي يختفي تماما:

$$n_0(Cu) - 3x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{n_0(Cu)}{3} = \frac{0,3}{3} = 0,1 \text{ mol}$$

7- أحسب الكتلة m المستعملة في التفاعل.

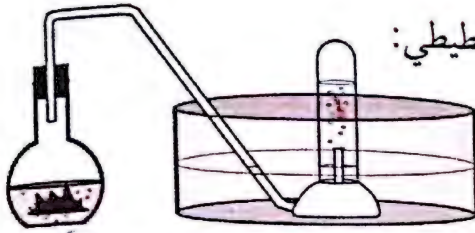
8- أوجد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

9- عيّن السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين:

$t = 3 \text{ min}$ و $t = 5 \text{ min}$ ماذا تستنتج؟

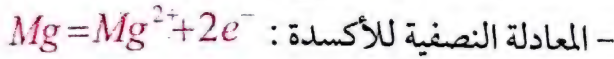
المعطيات: $M(\text{Mg}) = 24,3 \text{ g/mol}$, $V_M = 24,0 \text{ L/mol}$

الحل



1- الرسم التخطيطي:

2- معادلة التفاعل النموذج للتحويل السابق:



- معادلة الأكسدة - إرجاع:



3- جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{Mg} + 2\text{H}_3\text{O}^+ = \text{Mg}^{2+} + \text{H}_2$ | | | |
|-------------------|---|---|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | $n_0(\text{Mg})$ | $n_0(\text{H}_3\text{O}^+)$ | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_0(\text{Mg}) - x(t)$ | $n_0(\text{H}_3\text{O}^+) - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0(\text{Mg}) - x_{\text{max}}$ | $n_0(\text{H}_3\text{O}^+) - 2x_{\text{max}}$ | x_{max} | x_{max} |

4- إكمال جدول القياسات المعطى:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n(\text{H}_3\text{O}^+)}{V} = \frac{n_0(\text{H}_3\text{O}^+) - 2x}{V}$$

$$= \frac{CV - 2x}{V} = C - \frac{2x}{V}$$

$$n(\text{H}_2) = x = \frac{V_g}{V_M}$$

نعوض في العلاقة السابقة نجد:

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = C - \frac{2 \frac{V_g}{V_M}}{V} = C - 2 \frac{V_g}{V \cdot V_M}$$

$$= 5 - 2 \frac{V_g}{0,0624} = 5 - 1,39 V_g$$

4- عبارة الناقلية النوعية σ للمحلول بدلالة التقدم x :

$$\sigma = [\text{H}^+] \cdot \lambda_{\text{H}^+} + [\text{Cu}^{2+}] \cdot \lambda_{\text{Cu}^{2+}} + [\text{NO}_3^-] \cdot \lambda_{\text{NO}_3^-}$$

$$\sigma = C \lambda_{\text{H}^+} + \frac{3x}{V} \lambda_{\text{Cu}^{2+}} + \frac{CV - 2x}{V} \lambda_{\text{NO}_3^-}$$

$$\sigma = C \lambda_{\text{H}^+} + \frac{3x}{V} \lambda_{\text{Cu}^{2+}} + (C - \frac{2x}{V}) \lambda_{\text{NO}_3^-}$$

$$\sigma = C \lambda_{\text{H}^+} + \frac{3x}{V} \lambda_{\text{Cu}^{2+}} + C \lambda_{\text{NO}_3^-} - \frac{2x}{V} \lambda_{\text{NO}_3^-}$$

$$\sigma = C(\lambda_{\text{H}^+} + \lambda_{\text{NO}_3^-}) + \frac{x}{V}(3\lambda_{\text{Cu}^{2+}} - 2\lambda_{\text{NO}_3^-})$$

$$\sigma = 1.10^3(35 + 7,14) \cdot 10^{-3}$$

$$+ \frac{x}{0,1 \cdot 10^{-3}}(3 \cdot 10,4 - 2 \cdot 7,14) \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma = 42,14 + 169,2 \cdot x$$

تمرين 09

ندخل كتلة m من معدن المغنيزيوم Mg في حوالة

بها محلول حمض كلور الهيدروجين $(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-)$

حجمه $V = 60 \text{ mL}$ وتركيزه $C = 5,0 \text{ mol/L}$

فلاحظ انطلاق غاز ثنائي الهيدروجين H_2 .

نقيس حجم الغاز المنطلق خلال فترات زمنية مختلفة فنحصل

على جدول القياسات التالي:

| $t(\text{min})$ | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--|---|-----|-----|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $V(\text{H}_2)(\text{mL})$ | 0 | 317 | 705 | 779,5 | 881 | 916 | 952 | 987 | 987 | 987 |
| $[\text{H}_3\text{O}^+](\text{mol/L})$ | | | | | | | | | | |

1- أعط رسم تخطيطي للتجربة السابقة.

2- أكتب معادلة التفاعل النموذج للتحويل السابق.

3- أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

4- أكمل جدول القياسات.

5- أ- مثل المنحنى: $[\text{H}_3\text{O}^+] = f(t)$

ب- إستنتج التفاعل المحد.

6- أحسب قيمة التقدم الأعظمي.

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v = \frac{v(H_3O^+)}{2} = 0,16 \text{ mol / (L.min)}$$

- عند اللحظة $t = 5 \text{ min}$:

$$V_{vol}(H_3O^+) = -\tan \beta = -\frac{3,73-3,92}{2}$$

$$V_{vol}(H_3O^+) = 0,1 \text{ mol / L.min}$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل:

$$v = \frac{v(H_3O^+)}{2} = 0,05 \text{ mol / (L.min)}$$

نستنتج أن السرعة الحجمية للتفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

تقرين 10

عند درجة الحرارة $\theta = 20^\circ C$ وفي دورق

زجاجي حجمه $V = 500 \text{ mL}$ نتابع باستعمال

جهاز قياس الضغط التفاضلي، التحول الذي

يحدث بين الحجم $V' = 200 \text{ mL}$ لحمض كلوراهيدروجين

$C = 1,0 \text{ mol / L}$ ذي التركيز المولي $(H^+ + Cl^-)_{aq}$

والكتلة $m = 90 \text{ mg}$ من المغنيزيوم Mg .

- جهاز قياس الضغط يقيس تغيرات الضغط للغاز

الناتج عن التفاعل السابق خلال أزمنة مختلفة فكانت

النتائج كالآتي:

| | | | | | | | |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t(s)$ | 0 | 18 | 52 | 71 | 90 | 115 | 144 |
| $P.10^4(Pa)$ | 0 | 0,25 | 0,88 | 1,18 | 1,50 | 1,89 | 2,30 |
| $t(s)$ | 160 | 174 | 193 | 212 | 238 | 266 | 290 |
| $P.10^4(Pa)$ | 2,52 | 2,64 | 2,85 | 2,88 | 2,88 | 2,88 | 2,88 |

1- أكتب معادلة التفاعل النمذج للتحول السابق

علما أن الشائيتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل هما:

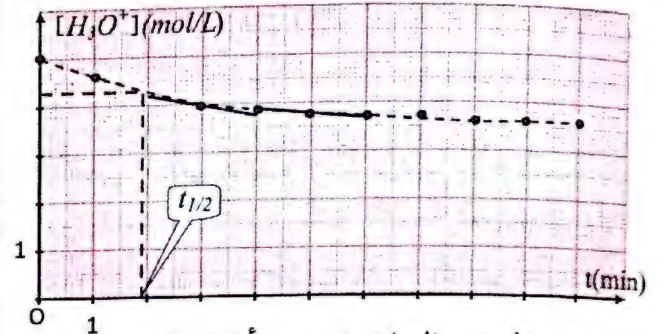
(H^+ / H_2) و (Mg^{2+} / Mg)

2- أحسب كمية المادة الابتدائية للمفاعلات.

3- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل.

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $t(\text{min})$ | 0 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $[H_3O^+](\text{mol/L})$ | 5,00 | 4,56 | 4,02 | 3,92 | 3,77 | 3,73 | 3,66 | 3,63 | 3,63 | 3,63 |

5- أ- تمثيل المنحنى $[H_3O^+] = f(t)$



ب- من المنحنى السابق نستنتج أن شوارد

الهيدرونيوم H_3O^+ لا تختفي كلياً عند بلوغ التفاعل

حده و بالتالي المتفاعل المحد هو معدن المغنيزيوم Mg .

6- حساب التقدم الأعظمي:

$$[H_3O^+]_f = C - \frac{2x_{\max}}{V}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{V}{2} (C - [H_3O^+]_f) = \frac{0,06}{2} (5 - 3,63)$$

$$x_{\max} = 0,0411 \text{ mol}$$

7- حساب الكتلة m المستعملة:

$$n_0(Mg) - x_{\max} = 0 \Rightarrow n_0(Mg) = x_{\max} = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow m = M \cdot x_{\max} = 24,3 \cdot 0,0411 \approx 1 \text{ g}$$

8- إيجاد زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

$$[H_3O^+]_{1/2} = C - \frac{2}{V} \cdot \frac{x_{\max}}{2} = C - \frac{x_{\max}}{V} = 5 - \frac{0,041}{0,06} = 4,31 \text{ mol / L}$$

بعد الإسقاط على البيان نجد: $t_{1/2} = 1,9 \text{ min}$

9- حساب السرعة الحجمية لإختفاء شوارد H_3O^+ :

- عند اللحظة $t = 3 \text{ min}$

$$V_{vol}(H_3O^+) = -\frac{d[H_3O^+]}{dt} = -\tan \alpha = -\frac{3,92-4,56}{2}$$

$$V_{vol}(H_3O^+) = 0,32 \text{ mol / (L.min)}$$

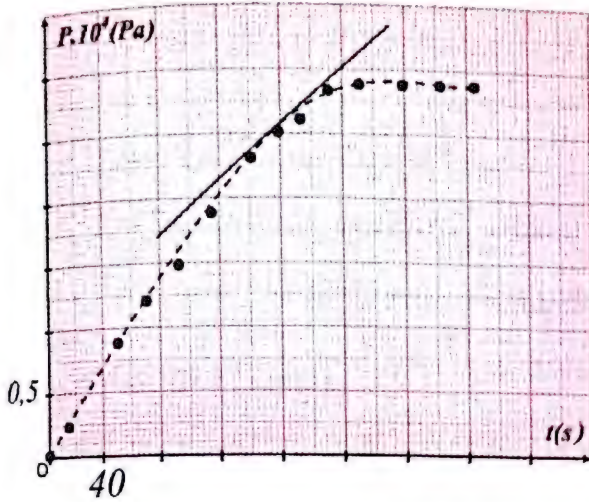
- نعتبر شوارد H^+ هي التي تختفي تماما:

$$n_0(H^+) - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{n_0(H^+)}{2} = \frac{0,2}{2} = 0,1 \text{ mol}$$

إذن معدن المغنيزيوم متفاعل محدد.

5- تمثيل المنحنى $P = f(t)$:



6- إيجاد العلاقة بين x و P : $P V_{(g)} = n R T$

$$P V_{(g)} = x R T \Rightarrow x = \frac{V_g}{R T} P = \frac{(500-200) \cdot 10^{-6}}{8,31 \cdot 293} P$$

$$\text{إذن: } x = 1,23 \cdot 10^{-7} P$$

$$\text{وبالتالي: } \frac{dx}{dt} = 1,23 \cdot 10^{-7} \frac{dP}{dt}$$

$$\text{حيث } \tan \alpha = \frac{dP}{dt} \text{ وعليه: } \frac{dx}{dt} = 1,23 \cdot 10^{-7} \tan \alpha$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 160 \text{ s}$

$$\tan \alpha = \frac{1,3 \cdot 0,5 \cdot 10^4}{1,5 \cdot 40} = 108,3 \text{ Pa/s}$$

$$v_{\text{vol}} = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V} \cdot 1,23 \times 10^{-7} \times \tan \alpha = \frac{1}{0,2} \cdot 1,23 \times 10^{-7} \times 108,3$$

$$v_{\text{vol}} = 6,7 \times 10^{-5} \text{ mol/Ls}$$

4- ما هو المتفاعل المحد؟

5- مثل البيان: $P = f(t)$

6- جد العبارة الحرفية للتقدم x بدلالة ضغط الغاز الناتج P ثم أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 160 \text{ s}$.

7- عيّن عند اللحظة $t = 180 \text{ s}$ كمية مادة الغاز المتشكل والتركيز المولي لشوارد Mg^{2+} في الوسط التفاعلي.

يعطى: $R = 8,31 \text{ J/K mol}$, $M(Mg) = 24,3 \text{ g/mol}$

الحل

1- معادلة التفاعل النموذج للتحويل:

- المعادلة النصفية للأكسدة هي: $Mg = Mg^{2+} + 2e^-$

- المعادلة النصفية للإرجاع هي: $2H^+ + 2e^- = H_2$

- معادلة الأكسدة والإرجاع هي:



2- حساب كمية مادة المغنيزيوم Mg الابتدائية:

$$n_0(Mg^{2+}) = \frac{m}{M} = \frac{90 \cdot 10^{-3}}{24,3} = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

- حساب كمية مادة شوارد H^+ الابتدائية:

$$n_0(H^+) = C V = 1,0 \cdot 2 = 0,2 \text{ mol}$$

3- جدول التقدم:

| المعادلة | $Mg + 2H^+ = Mg^{2+} + H_2$ | | | |
|-------------------|-----------------------------|------------------------|------------|------------|
| الحالة الابتدائية | $n_0(Mg)$ | $n_0(H^+)$ | 0 | 0 |
| حالة الانتقالية | $n_0(Mg) - x(t)$ | $n_0(H^+) - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0(Mg) - x_{\max}$ | $n_0(H^+) - 2x_{\max}$ | x_{\max} | x_{\max} |

4- إيجاد المتفاعل المحد:

- نعتبر معدن المغنيزيوم Mg هو الذي يختفي تماما:

$$n_0(Mg) - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = n_0(Mg) = 3,7 \text{ mmol}$$

ج- أثبت مستعينا بجدول التقدم أن عبارة الناقلية النوعية σ بدلالة التقدم x تعطى بالعلاقة:

$$\sigma = 4,26 - 580 \cdot x$$

2- أكمل الجدول ثم مثل المنحنى $\sigma = f(t)$

3- عرف زمن نصف التفاعل ثم حدد قيمته من البيان.

4- أحسب سرعة التفاعل عند اللحظتين: $t_1 = 60s$ و $t_2 = 200s$ ماذا تستنتج؟

المعطيات: $M(O) = 16g/mol$

$M(C) = 12g/mol$

$M(Ca) = 40g/mol$

عند الدرجة $25^\circ C$ تكون: $\lambda_{H_3O^+} = 35mS.m^2/mol$

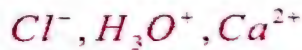
$\lambda_{Ca^{2+}} = 12mS.m^2/mol$

$\lambda_{Cl^-} = 7,63mS.m^2/mol$

الحل

1- أ- يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بقياس الناقلية النوعية σ لأن الوسط التفاعلي يحتوي على شوارد.

ب- الشوارد المتواجدة في الوسط التفاعلي هي:



- الشاردة الحاملة كيميائيا هي: Cl^-

ج- جدول التقدم:

| المعادلة | $CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)}$ | | | |
|-------------------|---|-----------------|-----------|-----------|
| الحالة الابتدائية | $\frac{m}{M}$ | CV | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $\frac{m}{M} - x(t)$ | $CV - 2x(t)$ | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $\frac{m}{M} - x_{max}$ | $CV - 2x_{max}$ | x_{max} | x_{max} |

- إيجاد عبارة الناقلية النوعية σ بدلالة التقدم x :

$$\sigma = [H_3O^+] \lambda_{H_3O^+} + [Ca^{2+}] \lambda_{Ca^{2+}} + [Cl^-] \lambda_{Cl^-}$$

$$\sigma = \left(\frac{CV - 2x}{V}\right) \lambda_{H_3O^+} + \frac{x}{V} \lambda_{Ca^{2+}} + C \lambda_{Cl^-}$$

7- حساب كمية مادة الغاز المتشكل عند اللحظة $t = 180s$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد:

$$P = 5,5 \cdot 10^4 = 2,75 \cdot 10^4 Pa$$

- حساب التقدم x عند اللحظة السابقة:

$$n(H_2) = x = 1,23 \cdot 10^{-7} P = 1,23 \cdot 10^{-7} \cdot 2,75 \cdot 10^4 = 3,38 \cdot 10^{-3} mol$$

- حساب تركيز شوارد المغنيزيوم $[Mg^{2+}]$:

$$[Mg^{2+}] = \frac{n}{V'} = \frac{x}{V'} = \frac{3,38 \cdot 10^{-3}}{0,2} = 16,9 mmol/L$$

تمرين 11

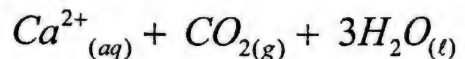
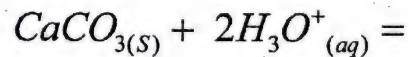
نضع في حوجلة زجاجية بها الحجم $V = 100mL$

من محلول حمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$

تركيزه $C = 0,1 mol/L$ كتلة قدرها $m = 2g$

من كربونات الكالسيوم $CaCO_3$.

نمذج التفاعل الحادث بالمعادلة الكيميائية التالية:



تم قياس التقدم x للتفاعل السابق بدلالة الزمن فحصلنا على الجدول التالي:

| $t(s)$ | 0 | 40 | 60 | 80 | 100 | 140 | 200 | 260 | 320 | 360 |
|---------------|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $x(mmol)$ | 0 | 2,00 | 2,58 | 2,95 | 3,23 | 3,64 | 4,09 | 4,46 | 4,70 | 4,83 |
| $\sigma(S/m)$ | | | | | | | | | | |

1- أ- لماذا يمكن متابعة تطورات هذا التفاعل بقياس

الناقلية النوعية σ ؟

ب- ما هي الشوارد المتواجدة في الوسط التفاعلي محددًا

الشاردة الحاملة كيميائيا؟

إذن شوارد الهيدرونيوم متفاعل محد ويكون

$$\frac{x_{\max}}{2} = 0,0025 \text{ mol}$$

$$\sigma_{1/2} = 4,26 - 580 \cdot \frac{x_{\max}}{2} = 4,26 - 580 \cdot 0,0025 = 2,81 \text{ S/m}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد: $t_{1/2} = 60 \text{ s}$

4- حساب سرعة التفاعل: $\sigma = 4,26 - 580 \cdot x$

$$\frac{d\sigma}{dt} = -580 \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{580} \frac{d\sigma}{dt}$$

$$\tan \alpha = \frac{d\sigma}{dt} \quad \text{حيث:}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{1}{580} \tan \alpha \quad \text{إذن:}$$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1 = 60 \text{ s}$

$$\tan \alpha = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{2,55 - 3,10}{80 - 40} = -0,014 \text{ S/s}$$

$$v_1 = -\frac{1}{580} (-0,014) = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ mol/s}$$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 200 \text{ s}$

$$\tan \beta = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1,67 - 2,15}{260 - 140} = -0,004 \text{ S/s}$$

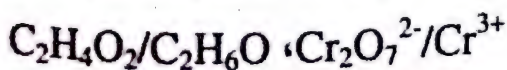
$$v_2 = -\frac{1}{580} (-0,004) = 6,9 \cdot 10^{-6} \text{ mol/s}$$

نستنتج أن سرعة التفاعل تتناقص إلى أن تنعدم في نهاية التفاعل.

التمرين 12

إن تفاعل كحول الإيثانول $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$ مع شوارد ثاني كرومات $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ بوجود حمض الكبريت المركز تفاعل بطيء وتام.

1- علما أن الشائتين الداخليتين في التفاعل هما:



$$\sigma = (C - \frac{2x}{V}) \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \frac{x}{V} \lambda_{\text{Ca}^{2+}} + C \lambda_{\text{Cl}^-}$$

$$\sigma = C \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} - \frac{2x}{V} \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \frac{x}{V} \lambda_{\text{Ca}^{2+}} + C \lambda_{\text{Cl}^-}$$

$$\sigma = C(\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}) + \frac{x}{V} (\lambda_{\text{Ca}^{2+}} - 2\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+})$$

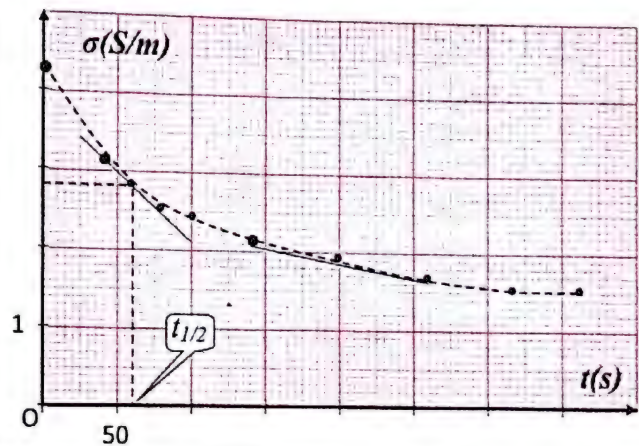
$$\sigma = 0,1 \cdot 10^3 (35 + 7,63) 10^{-3} + \frac{x}{0,1 \cdot 10^{-6}} (12 - 2 \cdot 35) \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma = 4,26 - 580 \cdot x$$

2- إكمال الجدول:

| t(s) | 0 | 40 | 60 | 80 | 100 | 140 | 200 | 260 | 320 | 360 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\sigma \text{ (S/m)}$ | 4,26 | 3,10 | 2,76 | 2,55 | 2,39 | 2,15 | 1,89 | 1,67 | 1,53 | 1,46 |

- تمثيل المنحنى $\sigma = f(t)$:



3- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل

نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

- حساب التقدم الأعظمي:

- نعتبر CaCO_3 هو الذي يختفي تماما:

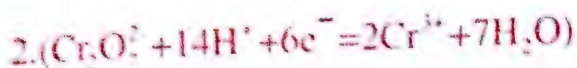
$$\frac{m}{M} - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = \frac{m}{M} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ mol}$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي التي تختفي تماما:

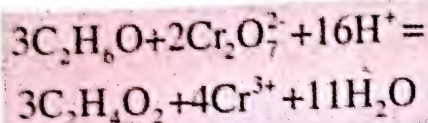
$$CV - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{CV}{2} = \frac{0,1 \cdot 0,1}{2} = 0,005 \text{ mol}$$

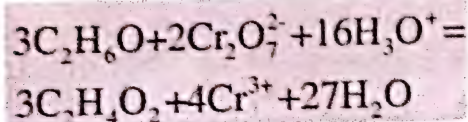
- المعادلة النصفية للإرجاع:



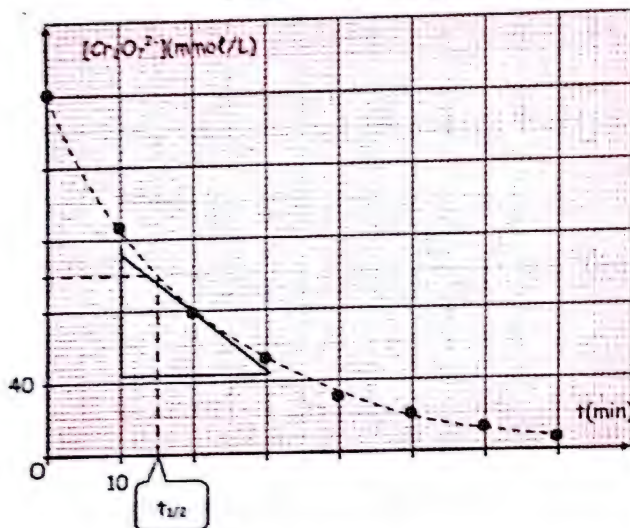
- معادلة الأكسدة - إرجاع:



إذن:



2- أ- تمثيل المنحنى $[Cr_2O_7^{2-}] = f(t)$:



ب- حساب كمية مادة الإيثانول الابتدائية:

$$n_1 = \frac{m}{M} = \frac{\rho \cdot V_1}{M} = \frac{0,8 \cdot 3,4}{46} = 0,06 \text{ mol}$$

- حساب كمية مادة شوارد ثاني الكرومات الابتدائية:

$$n_2 = C_2 V_2 = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \text{ mol}$$

ج- جدول التقدم:

| المعادلة | $C_2H_6O + 2Cr_2O_7^{2-} = 3C_2H_4O_2 + 4Cr^{3+}$ | | | |
|-------------------|---|-------------------|-------------|-------------|
| الحالة الابتدائية | n_1 | n_2 | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_1 - 3x$ | $n_2 - 2x$ | $3x$ | $4x$ |
| الحالة النهائية | $n_1 - 3x_{\max}$ | $n_2 - 2x_{\max}$ | $3x_{\max}$ | $4x_{\max}$ |

- نعتبر $Cr_2O_7^{2-}$ هو المتفاعل المحد:

$$n_2 - 2x_{\max} = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{n_2}{2} = \frac{0,02}{2} = 0,01 \text{ mol}$$

- أكتب معادلة التفاعل النمذج للتحويل السابق.

2- في اللحظة $t=0$ نمزج حجما $V_1=3,4 \text{ mL}$ من كحول

الإيثانول كتلته الحجمية $\rho = 0,8 \text{ g/mL}$ مع حجم

$V_2=100 \text{ mL}$ من محلول ثاني كرومات البوتاسيوم تركيزه

المولي $C_2=2 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L}$ في وجود حمض الكبريت

المركز الموجود بزيادة، ثم نتابع تطور $[Cr_2O_7^{2-}]$ في المزيج

الذي نعتبر حجمه $V \approx 100 \text{ mL}$ خلال أزمنة مختلفة

فنهصلنا على النتائج المدونة في الجدول التالي:

| $t(\text{min})$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
|---------------------------------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| $[Cr_2O_7^{2-}](\text{mmol/L})$ | 200 | 126 | 80 | 52 | 32 | 20 | 12 | 6 |

أ- أرسم المنحنى البياني $[Cr_2O_7^{2-}] = f(t)$

ب- أحسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات.

ج- هل المزيج ستوكيوميتري؟

د- بين أن التقدم x للتفاعل يعطى بالعلاقة:

$$x = \frac{V_T}{2} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}])$$

3- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته بيانيا.

4- أعط عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[Cr_2O_7^{2-}]$

ثم أحسب قيمتها عند اللحظة $t=20 \text{ min}$.

- كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل خلال الزمن؟

5- هل يمكن متابعة تطور هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية؟

علل.

يعطى: $M_C = 12 \text{ g/mol}$

$M_H = 1 \text{ g/mol}$

$M_O = 16 \text{ g/mol}$

الحل:

1- كتابة معادلة التفاعل:

- المعادلة النصفية للأكسدة:



$$v = -\frac{1}{2} \frac{d[S_2O_8^{2-}]}{dt} = -\frac{1}{2} \left(-\frac{5.2-126}{20} \right) = 1.85 \text{ mmol/L} \cdot \text{min}$$

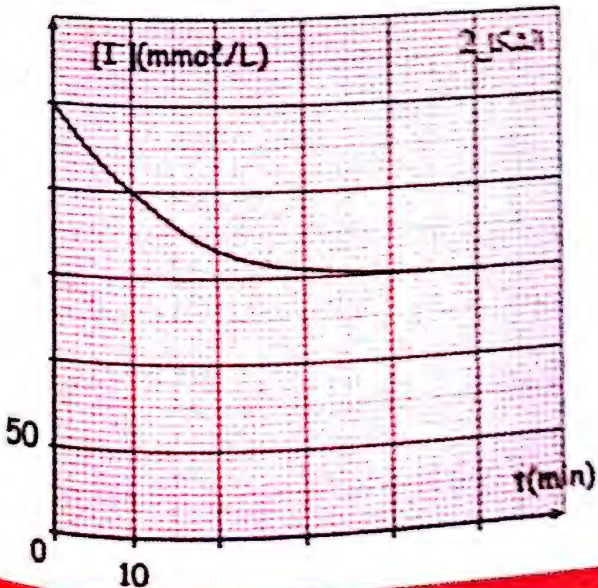
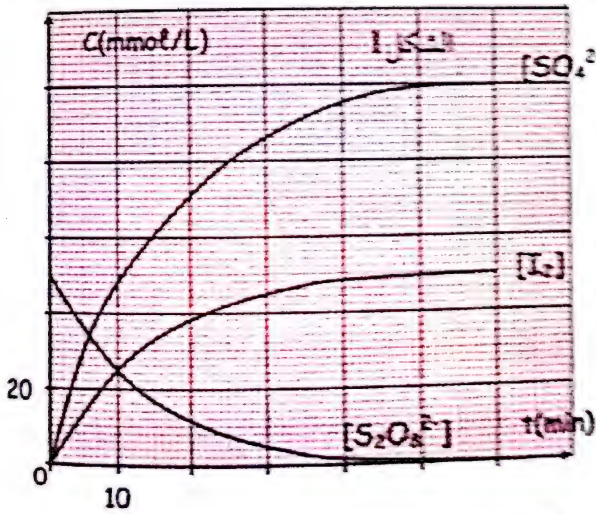
- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

5- يمكن متابعة تطور هذا التفاعل بواسطة قياس الناقلية لأن الوسط التفاعلي يحتوي على شوارد التي تتحكم في قيمة الناقلية.

التمرين 13

عند درجة حرارة 30°C نجري تفاعل أكسدة وإرجاع وذلك بمزج عند اللحظة $t=0$ حجما $V_1=50\text{mL}$ من محلول بيروكسوديكرينات البوتاسيوم $(2K^+ + S_2O_8^{2-})_{aq}$ تركيزه المولي C_1 مع $V_2=50\text{mL}$ من محلول يود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)_{aq}$ تركيزه المولي C_2 .

المتابعة الزمنية لتطور هذا التحول الكيميائي مكنت من رسم الشكلين التاليين:



- نعتبر C_2H_6O هو المتفاعل المحد:

$$n_1 - 3x_{\max} = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{n_1}{3} = \frac{0.06}{3} = 0.02 \text{ mol}$$

- إذن $x_{\max} = 0.01 \text{ mol}$ متفاعل محد ويكون
و بالتالي المزيج ليس ستوكيومري لأنه يوجد متفاعل محد

$$x = \frac{V_T}{2} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}])$$

$$[Cr_2O_7^{2-}] = \frac{n_2 - 2x}{V_T} = \frac{n_2}{V_T} - \frac{2x}{V_T} = [Cr_2O_7^{2-}]_0 - \frac{2x}{V_T}$$

$$\frac{2x}{V_T} = [Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}]$$

$$x = \frac{V_T}{2} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}]) \quad \text{إذن:}$$

3- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

$$[Cr_2O_7^{2-}] = \frac{n_2 - 2x}{V_T}$$

تحديده بيانيا:

$$[Cr_2O_7^{2-}]_{1/2} = \frac{n_2 - 2 \frac{x_{\max}}{2}}{V_T} = \frac{n_2 - x_{\max}}{V_T} = \frac{0.02 - 0.01}{0.1}$$

$$= 0.1 \text{ mol/L} = 100 \text{ mmol/L}$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_{1/2} = 15 \text{ min}$

4- عبارة السرعة الحجمية للتفاعل بدلالة $[Cr_2O_7^{2-}]$:

$$v = \frac{1}{V_T} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V_T} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{V_T}{2} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}]) \right)$$

$$= \frac{1}{V_T} \cdot \frac{V_T}{2} \frac{d}{dt} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}])$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} ([Cr_2O_7^{2-}]_0 - [Cr_2O_7^{2-}])$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} ([Cr_2O_7^{2-}]_0) - \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} ([Cr_2O_7^{2-}])$$

$$v = -\frac{1}{2} \frac{d([Cr_2O_7^{2-}])}{dt} \quad \text{إذن:}$$

- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=20 \text{ min}$

$$C_1 = [S_2O_8^{2-}]_0 \cdot \frac{V_T}{V_1} = 50 \cdot \frac{0,1}{0,05} = 100 \text{ mmol / L}$$

$$[I^-]_0 = 50,5 = 250 \text{ mmol / L} = \frac{C_2 V_2}{V_T}$$

$$C_2 = [I^-]_0 \cdot \frac{V_T}{V_2} = 250 \cdot \frac{0,1}{0,05} = 500 \text{ mmol / L}$$

4- جدول التقدم:

| المعادلة | $S_2O_8^{2-} + 2I^- = 2SO_4^{2-} + I_2$ | | | |
|-------------------|---|-----------------------|-------------|------------|
| الحالة الابتدائية | $C_1 V_1$ | $C_2 V_2$ | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $C_1 V_1 - x$ | $C_2 V_2 - 2x$ | $2x$ | x |
| الحالة النهائية | $C_1 V_1 - x_{\max}$ | $C_2 V_2 - 2x_{\max}$ | $2x_{\max}$ | x_{\max} |

-نعتبر شوارد البيروكسوديكبريتات هي المتفاعل المحد:

$$C_1 V_1 - x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = C_1 V_1 = 0,1 \cdot 0,05 = 5 \text{ mmol}$$

-نعتبر شوارد اليود هي المتفاعل المحد:

$$C_2 V_2 - 2x_{\max} = 0$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{C_2 V_2}{2} = \frac{0,5 \cdot 0,05}{2} = 12,5 \text{ mmol}$$

إذن شوارد $S_2O_8^{2-}$ هي المتفاعل المحد ويكون

$$x_{\max} = 12,5 \text{ mmol}$$

5- عبارة سرعة تقدم التفاعل بدلالة $[I^-]$

$$v(I^-) = -\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{C_2 V_2 - 2x}{V_T} \right) = -\frac{d}{dt} \left(\frac{C_2 V_2}{V_T} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{2x}{V_T} \right)$$

$$v(I^-) = \frac{2}{V_T} \frac{dx}{dt}$$

$$-\frac{d[I^-]}{dt} = \frac{2}{V_T} \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\frac{d[I^-]}{dt} \cdot \frac{V_T}{2}$$

عند اللحظة:

$$\frac{d[I^-]}{dt} = -\frac{50}{24} = -2,1 \text{ mmol / (L.min)} \quad t=20 \text{ min}$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -(-2,1) \cdot \frac{0,1}{2} = 0,105 \text{ mmol / min}$$

1- أعط تعريفا لكل من المؤكسد و المرجع.

2- إعتما على الشكلين 1 و 2 :

أ- حدد نواتج التفاعل ثم أكتب الشائتين (ox/red).

ب- أكتب المعادلتين النصفيتين للأكسدة والإرجاع ثم معادلة الأكسدة الإرجاعية.

3- أكتب عبارة التركيز الابتدائي $[S_2O_8^{2-}]_0$ بدلالة C_1 ،

V_T ، V_1 و عبارة التركيز الابتدائي $[I^-]_0$ بدلالة C_2 ، V_2 ،

V_T ثم أحسب قيمتي C_1 و C_2 حيث $V_T = V_1 + V_2$.

4- أجز جدولاً لتقدم التفاعل ثم عين المتفاعل المحد.

5- عير عن سرعة تقدم التفاعل بدلالة $[I^-]$ ثم أحسب

قيمتها عند اللحظة $t=20 \text{ min}$.

6- عرّف زمن نصف التفاعل ثم أوجد قيمته مبينا الطريقة

التيعة.

الحل:

1- المؤكسد هو الفرد الكيميائي القادر على إكتساب إلكترونات

خلال تفاعل كيميائي و المرجع هو الفرد الكيميائي القادر على

فقدان الإلكترونات.

2- إعتما على الشكلين 1 و 2 نواتج التفاعل هي SO_4^{2-} و I_2

لأن تركيزهما يزداد تدريجيا مع مرور الوقت.

- الشائتين (ox/red) الداخلتين في التفاعل هما:



ب- المعادلة النصفية للأكسدة هي: $2I^- = I_2 + 2e^-$

للمعادلة النصفية للإرجاع هي: $S_2O_8^{2-} + 2e^- = 2SO_4^{2-}$

معادلة الأكسدة - الإرجاع هي: $S_2O_8^{2-} + 2I^- = 2SO_4^{2-} + I_2$

3- عبارة $[S_2O_8^{2-}]_0$ هي: $[S_2O_8^{2-}]_0 = \frac{C_1 V_1}{V_T}$

عبارة $[I^-]_0$ هي: $[I^-]_0 = \frac{C_2 V_2}{V_T}$

حساب C_1 و C_2 :

$$[S_2O_8^{2-}]_0 = 20 \cdot 2,5 = 50 \text{ mmol / L} = \frac{C_1 V_1}{V_T}$$

ج- علما أن السرعة الحجمية لاختفاء شوارد الهيدرونيوم في اللحظة $t=0$ هي $v_{H_3O^+} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol / L} \cdot \text{min}$

- أحسب السرعة الحجمية للتفاعل في نفس اللحظة.

4- من أجل التجربة الثانية:

أ- أكتب العلاقة بين التقدم و ضغط الغاز.

ب- أحسب قيمة التقدم عندما يكون الضغط في الإناء

$$P = 1240 \text{ hPa}$$

ج- أحسب قيمة الضغط في الإناء عند نهاية التفاعل.

$$R = 8.31 \text{ SI}, M_{Mg} = 24 \text{ g/mol}$$

الحل

1- حساب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات:

$$n(Mg) = \frac{m}{M} = \frac{1}{24} = 0,042 \text{ mol}$$

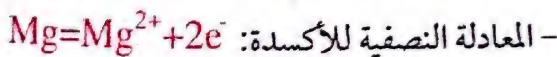
$$n_1(H_3O^+) = C_1 V_1 = 0,1 \cdot 0,03 = 0,003 \text{ mol}$$

$$n(Mg) = 0,042 \text{ mol}$$

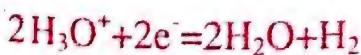
$$n_2(H_3O^+) = C_2 V_2 = 0,1 \cdot 0,1 = 0,01 \text{ mol}$$

2- جدول التقدم:

معادلة التفاعل المنمذج للتحويل السابق هي :



- المعادلة النصفية للأكسدة:



- معادلة الأكسدة والإرجاع:



التجربة الأولى:

| المعادلة | $Mg + 2H_3O^+ = Mg^{2+} + H_2$ | | | |
|-------------------|--------------------------------|-----------------------------------|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | n | n ₁ | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | n-x | n ₁ -2x | x | x |
| الحالة النهائية | n-x _{max} | n ₁ -2x _{max} | x _{max} | x _{max} |

6- من نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي في تفاعل تام.

$$\frac{x_{max}}{2} = 5 \text{ mmol} \Rightarrow \frac{x_{max}}{2} = 2,5 \text{ mmol}$$

في عبارة [I] نجد:

$$[I_2]_{1/2} = \frac{x_{max} / 2}{V_r} = \frac{2,5}{0,1} = 25 \text{ mmol / L}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد $t_{1/2} = 10 \text{ min}$

التمرين 14

ندرس تفاعل المغنيزيوم مع محلول حمض كلور الهيدروجين.

أجرى فوجان من التلاميذ التجريبتين التاليتين:

الفوج الأول:

قام بوضع قطعة من المغنيزيوم كتلتها $m = 1 \text{ g}$ في إناء يحتوي على

حجم $V_1 = 30 \text{ mL}$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه

المولي $C_1 = 0,1 \text{ mol / L}$ ، ثم يقوم من حين لآخر بقياس pH

المزيج فحصل على النتائج التالية:

| t(min) | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| pH | 1,0 | 1,3 | 1,6 | 2,0 | 2,4 | 3,4 |

الفوج الثاني:

قام بوضع قطعة من المغنيزيوم كتلتها $m = 1 \text{ g}$ في إناء يحتوي على

حجم $V_2 = 100 \text{ mL}$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه

المولي $C_2 = 0,1 \text{ mol / L}$ ، ثم وصل الإناء بإناء آخر حجمه

$V = 300 \text{ mL}$ لجمع الغاز المنطلق وزود هذا الأخير بمقياس

الضغط.

الضغط الجوي $P = 1010 \text{ hPa}$ و درجة الحرارة $\theta = 20^\circ \text{ C}$.

1- أحسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلين في كل تجربة.

2- أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل في كل تجربة.

3- من أجل التجربة الأولى:

أ- أوجد العلاقة بين التقدم والتركيز المولي لشوارد الهيدرونيوم

في كل لحظة.

ب- أوجد قيمة التقدم في اللحظة $t = 9 \text{ min}$.

- هل ينتهي التفاعل في هذه اللحظة؟ علل.

4-أ- العلاقة بين التقدم x و الضغط P :

$$P(H_2)V = nRT$$

$$n = x = \frac{P(H_2)V}{RT}$$

$$x = P(H_2) \frac{300.10^{-6}}{8,31.(273 + 20)} = 1,23.10^{-7} P(H_2)$$

ب- حساب قيمة التقدم لما $P = 1240 \text{ hPa}$

$$P(H_2) = P - P_{\text{atm}} = 1240 - 1010 = 230 \text{ hPa} \\ = 230.10^2 \text{ Pa}$$

$$x = 1,23.10^{-7} . 230.10^2 = 2,83.10^{-3} \text{ mol}$$

ج- حساب قيمة الضغط في الإناء عند نهاية التفاعل:
إيجاد التقدم الأعظمي:

- نعتبر معدن المغنيزيوم هو المتفاعل المحد:

$$x_{\text{max}} = n = 0,042 \text{ mol}$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد:

$$x_{\text{max}} = \frac{n_1}{2} = \frac{0,01}{2} = 5.10^{-3} \text{ mol}$$

ومنه الشوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد ويكون:

$$x_{\text{max}} = 5.10^{-3} \text{ mol}$$

- حساب قيمة ضغط غاز الهيدروجين:

$$P(H_2) = \frac{x_{\text{max}} . RT}{V} = \frac{5.10^{-3} . 8,31 . 298}{300.10^{-6}} = 41273 \text{ Pa}$$

- حساب قيمة الضغط في الإناء:

$$P = P_{\text{atm}} + P(H_2) = 101000 + 41273 = 142273 \text{ Pa}$$

التمرين 15

الليكول Lugol مادة مطهرة تباع عند الصيدليات مكوّنها الأساسي هو ثنائي اليود $I_{2(aq)}$ (نذكر أن محلول ثنائي اليود يتميز بلونه البني).

عند درجة الحرارة 20°C ، نغمر صفيحة من الزنك $Zn_{(s)}$ في كأس يحتوي على حجم $V = 250 \text{ mL}$ من الليكول حيث التركيز الابتدائي لثنائي اليود $C_0 = 2,00.10^{-2} \text{ mol/L}$

| المعادلة | $Mg + 2H_3O^+ = Mg^{2+} + H_2$ | | | |
|-------------------|--------------------------------|-----------------------|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | n | n_2 | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n-x$ | n_2-2x | x | x |
| الحالة النهائية | $n-x_{\text{max}}$ | n_2-2x_{max} | x_{max} | x_{max} |

3-أ- العلاقة بين التقدم x و $[H_3O^+]$

$$[H_3O^+] = \frac{n_1 - 2x}{V_1} \rightarrow [H_3O^+] . V_1 = n_1 - 2x$$

$$x = \frac{n_1 - [H_3O^+] . V_1}{2} \quad \text{إذن:}$$

ب- إيجاد قيمة التقدم عند اللحظة $t = 9 \text{ min}$:

$$x = \frac{0,003}{2} - \frac{10^{-3,4} . 0,03}{2} = 1,5.10^{-3} \text{ mol}$$

إيجاد التقدم الأعظمي:

- نعتبر معدن المغنيزيوم هو المتفاعل المحد:

$$x_{\text{max}} = n = 0,042 \text{ mol}$$

- نعتبر شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد:

$$x_{\text{max}} = \frac{n_1}{2} = \frac{0,003}{2} \approx 1,5.10^{-3} \text{ mol}$$

ومنه شوارد H_3O^+ هي المتفاعل المحد ويكون:

$$x_{\text{max}} = 1,5.10^{-3} \text{ mol}$$

- بما أنه عند اللحظة $t = 9 \text{ min}$ يكون $x = x_{\text{max}}$ فإن التفاعل بلغ حده عند تلك اللحظة.

ج- حساب سرعة التفاعل عند نفس اللحظة:

$$v(H_3O^+) = -\frac{d[H_3O^+]}{dt} \\ = -\frac{d}{dt} \left(\frac{n_1 - 2x}{V_1} \right) = -\frac{1}{V_1} \cdot \frac{dn_1}{dt} + \frac{2}{V_1} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$v(H_3O^+) = 2v$$

$$v = \frac{v(H_3O^+)}{2} = \frac{5,5.10^{-2}}{2}$$

$$= 2,75.10^{-2} \text{ mol / (L.min)}$$

6-1/ هل يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس الناقلية؟
علل.

ب/ أوجد العلاقة بين الناقلية σ و التقدم X .

يعطى:

$$\lambda_{I_2} = 7,7 \text{ mS.m}^2/\text{mol}, \lambda_{Zn^{2+}} = 10,6 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$$

الحل:

1- حساب كمية المادة الابتدائية المتواجدة في المحلول:

$$n_0 = C_0 \cdot V_0 = 2,00 \times 10^{-2} \times 0,25 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

2- جدول التقدم:

| المعادلة | I_2 | Zn | $=$ | $2I^-$ | Zn^{2+} |
|-------------------|------------------|------------------|-----|-------------|------------|
| الحالة الابتدائية | n_0 | n_1 | | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $n_0 - x$ | $n_1 - x$ | | $2x$ | x |
| الحالة النهائية | $n_0 - x_{\max}$ | $n_1 - x_{\max}$ | | $2x_{\max}$ | x_{\max} |

3-1- العلاقة بين x و $[I_2]$:

$$n(I_2) = n_0 - x(t) \longrightarrow [I_2] = \frac{n_0 - x(t)}{V_0}$$

$$[I_2] = \frac{C_0 V_0 - x}{V_0} = C_0 - \frac{x}{V_0}$$

ب- التقدم الأعظمي:

$$n_0 - x_{\max} = 0 \text{ بما أن ثنائي اليود متفاعل محد فإن:}$$

$$x_{\max} = n_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

4-1- حساب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة

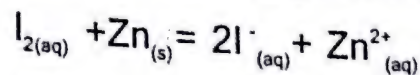
$$t = 400 \text{ s}$$

$$\frac{1}{V_0} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{0,25} \cdot \frac{1,2 \cdot 10^{-3}}{400 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol/(L.s)}$$

ب- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل تدريجياً إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

ج- زمن نصف التفاعل: هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

التحول الكيميائي بين اليكول و الزنك تحول بطيء و يمكن نمذجته بالمعادلة الكيميائية التالية:



1- أحسب كمية المادة الابتدائية المتواجدة في المحلول.

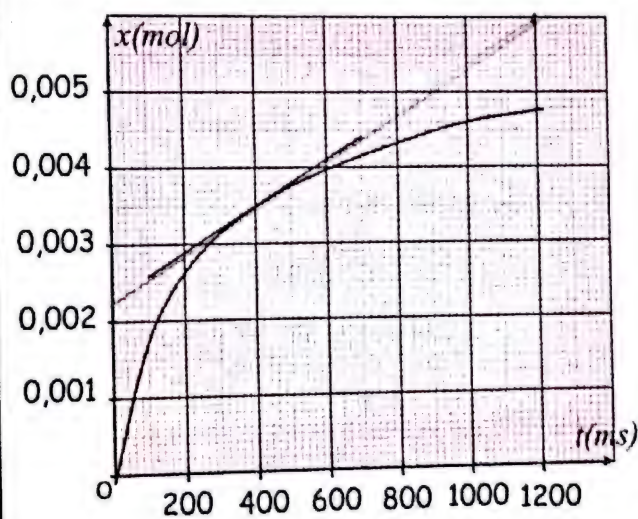
2- أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل $x(t)$ للجملة الكيميائية الكأس حيث نعتبر ثنائي اليود متفاعل محد.

3-1/ أوجد العلاقة بين التقدم $x(t)$ و كمية مادة ثنائي اليود عند اللحظة (t) ثم إستنتج العلاقة بين $x(t)$ و $[I_{2(aq)}]$ التركيز المولي لثنائي اليود عند اللحظة (t) .

ب/ أوجد التقدم الأعظمي x_{\max} .

4- نحتفظ بدرجة الحرارة ثابتة و نتابع تطور تركيز ثنائي اليود المتبقي في الكأس بواسطة المعايرة.

يمثل المنحنى التالي تغيرات التقدم $x(t)$ بدلالة الزمن (t) :



1/ أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 400 \text{ s}$

ب/ كيف تتطور السرعة الحجمية للتفاعل عبر الزمن؟
ج/ عرّف و حدّد زمن نصف التفاعل.

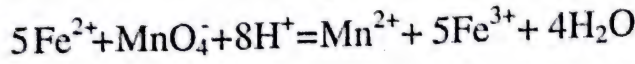
5- نعيد التجربة السابقة عند درجة حرارة 30°C ونحافظ على نفس الشروط السابقة.

1/ كيف تؤثر درجة الحرارة على سرعة التفاعل؟
فسر ذلك مجهرياً.

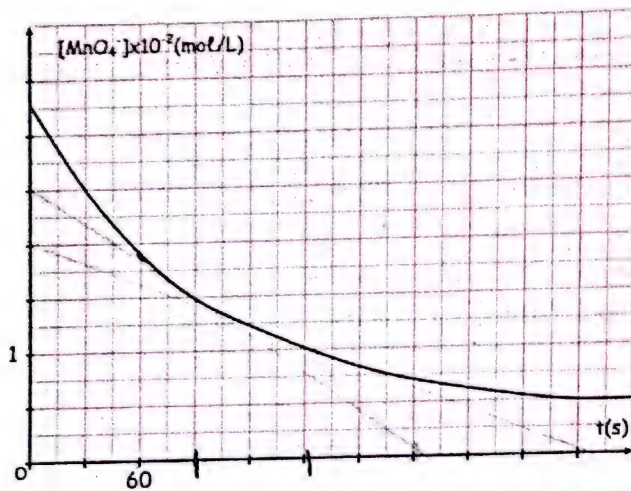
ب/ مثل كيفياً على المنحنى السابق تغيرات التقدم $x(t)$ بدلالة الزمن (t) .

لمتابعة تطور هذا التفاعل نأخذ خلال أزمنة مختلفة t حجما V للمزيج ثم نعاير كمية شوارد MnO_4^- المتبقية بواسطة محلول لكبريتات الحديد الثنائية ذو التركيز $C=0,25 \text{ mol/L}$ ، حيث هذا التفاعل سريع و تام.

المعادلة النمذجة للتفاعل هي:



نتائج القياس مكنتنا من رسم المنحنى $(MnO_4^-) = f(t)$ الممثل في الشكل التالي:



1-أ/ ما هو البروتوكول التجريبي الذي يمكن اتباعه في

المعايرة؟

ب/ كيف يمكن التعرف على حدوث التكافؤ؟

2-أ/ عرف السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^-

واحسب قيمتها في اللحظتين $t_1=90s$ و $t_2=150s$

ب/ كيف تتغير هذه السرعة؟

3-أ/ أنشئ جدولا لتقدم التفاعل المدروس ثم بين أنه في

أي لحظة t :

$$[MnO_4^-] = [MnO_4^-]_0 - \frac{1}{5}[CO_2]$$

حيث $[MnO_4^-]_0$ يمثل التركيز في اللحظة $t=0$.

ب/ أوجد عبارة السرعة الحجمية لتشكل CO_2 و احسبها

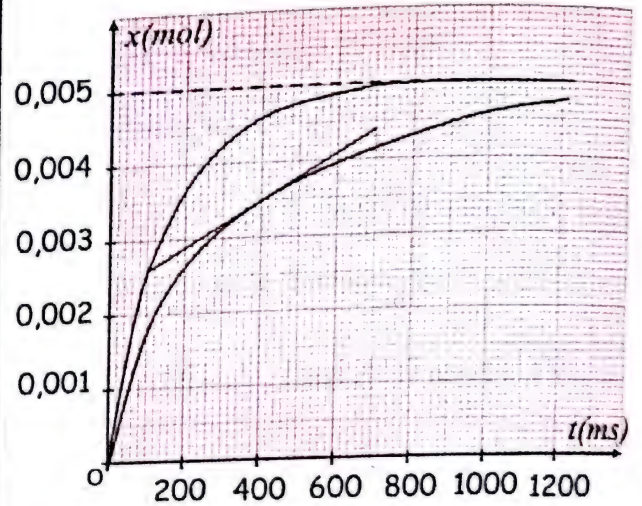
في اللحظة $t_1=90s$.

4-أ/ أكتب عبارة حجم محلول كبريتات الحديد الثنائي V_e

المضاف لكي نحصل على نقطة التكافؤ في اللحظة t

$$\frac{x_{\max}}{2} = 0,0025 \text{ mol} \rightarrow t_{1/2} \approx 200 \text{ s}$$

5-أ/ درجة الحرارة عامل حركي وبالتالي تسرع التفاعل لأنه أثناء إزداد درجة الحرارة يزداد تواتر الاصطدامات الفعالة.
ب- تمثيل المنحنى كينيا:



6-أ/ يمكن متابعة هذا التحول بواسطة قياس الناقلية لوجود شوارد I^- و Zn^{2+} في الوسط التفاعلي والتي تتحكم في قياس الناقلية.

ب/ العلاقة بين الناقلية σ و التقدم x

$$\sigma = \lambda_{Zn^{2+}} \cdot [Zn^{2+}] + \lambda_{I^-} \cdot [I^-]$$

$$\sigma = \lambda_{Zn^{2+}} \cdot \frac{x(t)}{V} + \lambda_{I^-} \cdot \frac{2x(t)}{V} = (\lambda_{Zn^{2+}} + 2\lambda_{I^-}) \cdot \frac{x(t)}{V}$$

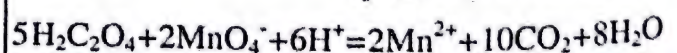
$$\sigma = (10,6 + 2 \cdot 7,7) \times 10^{-3} \cdot \frac{x(t)}{250 \times 10^{-6}}$$

$$\sigma = 104 \cdot x(t)$$

التمرين 16

نمزج في لحظة $t=0$ وفي درجة حرارة ثابتة T_1 حجما V_1 من محلول برمغنات البوتاسيوم ($K^+ + MnO_4^-$) تركيزه C_1 ، مع حجم V_2 من محلول حمض الأكساليك $H_2C_2O_4$ تركيزه C_2 في وسط حمضي.

المعادلة النمذجة للتفاعل هي:



بدلالة $[MnO_4^-] \cdot V_e \cdot C$

ب/ أحسب قيمة هذا الحجم V_e في اللحظة $t_2 = 150s$ حيث $V' = 50mL$.

5- نعيد نفس التجربة في درجة حرارة $T_2 > T_1$ حيث $[MnO_4^-] = f(t)$ الشكل المنحني الجديد.

الحل:

1. أ/ في بيشر موضوع فوق مخلوط مغناطيسي، نضع حجما V' من محلول المزيغ الناتج عن التحول الأول. نسكب تدريجيا محلول كبريتات الحديد الثنائية بواسطة سحاحة مدرجة. ب/ عند حدوث التغير اللوني نوقف عملية السكب، عندها نكون عند نقطة التكافؤ (يتغير اللون من البنفسجي إلى البرتقالي).

2. أ/ تعرف السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^- بالعلاقة التالية: $v(MnO_4^-) = - \frac{d[MnO_4^-]}{dt}$ وهي تمثل ميل المنحني $[MnO_4^-] = f(t)$ عند اللحظة t . عند اللحظة $t = 90s$.

$$v_{90} = \frac{1,4,0,5 \cdot 10^{-2}}{2,2,30} = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ mol / (L.s)}$$

عند اللحظة $t = 150s$.

$$v_{150} = \frac{0,7,0,5 \cdot 10^{-2}}{1,8,30} = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ mol / (L.s)}$$

ب/ تتناقص السرعة الحجمية لإختفاء شوارد MnO_4^- مع مرور الزمن إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

3. أ/ جدول التقدم للتحول الأول:

| المعادلة | $5H_2C_2O_4 + 2MnO_4^- = 2Mn^{2+} + 10CO_2$ | | | |
|-------------------|---|------------------|------------|-------------|
| الحالة الابتدائية | n_1 | n_2 | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_1 - 5x$ | $n_2 - 2x$ | $2x$ | $10x$ |
| الحالة النهائية | $n_1 - 5x_{max}$ | $n_2 - 2x_{max}$ | $2x_{max}$ | $10x_{max}$ |

$$[MnO_4^-] = [MnO_4^-]_0 - \frac{1}{5} [CO_2]$$

$$[CO_2] = \frac{10x}{V} \rightarrow \frac{x}{V} = \frac{[CO_2]}{10} \text{ لدينا: من جهة ثانية}$$

$$[MnO_4^-] = \frac{n_2 - 2x}{V} = \frac{n_2}{V} - \frac{2x}{V}$$

$$= [MnO_4^-]_0 - 2 \frac{[CO_2]}{10}$$

$$= [MnO_4^-]_0 - \frac{[CO_2]}{5}$$

ب/ عبارة السرعة الحجمية لتشكل CO_2 من العلاقة السابقة:

$$[CO_2] = 5([MnO_4^-]_0 - [MnO_4^-])$$

$$\frac{d[CO_2]}{dt} = \frac{d}{dt} (5([MnO_4^-]_0 - [MnO_4^-])) \text{ و عليه:}$$

$$\frac{d[CO_2]}{dt} = 5 \frac{d[MnO_4^-]_0}{dt} - 5 \frac{d[MnO_4^-]}{dt}$$

$$= 5 \left(- \frac{d[MnO_4^-]}{dt} \right) = 5v(MnO_4^-)$$

$$v(CO_2) = 5,1,1 \cdot 10^{-4} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol / (L.s)}$$

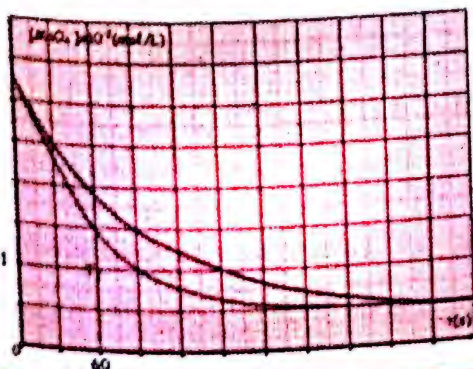
4. أ/ من المعادلة 2:

$$\frac{CV_e}{5} = \frac{[MnO_4^-]V'}{1} \rightarrow V_e = \frac{5[MnO_4^-]V'}{C}$$

ب/ حساب V_e عند اللحظة $t = 150s$

$$V_e = \frac{5,1 \cdot 10^{-2} \cdot 0,05}{0,25} = 0,01L = 10mL$$

5 شكل المنحني الجديد:



التمرين 17

1-5- عرّف السرعة الحجمية للتفاعل ثم حددها عند اللحظة $t = 3 \text{ min}$.

2-5- كيف تتطور هذه السرعة مع مرور الوقت ؟

3-5- عرّف زمن نصف التفاعل ثم قدر قيمته.

4-5- نجري نفس التجربة في درجة حرارة مرتفعة.

أ / مثل كيفية تغيرات الناقلية النوعية σ الجديدة بدلالة الزمن t .

ب / كيف تفسر ذلك مجهريا ؟

يعطى: الكتلة المولية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان هي:

$M = 92 \text{ g/mol}$ وكتلته الحجمية هي: $\rho = 0,85 \text{ g/mL}$

$\lambda_{\text{Cl}^-} = 7,63 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$, $\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} = 35 \text{ mS.m}^2/\text{mol}$

الحل:

1- حساب كمية المادة الابتدائية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان الموجود في البيشر:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{\rho \cdot V}{M} = \frac{1,0,85}{92} = 9,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$\left. \begin{array}{l} n \rightarrow 25 \text{ mL} \\ n_0 \rightarrow 5 \text{ mL} \end{array} \right\} n_0 = \frac{n \cdot 5}{25} = \frac{9,2}{5} = 1,8 \text{ mmol}$$

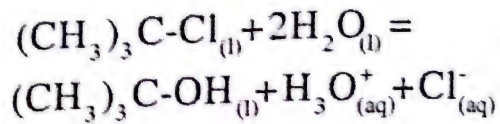
2- جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{C}_4\text{H}_9\text{Cl} + 2\text{H}_2\text{O} = \text{C}_4\text{H}_9\text{OH} + \text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$ | | | | |
|-------------------|--|-------|------------------|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | n_0 | زيادة | 0 | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $n_0 - x$ | زيادة | x | x | x |
| الحالة النهائية | $n_0 - x_{\text{max}}$ | زيادة | x_{max} | x_{max} | x_{max} |

3- إيجاد عبارة الناقلية النوعية σ :

$$\begin{aligned} \sigma &= [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + [\text{Cl}^-] \cdot \lambda_{\text{Cl}^-} \\ &= \frac{x}{V} \lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \frac{x}{V} \lambda_{\text{Cl}^-} = \frac{x}{V} (\lambda_{\text{H}_3\text{O}^+} + \lambda_{\text{Cl}^-}) \\ &= \frac{x}{205 \cdot 10^{-6}} (35 + 7,63) \cdot 10^{-3} = 207,95 \times \end{aligned}$$

يتفاعل 2- كلورو 2- ميثيل بروبان مع الماء فيعطي كحولا 2- كلورو 2- ميثيل بروبان 2- أول حيث يكون التفاعل بطيئا و تاما، نمذجه بالمعادلة التالية:



نضع في حوجلة مدرجة 1,0 mL من 2- كلورو 2- ميثيل بروبان و كمية من الأسيتون لتحصل على حجم 25,0 mL من المحلول (S).

نضع في بيشر 200,0 mL من الماء المقطر بعد ذلك نغمس جهاز قياس الناقلية عند اللحظة $t = 0$ نشغل

المقايية ونضيف 5,0 mL من المحلول (S) في البيشر الموضوع فوق مخلوط مغناطيسي يسمح بمزج مكونات المحلول جيدا، ونقيس قيمة الناقلية للمخيلط بعد مرور الزمن.

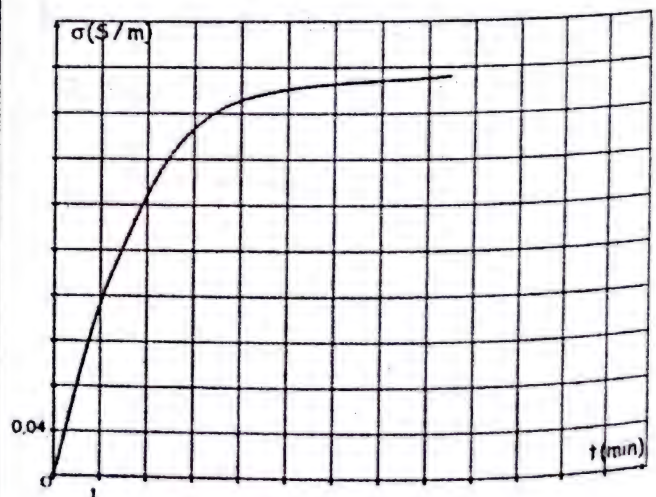
1- بين أن الكمية الابتدائية لـ 2- كلورو 2- ميثيل بروبان في الخيلط الموجود في البيشر هي: $n_0 = 1,8 \text{ mmol}$.

2- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل السابق.

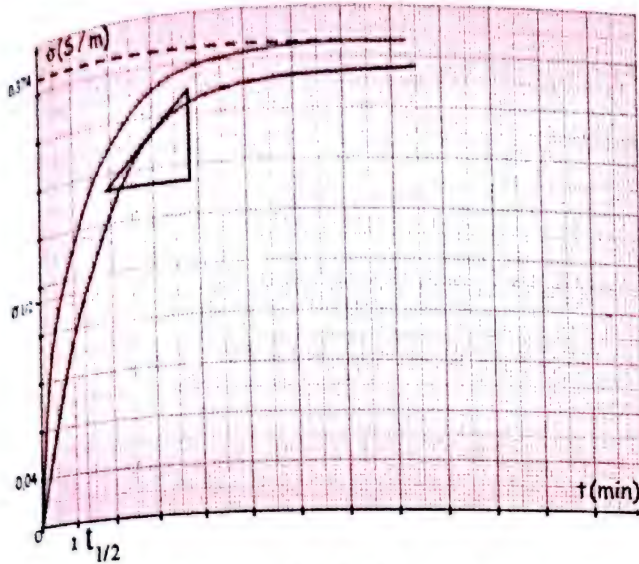
3- أوجد عبارة الناقلية النوعية σ للمزيج بدلالة التقدم x .

4- تأكد أن هذا التحول تام علما أن $\sigma_{\text{max}} = 0,374 \text{ S/m}$.

5- نتائج الدراسة السابقة أدت إلى تمثيل البيان $\sigma = f(t)$ التالي:



4-5- أتمثيل البيان الجديد من أجل درجة حرارة أكبر:



ب- عند إزدياد درجة الحرارة يزداد تواتر الإصطدامات الفعالة و بالتالي تزداد سرعة التفاعل.

التمرين 18

في حوجة عيارية سعتها $V_0 = 250\text{mL}$ نسكب حجبا $V = 40\text{mL}$ من محلول حمض كلور الماء $(\text{H}^+, \text{Cl}^-)_{\text{aq}}$ تركيزه المولي $C = 0,5\text{mol/L}$.
في اللحظة $t = 0$ نغمر فيه شريطا من معدن المغنيزيوم $\text{Mg}_{(\text{s})}$ كتلته $m = 0,12\text{g}$.

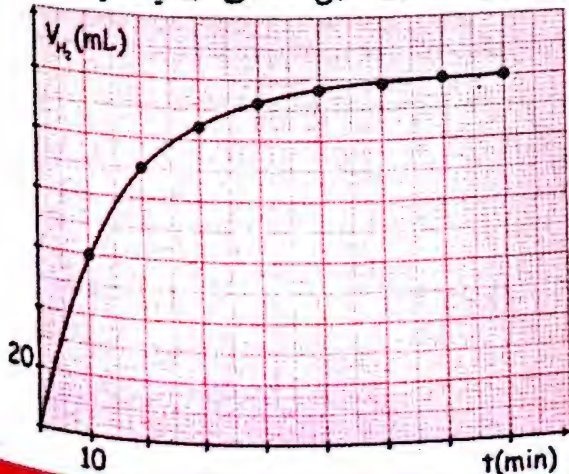
1- أرسم مخطط التجربة الذي يسمح بقياس حجم غاز ثنائي الهيدروجين الناتج.

2- أكتب معادلة التفاعل النمذج للتحول الكيميائي السابق.

3- أحسب كمية المادة الابتدائية للمتفاعلات.

4- أنشئ جدولا لتقدم التفاعل واستنتج التقدم الأعظمي.

نتائج القياس أدت إلى تمثيل المنحنى البياني التالي:



4- التأكد من أن هذا التحول تام:

$$x_{\text{max}} = \frac{\sigma_{\text{max}}}{207,95} = \frac{0,374}{207,95} = 1,8\text{mmol}$$

من جدول التقدم:

2- كلورو 2- ميثيل بروبان متفاعل محد و بالتالي:

$$n_0 - x_{\text{max}} = 0 \rightarrow x_{\text{max}} = n_0 = 1,8\text{mmol}$$

وهي مطابقة للقيمة السابقة إذن التحول تام.

1-5- تعرف السرعة الحجمية للتفاعل بالعلاقة $v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$

حيث V حجم الوسط التفاعلي.

- تحديد السرعة الحجمية للتفاعل من البيان:

$$\sigma = 207,95 x \rightarrow \frac{d\sigma}{dt} = 207,95 \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{207,95} \frac{d\sigma}{dt}$$

$$v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{V \cdot 207,95} \frac{d\sigma}{dt}$$

- حساب ميل المماس عند اللحظة $t = 3\text{min}$:

$$v \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1,8 \cdot 0,04}{1,91} = 3,8 \cdot 10^{-2} \text{ S / m.min}$$

$$v = \frac{1}{205 \cdot 10^{-3} \cdot 207,95} \cdot 3,8 \cdot 10^{-2} = 9 \cdot 10^{-4} \text{ mol / L.min}$$

2-5- تتناقص السرعة الحجمية للتفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحول.

3-5- زمن نصف التفاعل هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي.

$$x_{\text{max}} = \frac{1,8}{2} = 0,9 \text{ mmol} \quad \text{تحديد } t_{1/2} \text{ بيانيا:}$$

$$\sigma_{1/2} = 207,95 \frac{x_{\text{max}}}{2} = 207,95 \cdot 0,9 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{1/2} = 0,187 \text{ S / m}$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_{1/2} = 1,3\text{min}$

نعتبر Mg متفاعل عدد: $x_{\max} = n_1 = 0,005 \text{ mol}$
 نعتبر H^+ متفاعل عدد: $x_{\max} = \frac{n_2}{2} = \frac{0,02}{2} = 0,01 \text{ mol}$
 إذن Mg متفاعل عدد ويكون $x_{\max} = 0,005 \text{ mol}$

5- زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدة اللازمة لبلوغ التفاعل نصف تقدمه الأعظمي.

- تحديد $t_{1/2}$ بيانيا: $\frac{x_{\max}}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

$$n_{\text{H}_2} = \frac{V_{\text{H}_2}}{V_M} \longrightarrow V_{\text{H}_2} = n_{\text{H}_2} \cdot V_M$$

$V_{\text{H}_2}(t_{1/2}) = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 24 = 0,06 \text{ L} = 60 \text{ mL}$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد $t_{1/2} = 10 \text{ min}$

6- إثبات أن: $v = 0,04 \frac{dV_{\text{H}_2}}{dt}$

$n_{\text{H}_2} = x$

$\frac{dn_{\text{H}_2}}{dt} = \frac{dx}{dt}$

$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{V_{\text{H}_2}}{V_M} \right) = \frac{1}{V_M} \cdot \frac{dV_{\text{H}_2}}{dt} = \frac{1}{24} \frac{dV_{\text{H}_2}}{dt}$

$v = \frac{dx}{dt} = 0,04 \frac{dV_{\text{H}_2}}{dt}$

ب/ حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_1 = 20 \text{ min}$:

$v_1 = 0,04 \tan \alpha = 0,04 \frac{2,2 \times 20 \times 10^{-3}}{20}$

$v_1 = 0,088 \times 10^{-3} \text{ mol / min}$

- حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 40 \text{ min}$:

$v_2 = 0,04 \tan \alpha = 0,04 \frac{0,6 \times 20 \times 10^{-3}}{20}$

$v_2 = 0,024 \times 10^{-3} \text{ mol / min}$

ج/ تناقص سرعة التفاعل إلى أن تنعدم في نهاية التحويل.

5- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدده بيانيا.

6- بين أن سرعة التفاعل يمكن حسابها من العلاقة

$v = 0,04 \frac{dV_{\text{H}_2}}{dt}$ حيث V_{H_2} حجم غاز ثنائي الهيدروجين.

ب/ أحسب قيمتها عند اللحظتين $t_1 = 20 \text{ min}$

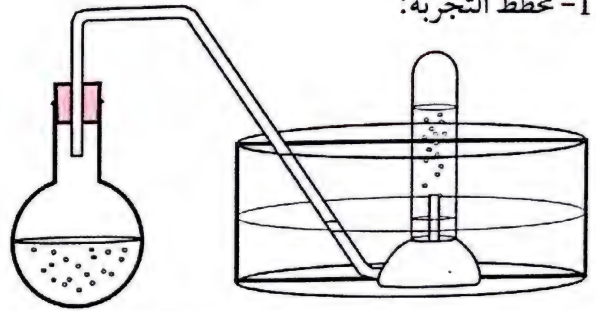
و $t_2 = 40 \text{ min}$

ج/ كيف تتغير قيمة سرعة التفاعل مع مرور الزمن؟

يعطى: $M_{\text{Mg}} = 24 \text{ g / mol}$ ، $V_M = 24 \text{ L / mol}$

الحل:

1- مخطط التجربة:



2- المعادلة النصفية للأكسدة: $\text{Mg} = \text{Mg}^{2+} + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع: $2\text{H}^+ + 2e^- = \text{H}_2$

معادلة الأكسدة-إرجاع: $\text{Mg} + 2\text{H}^+ = \text{Mg}^{2+} + \text{H}_2$

3- حساب كمية مادة المغنيزيوم الابتدائية:

$n_1 = \frac{m}{M} = \frac{0,12}{24} = 0,005 \text{ mol}$

حساب كمية مادة شوارد H^+ الابتدائية:

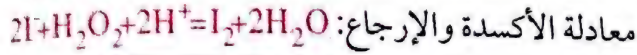
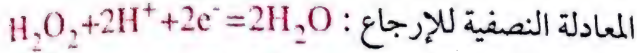
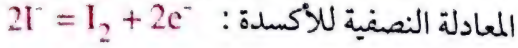
$n_2 = CV = 0,5 \cdot 0,04 = 0,02 \text{ mol}$

4- جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{Mg} + 2\text{H}^+ = \text{Mg}^{2+} + \text{H}_2$ | | | |
|-------------------|---|-------------------|------------|------------|
| الحالة الابتدائية | n_1 | n_2 | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $n_1 - x$ | $n_2 - 2x$ | x | x |
| الحالة النهائية | $n_1 - x_{\max}$ | $n_2 - 2x_{\max}$ | x_{\max} | x_{\max} |

الحل:

1- معادلة التفاعل الكيميائي :



2- جدول التقدم :

| المعادلة | $2I^- + H_2O_2 + 2H^+ = I_2 + 2H_2O$ | | | | |
|-------------------|--------------------------------------|-----------------|----------|-------|----------|
| الحالة الابتدائية | $C_1 V_1$ | $C_2 V_2$ | بالزيادة | 0 | بالزيادة |
| الحالة الإنتقالية | $C_1 V_1 - 2x$ | $C_2 V_2 - x$ | بالزيادة | x | بالزيادة |
| الحالة النهائية | $C_1 V_1 - 2x_f$ | $C_2 V_2 - x_f$ | بالزيادة | x_f | بالزيادة |

3- أ- تحديد المتفاعل المحد :

- نعتبر I^- متفاعل محد :

$$n_1 - 2x_{\max} = 0 \rightarrow x_{\max} = \frac{n_1}{2} = 0,03 \text{ mol}$$

- نعتبر H_2O_2 متفاعل محد :

$$n_2 - x_{\max} = 0 \rightarrow x_{\max} = n_2 = 0,06 \text{ mol}$$

اذن المتفاعل المحد : شوارد اليود

ب- البيان 1- يمثل $n_T(H_2O_2) = f(t)$

البيان 2- يمثل $n_T(I^-) = g(t)$

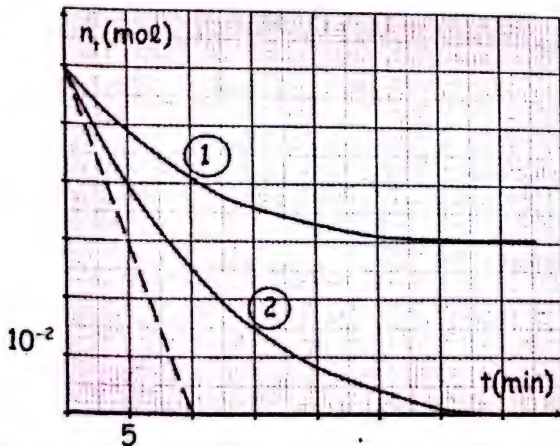
ج- حساب C_1

$$n_1 = C_1 V_1 \rightarrow C_1 = \frac{n_1}{V_1} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{0,1} = 0,6 \text{ mol / L}$$

- حساب V_2 :

$$n_2 = C_2 V_2 \rightarrow V_2 = \frac{n_2}{C_2} = \frac{6 \cdot 10^{-2}}{0,3} = 0,2 \text{ L}$$

د- إكمال البيان: من جدول التقدم $x_{\max} = \frac{n_1}{2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$



التمرين 19

نمزج في اللحظة $t = 0$ حجما $V_1 = 100 \text{ mL}$ من محلول

ليود البوتاسيوم $(K^+ + I^-)_{aq}$ تركيزه المولي C_1 مع حجم

V_2 من الماء الأوكسجيني H_2O_2 تركيزه المولي :

$$C_2 = 0,3 \text{ mol / L}$$

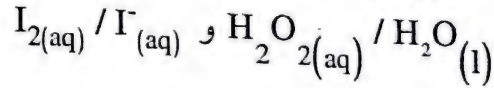
متابعة تغيرات كمية المادة للمتفاعلات $n_T(I^-)$ و $n_T(H_2O_2)$

في الوسط التفاعلي في لحظات زمنية مختلفة مكتتنا من الحصول

على المنحنيين $n_T(I^-) = g(t)$ و $n_T(H_2O_2) = f(t)$

1- أكتب معادلة التفاعل النمذجة للتحويل الكيميائي الحاصل

علما أن الشائتين مر / مؤ المشاركتين في التفاعل هما :

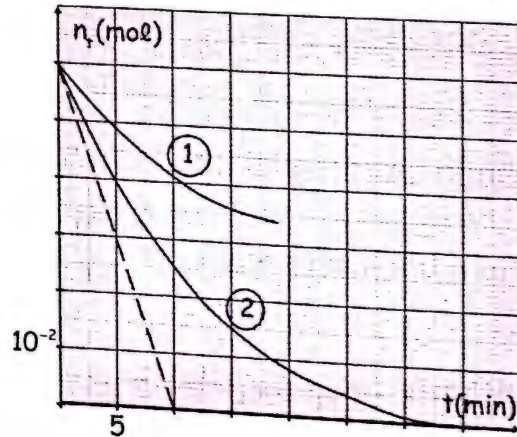


2- انشئ جدولا لتقدم التفاعل .

3- اعتمادا على البيان وجدول التقدم :

أ- استنتج المتفاعل المحد .

ب- أنسب لكل منحنى البيان الموافق من البيانيين 1 و 2.



ج- أحسب كل من C_1 و V_2 .

د- أكمل رسم البيان 1 .

4- أ- عرف السرعة الحجمية للتفاعل وبين أن

$$v_{vol} = \frac{-1}{2V} \frac{dn_T(I^-)}{dt} \text{ : عبارتها تكتب على الشكل}$$

ب- أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 0$.

ج- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ ثم حدد قيمته

3- اعتمادا على قانون الغاز المثالي بين أن عبارة تقدم التفاعل

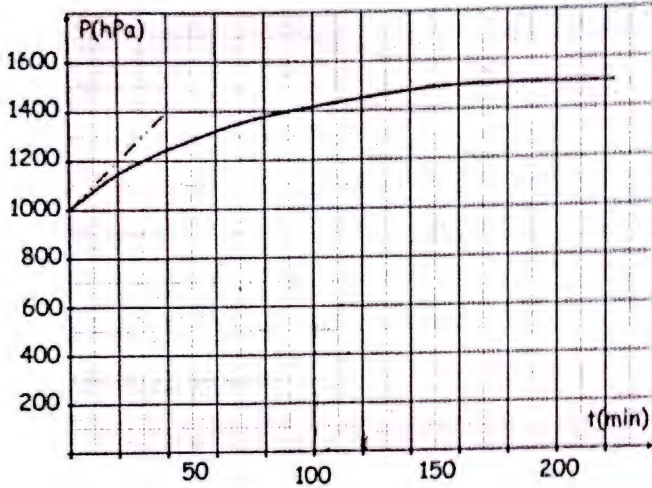
$$x(t) = n_0 \left(\frac{P(t)}{P_0} - 1 \right) \text{ عند لحظة } t \text{ هو:}$$

4- عرّف زمن نصف التفاعل ثم عيّن قيمته بيانيا .

5- أ / عبّر عن سرعة التفاعل بدلالة $P(t)$ ، P_0 ، n_0 .

ب / أحسب سرعة التفاعل عند اللحظتين $t_1 = 0$

و $t_2 = 50 \text{ min}$ ، ماذا تستنتج ؟



الحل:

1 - معادلة التحول الحادث : $2N_2O = 2N_2 + O_2$

- جدول التقدم :

| المعادلة | $2N_2O = 2N_2 + O_2$ | | |
|-------------------|----------------------|-------------|------------|
| الحالة الابتدائية | n_0 | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $n_0 - 2x(t)$ | $2x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0 - 2x_{\max}$ | $2x_{\max}$ | x_{\max} |

2- عبارة كمية المادة الكلية للغازات في الحوجلة عند اللحظة t .

- الغازات الموجودة عند اللحظة t هي مجموع كميات

الغازات الموجودة في الخليط أي:

$$\begin{aligned} n(t) &= n(N_2O) + n(N_2) + n(O_2) \\ &= n_0 - 2x(t) + 2x(t) + x(t) \\ &= n_0 + x(t) \end{aligned}$$

4- أ- السرعة الحجمية للتفاعل : $v = \frac{1}{V} \frac{dx}{dt}$

من جدول التقدم :

$$n_{T(I)} = n_1 - 2x$$

$$x = \frac{n_1 - n_{T(I)}}{2}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{2} \frac{dn_{T(I)}}{dt}$$

$$v = -\frac{1}{2V} \frac{dn_{T(I)}}{dt} \quad \text{بالتعويض :}$$

ب- قيمتها عند $t = 0$

$$\frac{dn_{T(I)}}{dt} = -\frac{6 \cdot 10^{-2}}{10} = -6 \cdot 10^{-3} \text{ mol / min}$$

$$v = \frac{-1}{2 \cdot 0,3} (-6 \cdot 10^{-3}) = 0,01 \text{ mol / min.L}$$

ج- $t_{1/2}$ هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل نصف قيمة تقدمه الأعظمي .

- حساب قيمته بيانيا :

$$n_{T(I)} = n_1 - 2 \frac{x_{\max}}{2} = 6 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

$$t_{1/2} = 5 \cdot 1,65 = 8,25 \text{ min} \quad \text{بالإسقاط}$$

التمرين 20

أكسيد ثنائي الأزوت الغازي N_2O غاز عديم اللون ، يستخدم كمخدر في العمليات الجراحية البسيطة .

يتفكك أكسيد ثنائي الأزوت الغازي N_2O وفق تفاعل بطيء و كلي إلى غاز ثنائي الأوكسجني O_2 و غاز ثنائي الأزوت N_2 . لدراسة حركية هذا التفاعل ندخل عند اللحظة $t = 0$ في حوجلة حجمها ثابت 3 L و مفرغة من الهواء ، كمية مادة $n_0 = 41,3 \text{ mmol}$ من غاز أكسيد ثنائي الأزوت .

نقيس بواسطة جهاز مانومتر تغيرات الضغط الكلي $P(t)$ داخل الحوجلة خلال الزمن فنحصل على النتائج التي مكنتنا من رسم المنحنى أسفله . نعتبر أن الغازات مثالية و نرمز للضغط الابتدائي بـ P_0 .

1- أكتب معادلة التفاعل الحاصل داخل الحوجلة . و أنشئ جدول التقدم لتطور هذا التحول .

2- بين أن عبارة كمية المادة الكلية للغازات في الحوجلة عند اللحظة t هي $n(t) = n_0 + x(t)$.

ب/ حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 0$:

$$\frac{dP(0)}{dt} = \frac{400.10^2}{40} = 10^3 \text{ Pa / min}$$

$$v(0) = \frac{n_0}{P_0} \cdot \frac{dP(0)}{dt} = \frac{43.3.10^{-3}}{1000.10^2} 10^3$$

$$v(0) = 4.33.10^{-4} \text{ mol / min}$$

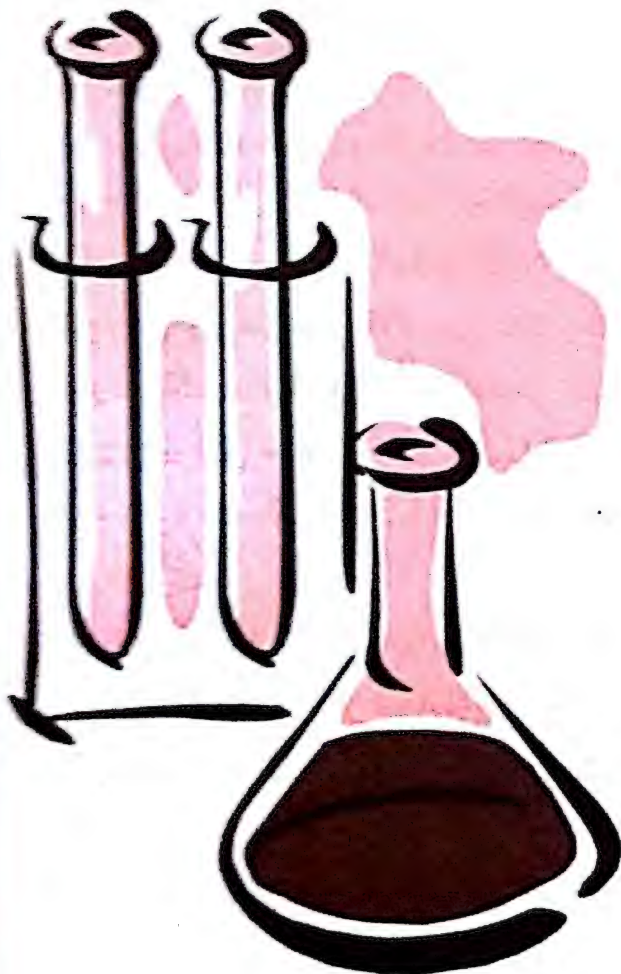
حساب سرعة التفاعل عند اللحظة $t_2 = 50 \text{ min}$:

$$\frac{dP(50)}{dt} = \frac{1.2.200.10^2}{3.5.20} = 342.9 \text{ Pa / min}$$

$$v(50) = \frac{n_0}{P_0} \cdot \frac{dP(50)}{dt} = \frac{43.3.10^{-3}}{1000.10^2} 342.9$$

$$v(50) = 1.5.10^{-4} \text{ mol / min}$$

تتناقص سرعة التفاعل مع الزمن -



3- عبارة تقدم التفاعل $x(t)$ عند لحظة t :

$$P_0 V = n_0 RT \dots\dots (1) \quad \text{عند اللحظة } t = 0 \text{ يكون}$$

عند اللحظة t يكون :

$$P(t).V = n(t).RT = (n_0 + x).RT \dots\dots (2)$$

بقسمة العلاقة (2) على العلاقة (1) نجد:

$$\frac{P(t).V}{P_0 V} = \frac{(n_0 + x).RT}{n_0 RT}$$

$$\frac{P(t)}{P_0} = \frac{(n_0 + x)}{n_0} = 1 + \frac{x}{n_0}$$

$$\frac{x}{n_0} = \frac{P(t)}{P_0} - 1 \longrightarrow x = n_0 \left(\frac{P(t)}{P_0} - 1 \right)$$

4- زمن نصف التفاعل : هي المدة الزمنية اللازمة لبلوغ

التفاعل نصف تقدمه الأعظمي .

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_{\max}}{2} = n_0 \left(\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1 \right) : \text{حساب } P(t_{1/2})$$

$$\text{من جدول التقدم : } x_{\max} = \frac{n_0}{2} \text{ إذن}$$

$$\frac{n_0}{4} = n_0 \left(\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1 \right)$$

$$\frac{P(t_{1/2})}{P_0} - 1 = \frac{1}{4} \longrightarrow \frac{P(t_{1/2})}{P_0} = 1 + \frac{1}{4} = 1.25$$

$$P(t_{1/2}) = 1.25 P_0 = 1.25.1000 = 1250 \text{ hPa}$$

بعد الإسقاط على المنحنى نجد : $t_{1/2} = 40 \text{ min}$

5- / عبارة سرعة التفاعل :

$$\text{بما أن } v = \frac{dx}{dt} \text{ فإن } v = \frac{d}{dt} \left(n_0 \left(\frac{P(t)}{P_0} - 1 \right) \right)$$

$$v = \frac{d}{dt} \left(n_0 \frac{P(t)}{P_0} \right) - \frac{dn_0}{dt}$$

$$v = \frac{n_0}{P_0} \cdot \frac{dP(t)}{dt}$$

التناقص الإشعاعي



الناجمة عن تحول بروتون إلى نوترون ${}^1_0\text{p} \rightarrow {}^1_1\text{n} + {}^0_{-1}\text{e}$ (الأنوية الثقيلة ($Z \geq 82$) كلها غير مستقرة بحيث يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط α حسب المعادلة

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}^4_2\text{He}$$

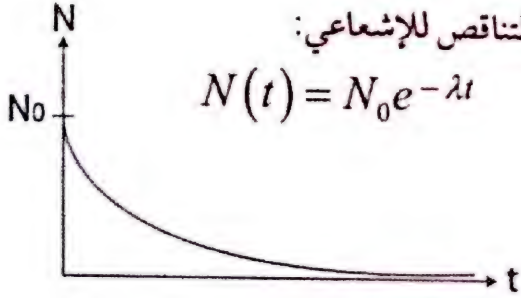
ملاحظة:

في غالب الأحيان يصاحب هذه التحولات (α, β^+, β^-) انبعاث إشعاعات كهرومغناطيسية γ وهذا ويلاحظ عند ما تكون النواة الأصلية في حالة مثارة حيث تتوفر على فائض في الطاقة. ${}_Z^AY^* \rightarrow {}_Z^AY + \gamma$

- تتحول النواة الأصلية المشعة إلى نواة أخرى وإذا كانت هذه الأخيرة مشعة أيضا فإنها تتحول بدورها إلى نواة أخرى وهكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة نسمي مجموع الأنوية الناتجة عن نفس النواة الأصلية الفصيلة المشعة.

3- التناقص الإشعاعي:

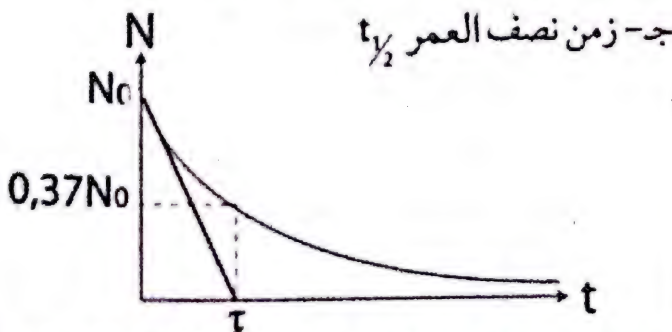
أ- قانون التناقص للإشعاعي:



حيث $N(t)$ عدد الأنوية المتبقية عند اللحظة t
حيث: N_0 عدد الأنوية الابتدائية (الكلية).
 λ ثابت التفكك الإشعاعي وهو احتمال التفكك خلال الزمن وحدته s^{-1}
ب- ثابت الزمن τ :

هو متوسط العمر للنواة المشعة ويعطى بالعلاقة $\tau = \frac{1}{\lambda}$ ويمثل بيانيا نقطة تقاطع المماس للمنحنى $N = f(t)$ عند اللحظة $t=0$ مع محور الأزمنة.

ملاحظة: $N(\tau) = N_0 e^{-\frac{\tau}{\tau}} = N_0 e^{-1} = 0,37N_0$



هو الزمن اللازم لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية N_0

1- النموذج النووي:

نمثل نواة ذرة لعنصر كيميائي X بالرمز ${}_Z^AX$ حيث:
 X : رمز العنصر الكيميائي.
 Z : عدد البروتونات.

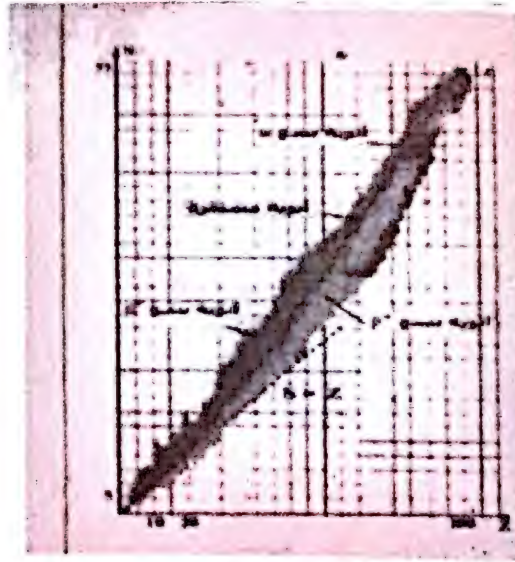
A : العدد الكتلي $A = Z + N$ و N هو عدد النوترونات:
- النظائر: هي أنوية تنتمي لنفس العنصر ولها نفس الخواص الكيميائية حيث تحتوي على نفس عدد البروتونات وتختلف في عدد النوترونات.

2- النشاط الإشعاعي:

أ- تعريف: النشاط الإشعاعي هو تحول طبيعي تلقائي غير مرتقب عبر الزمن تتحول خلاله نواة غير مستقرة (مشعة) تسمى النواة الأم إلى نواة أكثر خفة تسمى النواة البنت.

ب- مخطط (N, Z) (مخطط سيقري)

- بواسطة مخطط سيقري يمكن تحديد الأنوية المستقرة والأنوية المشعة.



يسمى المجال الذي يحوي الأنوية المستقرة منطقة الاستقرار (وادي الاستقرار) يحاذيه من كل جهة الأنوية غير المستقرة. ملاحظة: بالنسبة الأنوية الخفيفة $Z < 20$ تكون مستقرة إذا كانت $N = Z$

الأنوية المتموضعة فوق وادي الاستقرار يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط β^- (قصد الاقتراب من وادي

الاستقرار) حسب المعادلة: ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + {}^0_{-1}\text{e}$ الناتجة

عن تحول نوترون إلى بروتون. ${}_1^0\text{n} \rightarrow {}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e}$

الأنوية المتموضعة تحت وادي الاستقرار يحدث لها تحول نووي تلقائي من نمط β^+ حسب المعادلة ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + {}^0_{+1}\text{e}$

$$1\text{MeV} = 10^6 \text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{J}$$

$$1\text{u} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \text{ أو } 1\text{u} \rightarrow 931,5\text{MeV}$$

- طاقة الربط: هي الطاقة اللازمة لتفكك نويات النواة أو هي الطاقة اللازمة لتفكك نويات النواة وتعطي بالعلاقة:

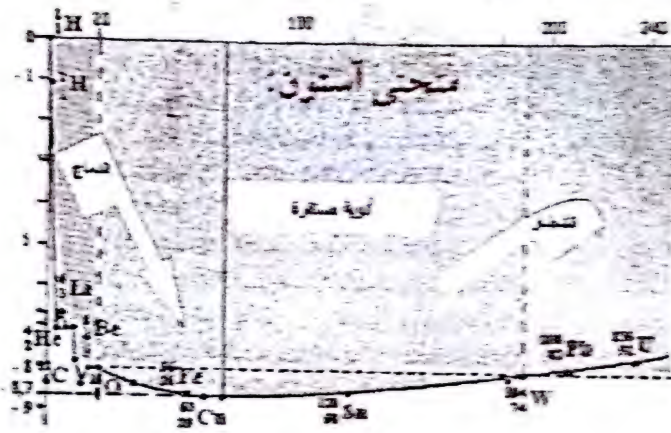
$$E_b = \Delta m c^2 \text{ حيث } \Delta m \text{ هو النقص الكتلي للنواة}$$

$$\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m\left(\frac{A}{Z}X\right)$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية:

$$\text{تعطي بالعلاقة: } \epsilon = \frac{E_b}{A} \text{ وتقدر بـ MeV/nuc}$$

ملاحظة: تكون النواة أكثر استقرارا كلما كانت طاقة الربط بالنسبة لنوية أكبر.



- بالنسبة للنوى الخفيفة ($A < 20$): تتحد فيما بينها لتعطي نواة أكثر ثقلًا، تسمى هذه الظاهرة الاندماج النووي مثل:



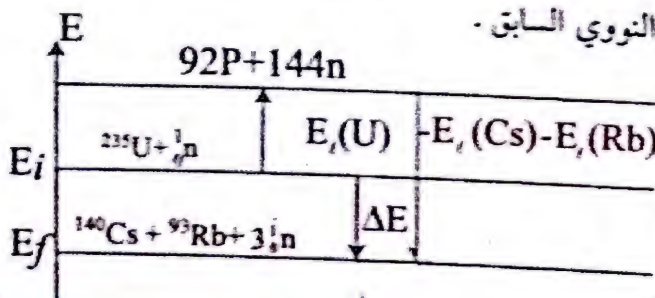
- بالنسبة للنوى الثقيلة ($A > 190$):

تشطر إلى نواتين خفيفتين بعد قذفها بـ نيوترون تسمى هذه الظاهرة الانشطار النووي مثل:



ملاحظة: الانشطار والاندماج النوويان تفاعلات نوويان مفتعلان.

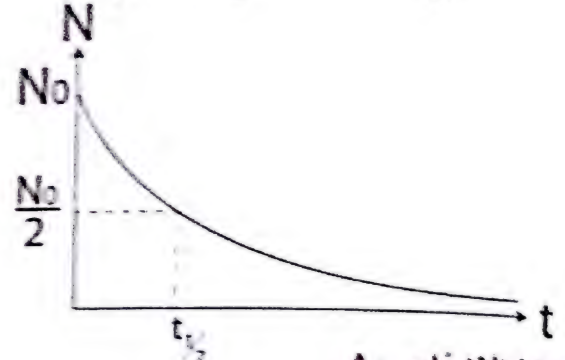
الحصيلة الطاقوية لتفاعل نووي: تعتبر تفاعل الانشطار النووي السابق.



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow 2 = e^{\lambda t_{1/2}}$$

$$\ln 2 = \frac{\lambda t_{1/2}}{1} \rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



د- النشاط الإشعاعي A:

نعرف النشاط الإشعاعي $A(t)$ لعينة بعدد التفككات التي

تتج في الثانية الواحدة ويقدر بـ بيكريل Bq

$$A(t) = \frac{dN(t)}{dt} = N_0 \lambda e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \text{ إذن: } A_0 = \lambda N_0$$

$$A(t) = \lambda N(t) \text{ إذن: } N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

ملاحظة:

يمكن استغلال طاقة النشاط الإشعاعي في المجال الطبي

كـ تدمير الخلايا السرطانية في الجسم، كما يستعمل النشاط

الإشعاعي في مجال التأريخ كـ تحديد عمر الكواكب والآثار...

4- التفاعلات النووية:

علاقة أنشتاين:

- تمتلك كل مجموعة كتلتها m طاقة E تسمى طاقة الكتلة

تعطي بالعلاقة $E = mc^2$ حيث c سرعة الضوء في الفراغ.

- عندما تتغير كتلة المجموعة بـ Δm خلال تحول ما

تتغير طاقة الكتلة لهذه المجموعة بـ $\Delta E = \Delta mc^2$

فإذا كانت $\Delta E < 0$ تحرر المجموعة طاقة تمنحها للوسط الخارجي

وإذا كانت $\Delta E > 0$ تكسب المجموعة طاقة من الوسط الخارجي

وحدة الكتلة الذرية:

وحدة الكتلة الذرية $u.m.a$ ويرمز لها بالرمز u حيث

$$1u = \frac{1}{12} \text{ من كتلة ذرة الكربون } {}^{12}_6\text{C} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

وحدة الطاقة:

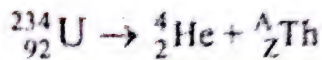
* الوحدة الأساسية للطاقة هي joule وهناك وحدات

أخرى تستعمل في الفيزياء النووية حيث: $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{J}$

قسم التحارين

الحل:

أ-1 - معادلة التفاعل النووي هي:



حسب قوانين الانحفاظ $234=4+A \Rightarrow A=230$

$$92=2+Z \Rightarrow Z=90$$



2- حساب الطاقة المحررة خلال تفكك نواة واحدة يورانيوم:

$$\Delta E = \Delta m \cdot C^2 = (m(\text{Th}) + m(\text{He}) - m(\text{U})) \cdot C^2$$

$$E = 229,9737 + 4,0015 -$$

$$233,9904 \times 1,66 \times 10^{-27} \times (3.10^8)^2$$

$$= -2,27.10^{-12} \text{ joule}$$

$$= \frac{2,27.10^{-12}}{1,6.10^{-13}} = -14,193 \text{ MeV}$$

$$\Delta E = (m(\text{Th}) + m(\text{He}) - m(\text{U})) \cdot C^2 \text{ طريقة 2:}$$

$$= (229,9737 + 4,0015 - 233,9904).$$

$$C^2.931,5 \frac{\text{MeV}}{C^2}$$

$$= -14,1588 \text{ MeV}$$

$$\Delta E = -14,1588 \times 1,6 \times 10^{-13} = -2,27.10^{-12} \text{ joule}$$

3- حساب الطاقة الحركية للدقيقة α :

بما أن الدقائق α اكتسبت طاقة فإن هذه الطاقة تكون موجبة

$$E_c = 0,98.2,27.10^{-12} = 2,225.10^{-12} \text{ joule}$$

- حساب سرعة الدقائق α :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2.2,225.10^{-12}}{4,0015.1,66.10^{-27}}} = 2,59.10^7 \text{ m/s}$$

التمرين 01

أ- تفكك نواة اليورانيوم ${}^{234}_{92}\text{U}$ لتعطي دقيقة α ونواة الثوريوم Th.

1- أكتب معادلة هذا التفاعل النووي.

2- أحسب بوحدة ال joule وال MeV الطاقة المحررة خلال تفكك نواة واحدة من اليورانيوم 234.

3- الطاقة المحررة تحولت كلها إلى طاقة حركية إكتسبتها النواة المتولدة و الدقيقة α ، نعتبر أن الطاقة الحركية للدقيقة α تساوي 98% من الطاقة الكلية المكتسبة.

- أحسب الطاقة الحركية للدقيقة α واستج سرعتها.

4- جزء من الدقائق α خلال إنبعائها طاقتها الحركية تساوي $E_c(\alpha) = 13,00 \text{ MeV}$.

يفسر الفرق بين القيمتين بانبعاث إشعاع γ .

- أحسب طاقة الإشعاع المنبعث γ .

ب- نعتبر عينة S تحتوي عند اللحظة $t=0$ على N_0 نواة من اليورانيوم 234 ولا تضم أية نواة للثوريوم Th.

(1) علما أن هذه العينة تحتوي عند اللحظة t على N نواة من اليورانيوم 234 و N' نواة من الثوريوم المتكونة.

- أثبت أن $t = \frac{N'}{N} \cdot \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$ حيث $t_{1/2}$ زمن نصف العمر للنواة ${}^{234}_{92}\text{U}$.

نعتبر أن $t \ll t_{1/2}$ يكون $e^\epsilon = 1 + \epsilon$.

2- تحتوي العينة S عند اللحظة t على 2 g من اليورانيوم 234 و $50 \mu\text{g}$ من الثوريوم.

- أحسب عمر العينة S.

المعطيات: $m({}^{234}_{92}\text{U}) = 233,9904 \text{ u}$

$$m(\text{Th}) = 229,9737 \text{ u}, m(\alpha) = 4,0015 \text{ u}$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \frac{\text{MeV}}{C^2}, u = 1,66.10^{-27} \text{ Kg}$$

$$N_A = 6,023.10^{23}, C = 3.10^8 \text{ m/s}$$

$$M(\text{Th}) = 230 \text{ g/mol}, M(\text{U}) = 234 \text{ g/mol}$$

$$t_{1/2}(\text{U}) = 4,5.10^9 \text{ ans}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \frac{m_0}{M} \cdot N_A$$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{A_0 M}{\lambda N_A} = \frac{4,31 \cdot 10^{15} \cdot 131}{\frac{0,083}{24.3600} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}} \approx 1g$$

التمرين 03

يعتبر الطب أحد المجالات الرئيسية التي عرفت تطبيقات عدة للأنشطة الإشعاعية ، ويستعمل في هذا المجال عدد من العناصر المشعة لتشخيص الأمراض و معالجتها، ومن بين هذه العناصر الصوديوم $^{24}_{11}\text{Na}$ الذي يمكن من تتبع مجرى الدم في جسم الانسان.

1- نواة الصوديوم مشعة $^{24}_{11}\text{Na}$ و يتبع عن تفككها نواة المغنيزيوم $^{24}_{12}\text{Mg}$

أ- أكتب معادلة تفكك نواة الصوديوم وحدد طبيعة هذا الإشعاع .

ب- أحسب ثابت النشاط الإشعاعي λ لهذه النواة علما أن $t_{1/2} = 15h$

2- فقد شخص -اثر حادثة سير- حجما من الدم ، ولتحديد حجمه نحقن الشخص المصاب عند اللحظة $t_0 = 0$ بحجم $V_0 = 5\text{mL}$ من محلول الصوديوم ^{24}Na تركيزه :

$$C_0 = 10^{-3} \text{mol/L}$$

أ- حدد كمية مادة الصوديوم ^{24}Na التي تبقى في دم

الشخص المصاب عند اللحظة $t_1 = 3h$

ب- أحسب نشاط هذه العينة عند اللحظة t_1

ج- عند اللحظة t_1 أعطى تحليل الحجم $V_2 = 2\text{mL}$ من

الدم المأخوذ من جسم الشخص المصاب كمية المادة

$$n_2 = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{mol}$$

-استنتج الحجم V_p للدم المفقود باعتبار أن جسم الانسان

يحتوي على 5 L من الدم وأن الصوديوم موزع فيه بصفة منتظمة.

2- الجسم المنبعث خلال تفكك اليود $^{131}_{53}\text{I}$ هو الإلكترون $^0_{-1}\text{e}$

3- معادلة تفكك اليود هي: $^{131}_{53}\text{I} \rightarrow ^A_Z\text{X} + ^0_{-1}\text{e} + \gamma$

حسب قوانين الانحفاظ : $131 = A + 0 \Rightarrow A = 131$

$$53 = Z - 1 \Rightarrow Z = 54$$

إذن: $^{131}_{53}\text{I} \rightarrow ^{131}_{54}\text{Xe} + ^0_{-1}\text{e} + \gamma$

4- حسب علاقة التناقص الإشعاعي $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$$\ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$$

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t$$

$$\ln A = -\lambda t + \ln A_0$$

- من جهة أخرى المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $\ln A = at + b$ حيث a معامل التوجيه.

بالمطابقة مع العلاقة المستخرجة من علاقة التناقص

$$b = \ln A_0 \text{ و } a = -\lambda$$

إذن علاقة التناقص الإشعاعي تتفق مع المنحنى المعطى.

5- حساب A_0 :

حسب ما سبق:

$$b = \ln A_0 = 36 \Rightarrow A_0 = e^{36} = 4,31 \cdot 10^{15} \text{Bq}$$

6- حساب λ :

$$a = -\lambda \rightarrow \lambda = -a$$

حساب معامل التوجيه:

$$\tan \alpha = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = \frac{33,5 - 36}{30 - 0} = -0,083 \text{ jours}^{-1}$$

$$\lambda = -a = 0,083 \text{ jours}^{-1}$$

- حساب $t_{1/2}$:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0,083} = 8,32 \text{ jours}$$

7- حساب كتلة اليود المستعملة في الحقنة:

$$\frac{m_0}{M} = \frac{N_0}{N_A} \Rightarrow N_0 = \frac{m_0}{M} \cdot N_A$$

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات والصخور ، من بينها تقنية تعتمد على النشاط الإشعاعي، يستعمل الكربون 14 المشع لتحديد أعمار الحفريات إذ تبقى نسبة الكربون 14 ثابتة عند الكائنات الحية ولكن بعد وفاتها تتناقص هذه النسبة نتيجة تفكك وعدم تعويضه.

1- تفكك نواة الكربون $^{14}_6\text{C}$:

يتميز الكربون 14 بنشاط إشعاعي من نوع β^- .
أ- أكتب معادلة تفكك نواة الكربون $^{14}_6\text{C}$ محددا النواة المتولدة ^A_ZX .

ب- أحسب بالـ MeV قيمة ΔE طاقة التفاعل النووي.
2- التأريخ بالكربون:

أخذت عينة من خشب حطام سفينة تم العثور عليها بالقرب من أحد السواحل ، أعطى قياس النشاط الإشعاعي لهذه العينة عند لحظة t القيمة $A=21.8\text{Bq}$ وأعطى نفس القياس على قطعة خشب حديثة (لها نفس الكتلة) من نفس نوع العينة القديمة القيمة $A_0=28,7\text{Bq}$.

أ- تحقق أن قيمة ثابت النشاط الإشعاعي للكربون 14 هو $\lambda=3,39.10^{-7}\text{jours}^{-1}$.

ب- حدد بالوحدة jours عمر خشب السفينة .

ج- علما أن القياسات تمت سنة 2000م، في أي سنة غرقت السفينة؟

المعطيات:

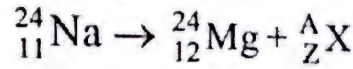
$$m(^0_1\text{e}) = 0.00055\text{u}$$

$$m(^A_Z\text{X}) = 14.0076\text{u} ,$$

$$m(^{14}_6\text{C}) = 14.0111\text{u} , \text{ } ^8\text{O}, ^7\text{N}, ^5\text{B}, ^4\text{Be}$$

$$t_{1/2}=5600\text{ans} , 1\text{u} = 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{C}^2}$$

1- أ- معادلة تفكك نواة الصوديوم هي:



حسب قوانين الانحفاظ : $24 = 24 + A \Rightarrow A=0$
 $11 = 12 + Z \Rightarrow Z=-1$



و بالتالي نمط الإشعاع هو β^- .

ب- حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{15} = 4,62.10^{-2} \text{ h}^{-1}$$

2- أ- حساب كمية مادة الصوديوم 24 المتبقية في الدم عند

$$N=N_0e^{-\lambda t} \quad \text{اللحظة } t_1=3\text{h}$$

$$n = \frac{N}{N_A} \Rightarrow N = n.N_A$$

$$n.N_A = n_0.N_Ae^{-\lambda t} \quad \text{بالتعويض نجد :}$$

$$\text{إذن : } n = n_0e^{-\lambda t} = C_0V_0.e^{-\lambda t}$$

$$n = 10^{-3} \times 5 \times 10^{-3} e^{-0,0462 \times 3} = 4,35 \times 10^{-6} \text{ mol}$$

ب- حساب نشاط هذه العينة عند اللحظة t_1 :

$$A = \lambda.N = \lambda.n.N_A$$

$$= \frac{4,62.10^{-2}}{3600} . 4,35.10^{-6} . 6,023.10^{23}$$

$$= 3,36.10^{13} \text{ Bq}$$

ج- حساب حجم الدم المتبقي في جسم الشخص المصاب:

$$2\text{mL} \rightarrow 2,1.10^{-9} \text{ mol}$$

$$V \rightarrow 4,35.10^{-6} \text{ mol}$$

$$\text{إذن : } V = 4143 \text{ mL} = 4,143 \text{ L}$$

- حساب حجم الدم المفقود:

$$V_P = 5 - 4,143 = 0,857 \text{ L}$$

ب- بين أن الطاقة المحررة خلال انشطار نواة من البلوتونيوم 239 يمكن حسابها من العلاقة:

$$\Delta E = E_t(\text{Pu}) - E_t(\text{Ce}) - E_t(\text{Kr})$$

حيث: $E_t(\text{Kr})$, $E_t(\text{Ce})$, $E_t(\text{Pu})$ تمثل طاقات الربط للنوية.

ج- أحسب قيمة هذه الطاقة بـ MeV و joule علما أن طاقة الربط لكل نوية هي:

$$Kr = 8,6 \text{ MeV/n}, Ce = 8,2 \text{ MeV/n}$$

د- ما هو شكل الطاقة المحررة ؟

$$1u = 931,5 \text{ MeV}/C^2 \quad \text{المعطيات:}$$

$$m(\text{Pu}) = 239,0006u$$

$$m_p = 1,0073u \quad m_n = 1,0087u$$

الحل:

1- حساب طاقة الربط لنواة البلوتونيوم: $E_t = \Delta m \cdot C^2$

$$= (Zm_p + Nm_n - m(\text{Pu})) \cdot C^2$$

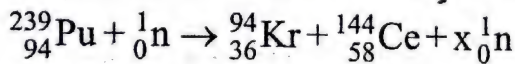
$$E_t = (94 \times 1,0073 + 145 \times 1,0087 - 239,0006) \times 931,5$$

$$= 1813,72 \text{ MeV}$$

- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$\xi_t = \frac{E_t}{A} = \frac{1813,72}{239} = 7,589 \text{ Mev/nuc}$$

2- أ- المعادلة النووية للتفاعل:



حسب قوانين الانحفاظ: $239 + 1 = 94 + 144 + x \Rightarrow x = 2$



ب- حساب الطاقة المحررة أثناء تفاعل الانشطار:

$$\Delta E = \Delta m \cdot C^2 = [m(\text{Kr}) + m(\text{Ce}) + m_n - m(\text{Pu})] \cdot C^2 \dots (1)$$

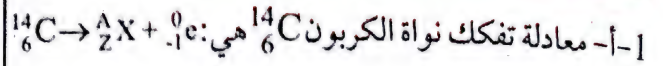
$$E_t(\text{Kr}) = (36m_p + 58m_n - m(\text{Kr})) C^2 \rightarrow$$

$$m(\text{Kr}) = 36m_p + 58m_n - \frac{E_t(\text{Kr})}{C^2}$$

$$E_t(\text{Ce}) = (58m_p + 86m_n - m(\text{Ce})) C^2 \rightarrow$$

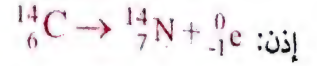
$$m(\text{Ce}) = 58m_p + 86m_n - \frac{E_t(\text{Ce})}{C^2}$$

الحل:



حسب قوانين الانحفاظ: $14 = A + 0 \Rightarrow A = 14$

$$6 = Z - 1 \Rightarrow Z = 7$$



ب- حساب طاقة التفاعل النووي:

$$\Delta E = [m({}_7\text{N}) + m({}_e) - m({}_6\text{C})] \cdot C^2$$

$$(14,0076 + 0,00055 - 14,0111) \times 931,5 = -2,75 \text{ MeV}$$

2- أ- حساب ثابت النشاط الإشعاعي λ :

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5600.365} = 3,39.10^{-7} \text{ jours}^{-1}$$

ب- حساب عمر خشب السفينة:

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A_0}{A} = e^{\lambda t}$$

$$\lambda t = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{1}{3,39.10^{-7}} \ln\left(\frac{28,7}{21,8}\right)$$

$$= 811171,54 \text{ jours}$$

$$= 2220,87 \text{ ans}$$

ج- غرقت السفينة سنة 220,87 قبل الميلاد لأن:

$$2000 - 2220,87 = -220,87 \text{ ans}$$

التمرين 05

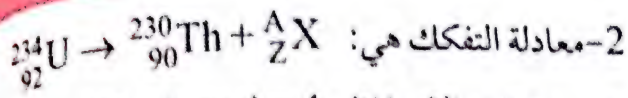
1- أحسب طاقة الربط لنواة البلوتونيوم $^{239}_{94}\text{Pu}$ ثم استنتج

طاقة الربط لكل نوية مقدرة بـ MeV

2- أثناء تصادم نواة البلوتونيوم 239 مع نوترون نتجت نواة

الكريبتون $^{94}_{36}\text{Kr}$ ونواة السيريوم $^{144}_{58}\text{Ce}$ إضافة الى نوترونات.

أ- أكتب المعادلة النووية للتفاعل .



حسب قوانين الانحفاظ: $234 = 230 + A \Rightarrow A = 4$

$$92 = 90 + Z \Rightarrow Z = 2$$



3- عبارة N(Th): $N(\text{U}) = N_0 e^{-\lambda t}$

$$N_0 = N(\text{Th}) + N(\text{U})$$

$$N(\text{Th}) = N_0 - N(\text{U}) = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$N(\text{Th}) = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

4- عبارة اللحظة t:

$$r = \frac{N(\text{Th})}{N(\text{U})} = \frac{N_0 (1 - e^{-\lambda t})}{N_0 e^{-\lambda t}} = \frac{1 - e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \Rightarrow r \cdot e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$(r+1)e^{-\lambda t} = 1 \Rightarrow e^{\lambda t} = r+1 \Rightarrow \lambda t = \ln(r+1)$$

$$\frac{\ln 2 \cdot t}{t_{1/2}} = \ln(r+1) \Rightarrow t = \frac{t_{1/2} \cdot \ln(r+1)}{\ln 2}$$

$$t = \frac{4,5 \cdot 10^9 \cdot \ln(0,4+1)}{\ln 2} = 2,2 \cdot 10^9 \text{ ans} \quad \text{ب-ع:}$$

التمرين 07

تستعمل المفاعلات النووية لإنتاج الكهرباء، حيث توظف هذه المفاعلات الطاقة الحرارية المحررة من انشطار اليورانيوم 235 لإدارة التوربينات المولدة للكهرباء.

1- عندما يقذف اليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ بواسطة نوترون يمكن أن ينتج نواة السيريوم $^{146}_{58}\text{Ce}$ ونواة السيلينيوم $^{85}_{34}\text{Se}$ وعدده من النوترونات.

- أكتب معادلة التفاعل واستنتج قيمة a و Z.

2- أحسب النقص في الكتلة الذي يصاحب انشطار اليورانيوم.

3- أحسب بالجول وال MeV الطاقة المحررة من هذا التفاعل.

4- مفاعل نووي يستعمل اليورانيوم 235 ينتج استطاعة كهربائية قدرها $P=1455\text{MW}$ ، واحترق 1kg من

$$E_t(\text{Pu}) = (94m_p + 145m_n - m(\text{Pu})) C^2 \Rightarrow$$

$$m(\text{Pu}) = 94m_p + 145m_n - \frac{E_t(\text{Pu})}{C^2}$$

بالتعويض في العلاقة (1) نجد:

$$\Delta E = E_t(\text{pu}) - E_t(\text{Kr}) - E_t(\text{Ce})$$

$$\Delta E = 1813,72 - (8,6 \times 94) - (8,2 \times 144) = -175,48 \text{ Mev}$$

$$= -175,48 \times 1,6 \times 10^{-13} = -2,81 \times 10^{-11} \text{ J}$$

الطاقة المحررة تكون على شكل طاقة حركية للجسيمات و طاقة حرارية للوسط الخارجي.

التمرين 06

ينتج التوربيوم المتواجد في الصخور البحرية عن التفكك التلقائي لليورانيوم 234 خلال الزمن و لذلك يوجد التوربيوم و اليورانيوم بنسب مختلفة في جميع الصخور البحرية حسب تاريخ تكوينها.

عند اللحظة $t=0$ تحتوي عينة من صخرة بحرية على عدد N_0 من أنوية اليورانيوم ولا تحتوي على أنوية التوربيوم. كما أظهرت دراسة هذه العينة عند اللحظة t أن:

$$r = \frac{N(\text{Th})}{N(\text{U})} = 0,4$$

1- أحسب بال MeV طاقة الربط E_t للنواة $^{234}_{92}\text{U}$

2- تتحول نواة اليورانيوم تلقائيا الى نواة التوربيوم $^{230}_{90}\text{Th}$

- بتطبيق قوانين الانحفاظ أكتب معادلة تفكك نواة اليورانيوم.

3- أعط عبارة عدد أنوية التوربيوم N(Th) عند اللحظة t

بدلالة: $t_{1/2}, N_0$ زمن نصف العمر لليورانيوم.

4- أوجد عبارة اللحظة t بدلالة r و $t_{1/2}$ ثم أحسبها.

$$\text{المعطيات: } t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}, m_p = 1,00728 \text{ u}$$

$$m_n = 1,00866 \text{ u}, m(\text{U}) = 234,0409 \text{ u}$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/C^2$$

الحل:

1- حساب طاقة الربط: $E_t = (Zm_p + Nm_n - m(\text{U})) \cdot C^2$

$$E_t = (92 \times 1,00728 + 142 \times 1,00866 - 234,0409) 931,5 = 1723,33 \text{ MeV}$$

حساب الطاقة الكهربائية الناتجة من 1kg من البترول:

$$45.10^6 \text{ joule} \longrightarrow 100\%$$

$$E \longrightarrow 34,2\%$$

$$E = 15,39.10^6 \text{ joule}$$

- حساب كتلة البترول اللازمة:

$$1\text{Kg} \rightarrow 15,39.10^6 \text{ joule}$$

$$m \rightarrow 4,59.10^{16} \text{ joule}$$

$$m = 2,98.10^6 \text{ kg}$$

التمرين 08

المعطيات:

$$N_A = 6,02.10^{23}$$

$$M(\text{Ra}) = 226 \text{ g mol}$$

$$t_{1/2}({}^{226}\text{U}) = 4,47.10^9 \text{ ans}$$

$$m(\text{He}) = 4,0015 \text{ u}$$

$$m(\text{Rn}) = 221,9704 \text{ u}$$

$$m(\text{Ra}) = 225,9771 \text{ u}$$

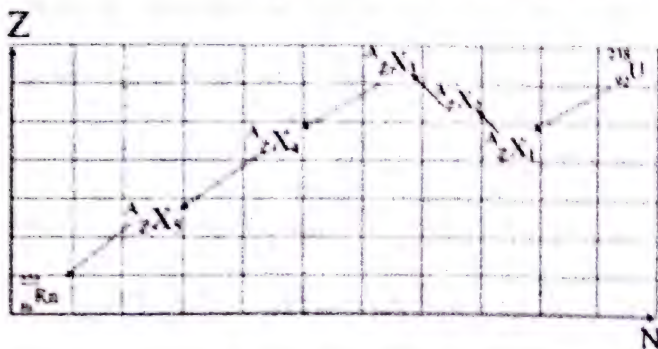
$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$$

$$4,5.10^9 \text{ ans} \text{ عمر الأرض}$$

1- ان الراديوم ${}^{226}\text{Ra}$ هو آخر عنصر مشع في عائلة اليورانيوم 238.

1- ما المقصود بالعبارتين التاليتين: "عنصر مشع" و "عائلة اليورانيوم 238"

ب- كيف تفسر وجود اليورانيوم ${}^{238}\text{U}$ حتى الآن على الأرض.
ج- يعطى المخطط (Z, N) التالي:



- حدد قيمة A و Z للأنوية ${}^A_Z\text{X}$ الناتجة عن التفككات المتتالية لليورانيوم 238 والتي توصل الى الرادون 222، مع ذكر نوع الإشعاع التي تصدره النواة الأم في كل حالة.

البترول يحرر طاقة قدرها $E = 45.10^6$ على شكل حرارة، علما أن مردود تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة كهربائية هو 34,2%.

- استنتج كتلة البترول اللازمة لإنتاج نفس كمية الطاقة الكهربائية المنتجة في المفاعل النووي خلال سنة واحدة.

المعطيات:

$$m_n = 1,00866 \text{ u} \quad , \quad m(\text{Se}) = 84,9033 \text{ u}$$

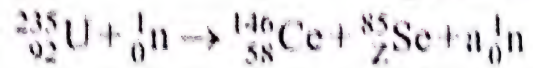
$$m(\text{Ce}) = 145,8782 \text{ u} \quad , \quad m(\text{U}) = 234,9935 \text{ u}$$

$$c = 3.10^8 \text{ m/s} \quad , \quad 1 \text{ u} = 1,66.10^{-27} \text{ kg}$$

$$1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2 \quad , \quad m_p = 1,00728 \text{ u}$$

الحل:

1- معادلة التفاعل:



$$235 + 1 = 146 + 85 + a \Rightarrow a = 5$$

$$92 = 58 + Z \Rightarrow Z = 34$$



2- حساب النقص الكتلي:

$$\Delta m = m_f - m_i$$

$$= m(\text{Ce}) + m(\text{Se}) + 4m_n - m(\text{U})$$

$$= 145,8782 + 84,9033 + 4.1,00866 - 234,9935$$

$$= -0,17736 \text{ u}$$

3- حساب الطاقة المحررة من التفاعل بـ MeV:

$$\Delta E = |\Delta m| \cdot c^2 = 0,17736 \cdot 931,5 = 165,21 \text{ MeV}$$

إيجاد الطاقة المحررة بـ joule:

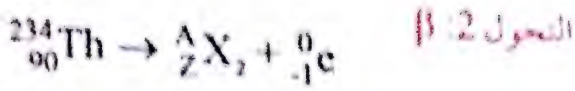
$$1 \text{ MeV} \longrightarrow 1,6.10^{-13} \text{ joule}$$

$$165,21 \text{ MeV} \longrightarrow \Delta E = 2,64.10^{-11} \text{ joule}$$

4- حساب الطاقة الكهربائية المنتجة خلال سنة:

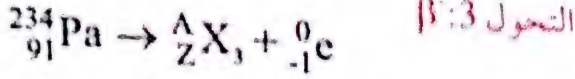
$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = P \cdot t$$

$$E = 1455.10^6 \cdot 365.24.3600 = 4,59.10^{16} \text{ joule}$$



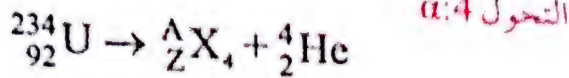
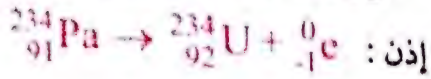
$$234 = A + 0 \Rightarrow A = 234$$

$$90 = Z - 1 \Rightarrow Z = 91$$



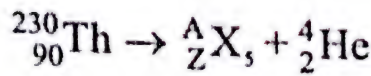
$$234 = A + 0 \Rightarrow A = 234$$

$$91 = Z - 1 \Rightarrow Z = 92$$



$$234 = A + 4 \Rightarrow A = 230$$

$$92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90$$

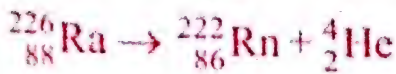


$$230 = A + 4 \Rightarrow A = 226$$

$$90 = Z + 2 \Rightarrow Z = 88$$



2- أ- كتابة معادلة تفكك الراديوم:



ب- ثابت التفكك λ هو احتمال التفكك خلال الزمن.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ ans}^{-1}$$

$$= \frac{4,33 \cdot 10^{-4}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,37 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

3- أ- النشاط الإشعاعي هو عدد التفككات في الثانية الواحدة وحدته Bq.

ب- إيجاد عبارة m: $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow m = M \frac{N}{N_A}$

2- ان نصف عمر الراديوم 226 هو $t_{1/2} = 1600 \text{ ans}$.

أ- أكتب معادلة تفكك الراديوم 226.

ب- عرف ثابت التفكك λ ثم أحسب قيمته مقدرة بـ ans^{-1} ثم بـ s^{-1} .

3- أ- أعط تعريف النشاط الإشعاعي A وحدته في الجملة الدولية.

ب- نعتبر عينة من الراديوم 226 كتلتها m ونشاطها A.

- أكتب العبارة الحرفية التي تعطي m بدلالة M, N_A, λ, A .

ج- أحسب قيمة m علماً أن النشاط هو $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$.

4- أ- أحسب النقص الكتلي Δm الموافق لهذا التفاعل.

ب- أحسب بالـ MeV الطاقة المحررة خلال هذا التفاعل مستعينا بمخطط الطاقة.

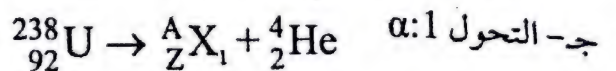
ج- أحسب الطاقة المحررة خلال ساعة من عينة كتلتها 1g من الراديوم 226.

الحل:

1- أ- العنصر المشع هو كل عنصر غير مستقر يصدر تلقائياً جسيمات $\alpha, \beta^+, \beta^-, \gamma$.

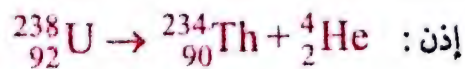
- عائلة اليورانيوم 238: تتحول نواة اليورانيوم 238 إلى نواة بنت غير مستقرة التي بدورها تتحول إلى نواة أخرى وهكذا إلى أن نحصل على نواة مستقرة تسمى مجموع النوى الناتجة عن نواة اليورانيوم 238 فصيلة مشعة.

ب- يوجد اليورانيوم $^{238}_{92}\text{U}$ حتى الآن على الأرض لأن نصف عمره من رتبة عمر الأرض.



$$238 = A + 4 \Rightarrow A = 234$$

$$92 = Z + 2 \Rightarrow Z = 90$$



نسمي $a(t)$ نسبة $\frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})}$ في اللحظة t .

بطريقة معينة قمنا بقياس النسبة $\frac{a(t)}{a_0}$ في لحظات معينة
فتحصلنا على الجدول التالي:

| t(ans) | 0 | 2800 | 5600 | 8400 | 11200 | 14000 | 16800 |
|--------------------|---|------|------|------|-------|-------|-------|
| $\frac{a(t)}{a_0}$ | | 0,71 | | 0,35 | | 0,18 | |

أ- أثبت أن $\frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t}$

ب- أكمل الجدول.

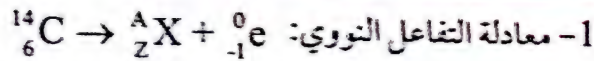
ج- أرسم البيان $\frac{a(t)}{a_0} = f(t)$

د- لاحظ التلاميذ أن نسبة $\frac{a(t)}{a_0}$ هي 0,99، ما هو عمر
الثانوية ؟

- تأكد من ذلك حسابيا.

يعطى: ^4_2Be ^5_3B ^6_6C ^7_7N ^8_8O

الحل:



حسب قوانين الإنحفاظ: $14 = A + 0 \Rightarrow A = 14$

$6 = Z - 1 \Rightarrow Z = 7$



2- أ- إثبات أن $\frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t}$

$a(t) = \frac{N(^{14}\text{C})}{N(^{12}\text{C})} = \frac{N_0(^{14}\text{C})}{N_0(^{12}\text{C})} \cdot e^{-\lambda t} = a_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{a(t)}{a_0} = e^{-\lambda t}$

ب- إكمال الجدول:

| t(ans) | 0 | 2800 | 5600 | 8400 | 11200 | 14000 | 16800 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\frac{a(t)}{a_0}$ | 1,000 | 0,710 | 0,500 | 0,350 | 0,250 | 0,180 | 0,125 |

من جهة أخرى: $A = \lambda N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda}$

نجد: $m = \frac{AM}{\lambda N_A}$

ج- ت ع: $m = \frac{3,7 \cdot 10^{10} \cdot 226}{1,37 \cdot 10^{-11} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} \approx 1g$

4- أ- حساب $\Delta m = m_f - m_i$

$= m(\text{Rn}) + m(\text{He}) - m(\text{Ra})$

$= 221,9704 + 4,0015 - 225,9771$

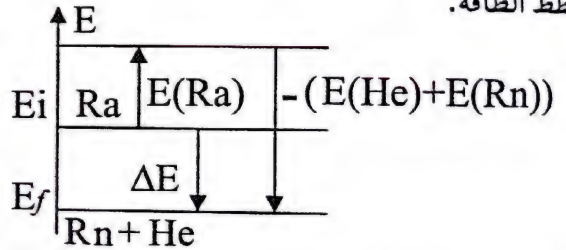
$= -0,0052 U$

ب- حساب $\Delta E = \Delta m \cdot C^2$

$= -0,0052 \cdot 931,5$

$= -4,8438 \text{ MeV}$

خطط الطاقة:



ج- حساب الطاقة المحررة خلال ساعة:

بما أن t مهمل أمام $t_{1/2}$ فإن النشاط يبقى ثابتا.

حساب عدد التفككات في $h = 3600s$

$x = 3,7 \cdot 10^{10} \cdot 3600 = 1,33 \cdot 10^{14}$

$E_{\text{lib}} = x |\Delta E| = 1,33 \cdot 10^{14} \cdot 4,8438 = 6,44 \cdot 10^{14} \text{ MeV}$

التمرين 09

أثناء عملية ترميم بالثانوية عشر العمال على قطعة خشبية تحت

البناء، فاستغلها تلاميذ القسم النهائي لمعرفة عمر الثانوية

1- الكربون $^{14}_6\text{C}$ نظير إشعاعي لعنصر الكربون يتج عنه الإشعاع β^- .

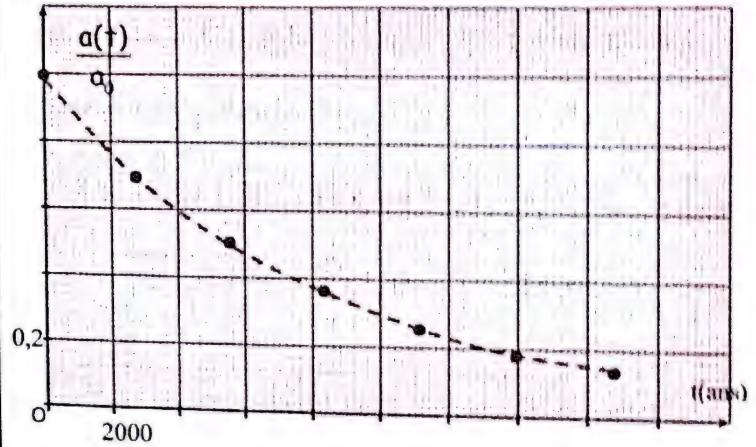
- أكتب معادلة التحول النووي.

2- إن نسبة الكربون في الكائنات الحية ثابتة $10^{-12} = \frac{N_0(^{14}\text{C})}{N_0(^{12}\text{C})}$

و تتناقص في جسم ميت بسبب تفكك $^{14}_6\text{C}$ ، وأن نصف عمر

الكربون هو $t_{1/2} = 5600 \text{ ans}$

ج- تمثيل المنحنى: $\frac{a(t)}{a_0} = f(t)$



- عمر النوية بيانيا:

بعد الإسقاط نجد: $t = 0,05 \cdot 2000 = 100 \text{ans}$

عمر النوية حسابيا:

$$\frac{a(t)}{a_0} = 0,99 = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{a_0}{a} = \frac{1}{e^{-\lambda t}} = e^{\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{0,99}\right) = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t$$

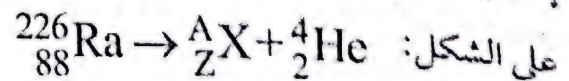
$$t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{1}{0,99}\right)$$

$$= \frac{5600}{\ln 2} \ln\left(\frac{1}{0,99}\right) = 81,2 \text{ans}$$

وهي مقاربة للقيمة السابقة.

التمرين 10

يحتوي الهواء على نسبة مهمة من الرادون 222، نحصل على هذا الغاز الطبيعي المشع من اليورانيوم والراديوم تكتب إحدى التحولات التي تمكنا من الحصول على الرادون Rn



على الشكل: $^{226}_{88}\text{Ra} \rightarrow ^A_Z\text{X} + ^4_2\text{He}$ 1- أعط المعنى الفيزيائي للتحول النووي، ثم حدّد طبيعته في التحول أعلاه.

2- أحسب النقص الكتلي لنواة الراديوم $^{226}_{88}\text{Ra}$.

3- النقص الكتلي للنواة ^A_ZX هو: $\Delta m = 3,04 \cdot 10^{-27} \text{kg}$

1- بتطبيق قانون صودي تعرف على النواة ^A_ZX

ب- أحسب بوحدة الـ MeV طاقة الربط للنواة ^A_ZX واستنتج طاقة الربط لكل نوية.

4- أحسب الطاقة المحررة من التفاعل النووي السابق.

5- حدّد زمن تحوّل 75% من أنوية الراديوم 226 إلى النواة ^A_ZX

6- ما هو نشاط عينة من الراديوم 226 كتلتها $m_0 = 2 \text{g}$ عند اللحظة $t = 0$.

يعطى: $1 \text{ } C = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$, $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$

$$1 \text{ u} = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{kg} = 931,5 \text{MeV}/C^2$$

زمن نصف العمر للراديوم $t_{1/2} = 1620 \text{ans}$, $1 \text{ans} = 365 \text{j}$

$$t_{1/2} = 1620 \text{ans}$$

| النوية أو الجسيم | الرادون | الرادوم | الجليوم | النوترون | البروتون | الإلكترون |
|------------------|------------------------|------------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------------|
| ^A_ZX | $^{222}_{86}\text{Rn}$ | $^{226}_{88}\text{Ra}$ | ^4_2He | ^1_0n | ^1_1p | $^0_{-1}\text{e}$ |
| m(U) | 221,970 | 225,977 | 4,001 | 1,009 | 1,007 | $5,49 \cdot 10^{-4}$ |

الحل:

1- التحوّل النووي هو تحوّل تلقائي و غير مرتقب عبر الزمن يحدث خلاله إنبعاث جسيمات α , β , β^+ أو أمواج كهرومغناطيسية γ من نواة مشعة لتصبح نواة مستقرة. - في التفاعل النووي السابق تنبعث جسيمات ^4_2He إذن هو من نمط α .

2- حساب النقص الكتلي لنواة الراديوم Δm :

$$\Delta m = Zm_p + Nm_n - m(^{226}_{88}\text{Ra})$$

$$= 88 \cdot 1,007 + 138 \cdot 1,009 - 225,977$$

$$= 1,881 \text{u}$$

3- أ- حسب قانون صودي: $226 = A + 4 \Rightarrow A = 222$

$$88 = Z + 2 \Rightarrow Z = 86$$

إذن النواة ^A_ZX هي $^{222}_{86}\text{Rn}$

$$E_l = \Delta m \cdot C^2 = \frac{3,04 \cdot 10^{-27}}{1,66054 \cdot 10^{-27}} \cdot 931,5$$

$$= 1705,325 \text{ MeV}$$

- حساب طاقة الربط لكل نوية:

$$\xi = \frac{E_l}{A} = \frac{1705,325}{222} = 7,68 \text{ MeV / nuc}$$

4- حساب الطاقة المحررة من التفاعل النووي:

$$\Delta E = [m(\text{He}) + m(\text{Rn}) - m(\text{Ra})] \cdot C^2$$

$$= (4,001 + 221,970 - 225,977) \cdot 931,5$$

$$= - 5,589 \text{ MeV}$$

5- حساب زمن تحول 75% من أنوية الراديوم:

وبالتالي يتبقى 25% من الأنوية دون تحول.

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$0,25 N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\ln 0,25 = -\lambda t = -\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln 0,25 = -\frac{1620}{\ln 2} \ln 0,25 = 3240 \text{ ans}$$

6- حساب نشاط عينة من الراديوم:

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \frac{m_0}{M} N_A = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot \frac{m_0}{M} N_A$$

$$= \frac{\ln 2}{1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{2}{226} \cdot 6,023 \cdot 10^{23}$$

$$= 7,23 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

التمرين 11

1- يستعمل الكوبالت المشع في الطب النووي لمعالجة أمراض

السرطان، يفسر النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت $^{60}_{27}\text{Co}$

بتحول نوترون إلى بروتون.

أ- حدد معللا جوابك، نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت.

ب- أكتب معادلة هذا النشاط الإشعاعي و تعرف على النواة

المتولدة من بين النواتين التاليتين: ^{26}Fe و ^{28}Ni .

2- بين أن قانون التناقص الإشعاعي للكوبالت يكتب:

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$

حيث $m(t)$ كتلة الكوبالت المتبقية في اللحظة t .

3- عرّف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ثم بين أنه عند اللحظة:

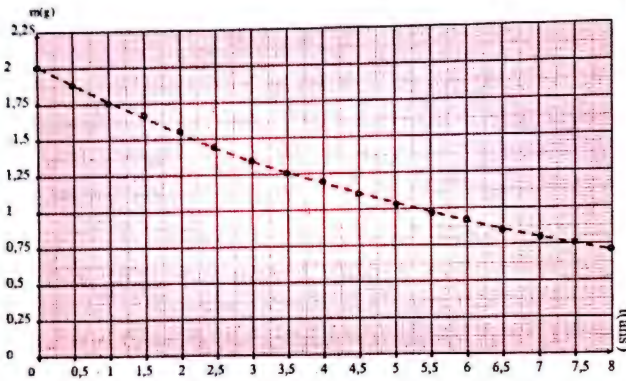
$$t = n \cdot t_{1/2}$$

(حيث n عدد صحيح) تحقق الكتلة المتبقية من الكوبالت

عند اللحظة t العلاقة التالية: $m(t) = \frac{m_0}{2^n}$.

4- يمثل الشكل التالي منحنى التناقص الإشعاعي للكوبالت

بدلالة الزمن: $m=f(t)$.



أ- حدد بيانيا $t_{1/2}$ زمن نصف عمر الكوبالت 60 واستنتج

كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t = 10,5 \text{ ans}$.

ب- برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة

عند نقطة توافق $t = \tau$.

ج- بين أنه عند اللحظة $t = \tau$ لدينا $m = \frac{m_0}{e}$.

د- أوجد عبارة النشاط الابتدائي A_0 بدلالة ثابت الزمن

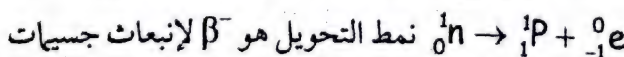
τ , m_0 , M , N_A (عدد أفقادر).

- استنتج قيمة النشاط الإشعاعي A عند اللحظة $t = \tau$.

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ يعطى:}$$

الحل:

1- أ- تحديد نوع النشاط الإشعاعي لنواة الكوبالت:



الإلكترونات أثناء تحول النوترون إلى بروتون.

ب- معادلة التفاعل النووي هي: $^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow ^A_Z\text{X} + ^0_{-1}e$

- حساب النشاط عند اللحظة $t = \tau$: حسب ما سبق

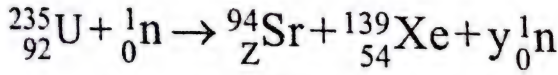
$$A = \frac{m \cdot N_A}{M \cdot \tau} = \frac{m_0}{e} \cdot \frac{N_A}{M \cdot \tau} = \frac{m_0}{e} \cdot \frac{N_A}{M \cdot \frac{t_{1/2}}{\ln 2}} = \frac{m_0 \cdot N_A \cdot \ln 2}{e \cdot M \cdot t_{1/2}}$$

$$= \frac{2.6,02 \cdot 10^{23} \cdot \ln 2}{2.72 \cdot 60.5 \cdot 25.365 \cdot 24.3600} = 3,089 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

التمرين 12

يستعمل خليط من اليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ و اليورانيوم الخصب $^{238}_{92}\text{U}$ كوقود لمفاعل غواصة نووية.

I- تنتج الطاقة المستهلكة من طرف الغواصة من إنشطار اليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ إثر تصادمها بنوترونات وذلك حسب معادلة التفاعل النووي التالي:



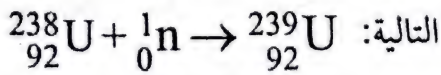
1- أوجد Z و y في المعادلة النووية السابقة.

2- أحسب الطاقة المحررة بال: MeV من هذا التفاعل.

3- مثل الحصيلة الطاقةية بإستعمال مخطط الطاقة.

4- أوجد المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة $m = 1 \text{ g}$ من اليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ من طرف المفاعل النووي للغواصة علما أن إستطاعته 15 MW .

II- يمكن للنوترونات المنبعثة عن إنشطار اليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ والتي لم تخفف سرعتها أن تحول اليورانيوم الخصب $^{238}_{92}\text{U}$ إلى يورانيوم $^{239}_{92}\text{U}$ (المشع كذلك) حسب المعادلة التالية:



بعد دراسة النشاط الإشعاعي لليورانيوم 239، نجد أن قيمته تصبح $\frac{1}{8}$ من قيمته الابتدائية بعد مرور 69 min عن بداية تفككه.

- أحسب نصف عمر اليورانيوم 239.

المعطيات: $1 \text{ MeV} = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$, $1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$

| النواة أو الجسيم | ${}^1_0\text{n}$ | $^{235}_{92}\text{U}$ | $^{239}_{92}\text{U}$ | $^{139}_{54}\text{Xe}$ | $^{94}_{Z}\text{Sr}$ |
|------------------|------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|----------------------|
| $m(u)$ | 1.00866 | 234.99345 | 239.1344 | 138.88917 | 93.89451 |

حسب قوانين الإنحفاظ: $60 = A + 0 \Rightarrow A = 60$

$27 = Z - 1 \Rightarrow Z = 28$

إذن: $^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow ^{60}_{28}\text{Ni} + {}^0_{-1}\text{e}$

2- حسب قانون التناقص الإشعاعي للأتوية: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

ولدينا من جهة ثانية: $N = \frac{m}{M} \cdot N_A$ إذن: $N = \frac{m}{M} \cdot N_A e^{-\lambda t}$ ومنه: $m = m_0 \cdot e^{-\lambda t}$

3- زمن نصف العمر هو المدة اللازمة لتفكك نصف عدد الأتوية الابتدائية N_0

- إيجاد العلاقة: $m = \frac{m_0}{2^n}$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = m_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot n t_{1/2}} = m_0 e^{-n \ln 2} = \frac{m_0}{e^{n \ln 2}} = \frac{m_0}{2^n} = \frac{m_0}{2^n}$$

4- أ- من البيان نجد $t_{1/2} = 5.25 \text{ ans}$

- إستنتاج كتلة الكوبالت المتبقية عند اللحظة $t = 10.5 \text{ ans}$ نلاحظ أن $t = 2 t_{1/2}$ وحسب العلاقة السابقة:

$$m = \frac{m_0}{2^2} = \frac{2}{4} = 0.5 \text{ g}$$

ب - معادلة المماس من الشكل: $m = at + b$ حيث:

$$a = \frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} (m_0 e^{-\lambda t}) = -\lambda m_0 e^{-\lambda t}$$

عند اللحظة $t = 0$ يكون $a = -\lambda m_0$ من جهة أخرى: $b = m_0$

فتصبح معادلة المماس عند المبدأ من الشكل: $m = -\lambda m_0 t + m_0$

$$m = -\frac{1}{\tau} m_0 t + m_0 \text{ نجد: } \lambda = \frac{1}{\tau}$$

عندما يقطع المماس محور الأزمنة تكون $m = 0$ وبالتالي:

$$-\frac{1}{\tau} m_0 t + m_0 = 0 \Rightarrow t = \tau$$

ج - عند اللحظة $t = \tau$ يكون:

$$m = m_0 e^{-t/\tau} = m_0 e^{-\tau/\tau} = m_0 e^{-1} = \frac{m_0}{e}$$

د - إيجاد عبارة النشاط الإشعاعي الابتدائي A_0 :

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{N_0}{\tau} = \frac{m_0}{M} N_A \frac{1}{\tau} = \frac{m_0 \cdot N_A}{M \cdot \tau}$$

التمرين 13

نواة الثوريوم $^{227}_{90}\text{Th}$ نظير مشع لعنصر الثوريوم، خلال تفككها تبعث الإشعاع α .

1- ما المقصود بنواة مشعة؟

2- ما هو تركيب نواة الثوريوم؟

3- أكتب معادلة تفكك هذه النواة ثم تعرف على النواة المتولدة من خلال الجدول التالي:

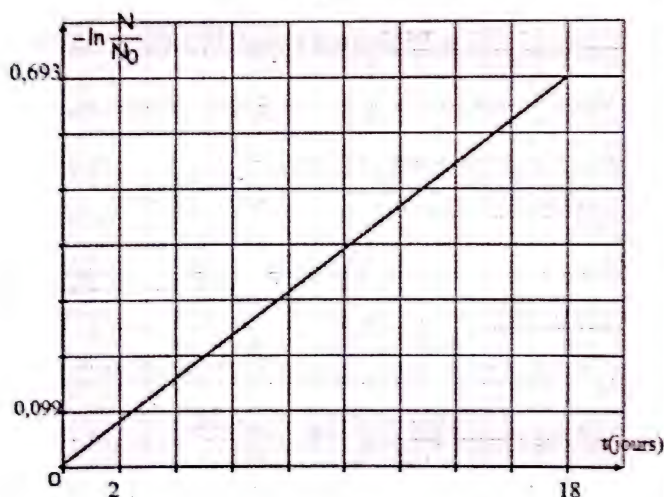
| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 85At | 86Rn | 87Fr | 88Ra | 89Ac |
|------|------|------|------|------|

4- أحسب عدد الأنوية المشعة الابتدائية N_0 الموجودة في

عينة من الثوريوم كتلتها $m_0 = 10^{-3} \text{ mg}$

يعطى: $m_p = m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

5- يمثل البيان التالي تغيرات $-\ln \frac{N}{N_0}$ بدلالة الزمن t



إعتادا على البيان و علاقة التناقص الإشعاعي:

أ- أحسب ثابت الزمن τ واستنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$.

ب- بعد كم من الزمن تصبح كتلة الثوريوم عشر الكتلة الابتدائية m_0 .

الحل:

1- النواة المشعة هي نواة غير مستقرة تصدر تلقائيا إشعاعات:

| النواة | A | Z | N |
|------------------------|-----|----|-----|
| $^{227}_{90}\text{Th}$ | 227 | 90 | 137 |

$\alpha, \beta^+, \beta^-, \gamma$

2- تركيب نواة الثوريوم:

3- معادلة التفاعل النووي هي: $^{227}_{90}\text{Th} \rightarrow ^A_Z\text{X} + ^4_2\text{He}$

حسب قوانين الإنحفاظ: $227 = A + 4 \Rightarrow A = 223$

$90 = Z + 2 \Rightarrow Z = 88$

1- إيجاد قيم Z و A في المعادلة النووية:

حسب قوانين الإنحفاظ: $235 + 1 = 94 + 139 + y \Rightarrow y = 3$

$92 = Z + 54 \Rightarrow Z = 38$

إذن: $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{94}_{38}\text{Sr} + ^{139}_{54}\text{Xe} + 3^1_0\text{n}$

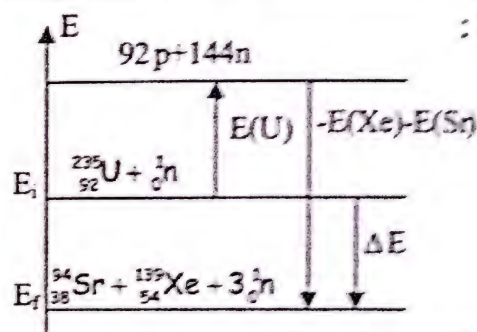
2- حساب الطاقة المحررة بالـ MeV:

$\Delta E = (m_f - m_i) \cdot C^2 = [m(\text{Xe}) + m(\text{Sr}) + 2m_n - m(\text{U})] \cdot C^2$

$(138,88917 + 93,89451 + 2 \times 1,00866$

$- 234,99345) \times C^2 (931,5/C^2) = -179,27 \text{ MeV}$

3- مخطط الطاقة:



4- حساب المدة الزمنية التي يستهلك خلالها كتلة $m = 1 \text{ g}$

من اليورانيوم 235:

حساب عدد الأنوية:

$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{235} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,562 \cdot 10^{21} \text{ noy}$

حساب الطاقة المحررة من 1g من اليورانيوم:

$1 \text{ noy} \rightarrow -179,27 \text{ MeV}$

$2,562 \cdot 10^{21} \text{ noy} \rightarrow E$

$E = 4,593 \cdot 10^{23} \text{ MeV} = 4,593 \cdot 10^{23} \cdot 1,6 \cdot 10^{13}$

$= -7,349 \cdot 10^{10} \text{ J}$

وبالتالي الطاقة المسترجعة هي: $7,349 \cdot 10^{10} \text{ J}$

حساب المدة الزمنية:

$P = \frac{E}{t} \rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{7,349 \cdot 10^{10}}{15 \cdot 10^6} = 4899,33 \text{ s}$

II- حساب زمن نصف العمر: $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$\frac{A_0}{8} = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 8 = e^{\lambda t} = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$

$\ln 8 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot t \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\ln 8} \cdot t = \frac{\ln 2}{\ln 8} \cdot 69 = 23 \text{ min}$

التمرين 14

استخرجت شظايا عظام من موقع تاريخي وبغرض تقدير عمرها نقيس نشاط الكربون 14 الموجود في تلك البقايا. أعطى قياس النشاط الإشعاعي لكتلة من العظام القديمة المستخرجة 110 تفككا في الساعة بينما أعطى قياس النشاط الإشعاعي لنفس الكتلة من عينة جديدة المقدار 13,6 تفككا في الدقيقة.

1- علما أن أنوية الكربون $^{14}_6\text{C}$ تتحول إلى أنوية الآزوت $^{14}_7\text{N}$

أ- هل النواتين $^{14}_6\text{C}$ و $^{14}_7\text{N}$ نظيرتين؟ علل.

ب - أكتب المعادلة النووية المنمذجة للتفاعل النووي السابق، علما أن نواة الآزوت الناتجة تكون في حالة مستقرة.

ج- ما طبيعة الجسم المنبعث من التفاعل النووي وما نوع الإشعاع؟

د- ماذا يحدث لو نتجت نواة في حالة مثارة؟

2- أ- أعط تعريف زمن نصف العمر لنواة مشعة.

ب- أكتب عبارة النشاط الإشعاعي A بدلالة: τ, t, A_0 .

ج- أكمل الجدول التالي ثم أنشئ المنحنى $A=f(t)$

| t | 0 | τ | 2τ | 3τ | 4τ | 5τ |
|-------|---|--------|---------|---------|---------|---------|
| A(Bq) | | | | | | |

د- استنتج بيانيا عمر العينة.

هـ- بين أن عمر العينة بالسنوات يعطى بالعلاقة:

$$t = 8036 \ln \frac{A_0}{A}$$

ثم أحسبه و قارنه مع القيمة المستخرجة من البيان.

يعطى: زمن نصف العمر للكربون 14 هو: 5570ans

الحل:

1- أ- النواتان $^{14}_6\text{C}$ و $^{14}_7\text{N}$ ليستا نظيرتين لأنها لا يتساوى

إلى نفس العنصر، كما أنها تختلفان في العدد الذري Z.

ب- المعادلة النووية هي: $^{14}_6\text{C} \rightarrow ^{14}_7\text{N} + ^0_{-1}\text{e}$

ج- الجسم المنبعث هو الإلكترون $^0_{-1}\text{e}$ ونوع الإشعاع هو β^- .

د- لو نتجت نواة في حالة مثارة فإنها تصدر تلقائيا إشعاعات

كهرومغناطيسية γ .



4- حساب عدد الأنوية الابتدائية المشعة:

- حساب كتلة نواة واحدة: $m' = A m_p = 227.1, 67.10^{-27}$

$$= 3,7909.10^{-25} \text{ kg} = 3,7909.10^{-22} \text{ g}$$

$$N_0 = \frac{m_0}{m'} = \frac{10^{-3}.10^{-3}}{3,7909.10^{-22}} = 2,64.10^{15} \text{ noy}$$

5- أ- المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من

$$\text{الشكل: } -\ln \frac{N}{N_0} = at \text{ حيث } a \text{ معامل التوجيه.}$$

- علاقة التناقص الإشعاعي هي: $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$$\text{وبالتالي: } -\ln \frac{N}{N_0} = \lambda t$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $a = \lambda$

- حساب معامل التوجيه:

$$a = \tan \alpha = \frac{0,693 - 0}{18 - 0} = 0,0385 \text{ jours}^{-1} = \lambda$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0385} \approx 26 \text{ jours: } \tau$$

- حساب زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 = 26 \ln 2 \approx 18 \text{ jours}$$

ب- حساب زمن تناقص الكتلة الابتدائية إلى العشر:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \text{ و } N = \frac{m}{M} N_A$$

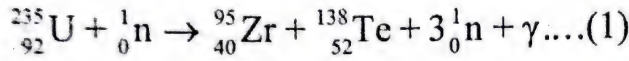
$$\text{إذن: } m = m_0 e^{-\lambda t} \text{ و } \frac{m}{M} N_A = \frac{m_0}{M} N_A e^{-\lambda t}$$

$$\frac{m_0}{10} = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 10 = e^{\lambda t}$$

$$\lambda t = \ln 10 \Rightarrow t = \frac{\ln 10}{\lambda} = \frac{\ln 10}{0,0385} = 59,81 \text{ jours}$$

التمرين 15

أرادت مجموعتين من التلاميذ دراسة مدة إشتغال غواصة نووية يستهلك مفاعلها إستطاعة قدرها 25 MW وذلك بفضل تحويله لكتلة $m=897\text{g}$ من اليورانيوم 235 حيث يحدث فيه التفاعل النووي الممذج بالمعادلة التالية:



نلخص نتائج كل مجموعة في الجدول التالي:

| المجموعة الأولى | المجموعة الثانية |
|---------------------------|------------------------|
| $10,615 \cdot 10^{25}$ | $40,557 \cdot 10^{25}$ |
| 2 | 30 |
| $\Delta E_T (\text{MeV})$ | الطاقة المحررة الكلية |
| $t (\text{jours})$ | مدة اشتغال الغواصة |

1- إن نظير الزركونيوم ${}^{95}_{40}\text{Zr}$ مشع للإشعاع β^- .

أ- ماذا يمثل العددين 95 و 40 ؟

ب- ما المقصود بكلمة مشع ؟

ج- أكتب معادلة تفكك هذه النواة.

2- إحدى المجموعتين وصلت إلى نتيجة صحيحة، لمعرفة

هذه المجموعة عليك الإجابة على هذه الأسئلة:

أ- ما نوع التفاعل (1) ؟

ب- أحسب الطاقة المحررة بوحدة الـ MeV إثر تحول نواة واحدة من اليورانيوم.

ج- أحسب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T بالـ MeV.

د- على أي شكل تظهر هذه الطاقة ؟

هـ- أحسب المدة الزمنية لإشتغال هذه الغواصة t .

و- استنتج أي المجموعتين وصلت إلى النتائج الصحيحة.

يعطى: $m({}^{235}_{92}\text{U}) = 234,99333\text{u}$

$m({}^{95}_{40}\text{Zr}) = 94,88604\text{u}$

$m({}^{95}_{41}\text{Nb}) = 94,88429\text{u}$

$m_n = 1,00866\text{u}$

$1\text{MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13}\text{J}$

$m({}^{138}_{52}\text{Te}) = 137,90067\text{u}$

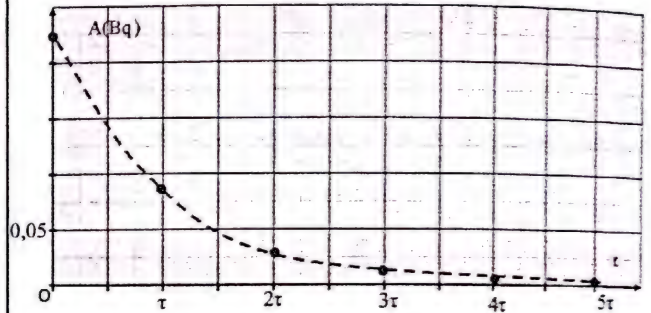
2- أ- زمن نصف العمر لنواة مشعة هو المدة اللازمة لتفكك نصف عدد الأنوية الابتدائية.

ب- عبارة النشاط الإشعاعي A هي: $A = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

ج- إكمال الجدول: $A_0 = \frac{13,6}{60} = 0,227\text{Bq}$

| t | 0 | τ | 2τ | 3τ | 4τ | 5τ |
|-------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|
| A(Bq) | 0,227 | 0,084 | 0,031 | 0,011 | 0,004 | 0,002 |

تمثيل المنحنى: $A=f(t)$



د- عمر العينة: $A = \frac{110}{3600} = 0,031\text{Bq}$

بعد الإسقاط نجد:

$$t = 2\tau = 2 \frac{t_{1/2}}{\ln 2} = 2 \frac{5570}{\ln 2} = 16071,6\text{ans}$$

هـ- إيجاد علاقة عمر العينة: $A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A_0}{A} = e^{\lambda t}$

$$\ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \lambda t = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$$

$$\Rightarrow t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \frac{5570}{\ln 2} \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) \simeq 8036 \ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$$

$$t = 8036 \ln\left(\frac{0,227}{0,031}\right) = 15999,4\text{ans}$$

وهي مقارنة للقيمة المستخرجة من البيان.

الحل:

1- أ- العدد 95 يمثل العدد الكتلي A أي A=95

العدد 40 يمثل العدد الشحني Z أي Z=40

ب- نظير مشع أي غير مستقر يصدر تلقائيا إشعاعات :

α ، β^- ، β^+ أو إصدار γ .

ج- معادلة تفكك نواة الزركونيوم هي: ${}_{40}^{95}\text{Zr} \rightarrow {}_Z^AX + {}_{-1}^0e$

حسب قوانين الانحفاظ : $95 = A + 0 \Rightarrow A = 95$

$40 = Z - 1 \Rightarrow Z = 41$

إذن النواة البنت هي: ${}_{41}^{95}\text{Nb}$ و عليه تصبح المعادلة النووية

هي: ${}_{40}^{95}\text{Zr} \rightarrow {}_{41}^{95}\text{Nb} + {}_{-1}^0e$

2- أ- التفاعل (1) هو تفاعل إنشطار.

ب- حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة :

$$\Delta E = \Delta m \cdot C^2 = [m(\text{Zr}) + m(\text{Te}) + 2m_n - m(\text{U})] \cdot C^2$$

$$= (94,88604 + 137,90067 + 2 \cdot 1,00866 -$$

$$234,99333) \cdot 931,5$$

$$= -176,33295 \text{ MeV}$$

ج- حساب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T :

- حساب عدد أنوية اليورانيوم:

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{897}{235} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 2,3 \cdot 10^{24} \text{ noy}$$

$$\Delta E_T = |\Delta E| \cdot N = 176,33295 \cdot 2,3 \cdot 10^{24}$$

$$= 4,0557 \cdot 10^{26} \text{ MeV}$$

د- تظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية للجسيمات المنبعثة من تفاعل الإنشطار وطاقة حرارية للوسط الخارجي.

هـ- حساب مدة إشتغال الغواصة:

$$\Delta E_T = 4,0557 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 6,48912 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

$$P = \frac{\Delta E_T}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta E_T}{P} = \frac{6,48912 \cdot 10^{13}}{25 \cdot 10^6}$$

$$= 2595648 \text{ s} \approx 30 \text{ jours}$$

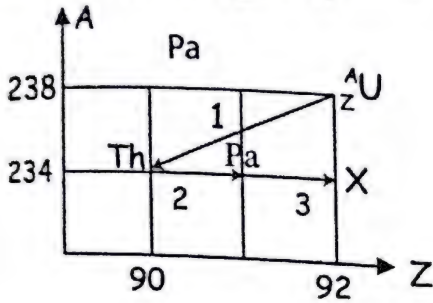
و- حسب ما سبق المجموعة الثانية هي التي توصلت إلى

النتائج الصحيحة.

التمرين 16

الجزء I:

يتحول اليورانيوم المشع إلى نواة الرصاص بعد سلسلة من التفككات المخطط التالي يوضح جزء من هذه التفككات.



1- عرّف العنصر المشع.

2- أكتب معادلات التفكك 1، 2، 3 مع تعيين نمط تفكك كل تحول.

3- عيّن إسم و رمز العنصر X.

4- أحسب الطاقة المحررة في التفاعل 1 بال MeV وال joule.

5- باعتبار أنّ الجسيم المنبعث يوظف 98% من الطاقة المحررة على شكل طاقة حركية، أحسب سرعة هذا الجسيم.

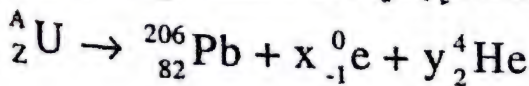
الجزء II:

لاحظ العلماء أن الخامات المعدنية التي تنتمي إلى نفس الطبقة الجيولوجية والتي لها نفس العمر، تحتوي على اليورانيوم 238 والرصاص 206 بنسب ثابتة.

فإذا قمنا بقياس كمية الرصاص 206 في عينة من صخر قديم (باعتباره لم يكن موجودا في البداية) فإننا نستطيع

تحديد عمر المنجم إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي لعدد أنوية اليورانيوم 238

1- المعادلة الإجمالية لهذه السلسلة من التحولات هي:



- حدّد عدد التفككات α و β^- .

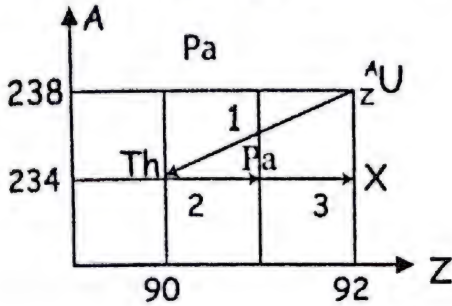
2- إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي $N_U(t)$ لأنوية

اليورانيوم 238 الموجودة في عينة من صخر قديم ندرس عمرها t الذي يوافق عمر الأرض terre.

التمرين 16

الجزء I:

يتحول اليورانيوم المشع إلى نواة الرصاص بعد سلسلة من التفككات المخطط التالي يوضح جزء من هذه التفككات.



1- عرّف العنصر المشع.

2- أكتب معادلات التفكك 1، 2، 3 مع تعيين نمط تفكك كل تحول.

3- عيّن إسم ورمز العنصر X.

4- أحسب الطاقة المحررة في التفاعل 1 بال MeV وال joule.

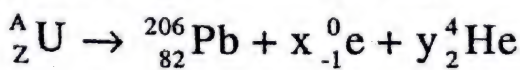
5- باعتبار أنّ الجسم المنبعث يوظف 98% من الطاقة المحررة على شكل طاقة حركية، أحسب سرعة هذا الجسم.

الجزء II:

لاحظ العلماء أن الخامات المعدنية التي تنتمي إلى نفس الطبقة الجيولوجية والتي لها نفس العمر، تحتوي على اليورانيوم 238 والرصاص 206 بنسب ثابتة.

فإذا قمنا بقياس كمية الرصاص 206 في عينة من صخر قديم (باعتباره لم يكن موجودا في البداية) فإننا نستطيع تحديد عمر المنجم إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي لعدد أنوية اليورانيوم 238

1- المعادلة الإجمالية لهذه السلسلة من التحولات هي:



- حدّد عدد التفككات α و β^- .

2- إنطلاقا من منحنى التناقص الإشعاعي $N_U(t)$ لأنوية اليورانيوم 238 الموجودة في عينة من صخر قديم ندرس عمرها t الذي يوافق عمر الأرض t_{terre} .

الحل:

1- أ- العدد 95 يمثل العدد الكتلي A أي $A=95$

العدد 40 يمثل العدد الشحني Z أي $Z=40$

ب- نظير مشع أي غير مستقر يصدر تلقائيا إشعاعات :

α ، β^- ، β^+ أو إصدار γ .

ج- معادلة تفكك نواة الزركونيوم هي: ${}^{95}_{40}\text{Zr} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^0_{-1}\text{e}$

حسب قوانين الإنحفاظ : $95 = A + 0 \Rightarrow A = 95$

$40 = Z - 1 \Rightarrow Z = 41$

إذن النواة البنت هي: ${}^{95}_{41}\text{Nb}$ و عليه تصبح المعادلة النووية



2- أ- التفاعل (1) هو تفاعل إنشطار.

ب- حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة :

$$\Delta E = \Delta m \cdot C^2 = [m(\text{Zr}) + m(\text{Te}) + 2m_n - m(\text{U})] \cdot C^2$$

$$= (94,88604 + 137,90067 + 2 \cdot 1,00866 -$$

$$234,99333) \cdot 931,5$$

$$= -176,33295 \text{ MeV}$$

ج- حساب الطاقة المحررة الكلية ΔE_T :

- حساب عدد أنوية اليورانيوم :

$$N = \frac{m}{M} N_A = \frac{897}{235} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 2,3 \cdot 10^{24} \text{ noy}$$

$$\Delta E_T = |\Delta E| \cdot N = 176,33295 \cdot 2,3 \cdot 10^{24}$$

$$= 4,0557 \cdot 10^{26} \text{ MeV}$$

د- تظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية للجسيمات المنبعثة من تفاعل الإنشطار وطاقة حرارية للوسط الخارجي.

هـ- حساب مدة إشتغال الغواصة :

$$\Delta E_T = 4,0557 \cdot 10^{26} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = 6,48912 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

$$P = \frac{\Delta E_T}{t} \Rightarrow t = \frac{\Delta E_T}{P} = \frac{6,48912 \cdot 10^{13}}{25 \cdot 10^6}$$

$$= 2595648 \text{ s} \approx 30 \text{ jours}$$

و- حسب ما سبق المجموعة الثانية هي التي توصلت إلى النتائج الصحيحة.

حسب قوانين الانحفاظ : $A_3=0$ و $Z_3=-1$
 إذن: ${}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{X} + {}^0_{-1}\text{e}$ وبالتالى نمط التفكك هو β^-
 3- بما أن النواة X لها عدد البروتونات $Z=92$ فإنها نظير
 لعنصر اليورانيوم وبالتالى: ${}^{234}_{92}\text{X}$ هي ${}^{234}_{92}\text{U}$

4- حساب الطاقة المحررة من التفاعل 1:
 $\Delta E = (m_f - m_p) \cdot C^2 = (m(\text{He}) + m(\text{Th}) - m({}^{238}\text{U})) \cdot C^2$
 $= (4,0026 + 234,042 - 238,0507) \cdot 931,5$
 $= -5,68 \text{ MeV}$
 $= -5,68 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} = -9,09 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

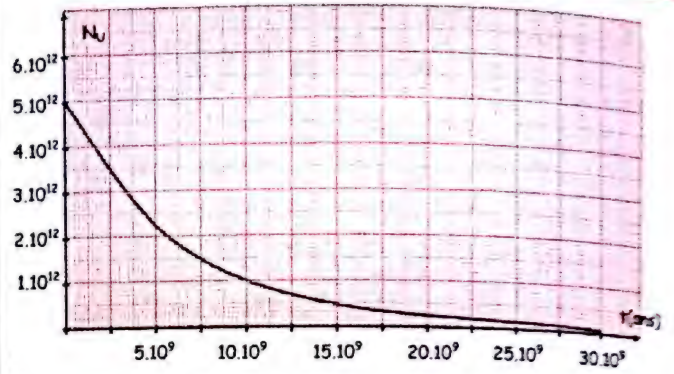
5- حساب الطاقة الحركية لنواة الهيليوم:
 $E_c = 0,98 \Delta E = 0,98 \cdot 9,09 \cdot 10^{-13} = 8,91 \cdot 10^{-13} \text{ J}$
 حساب سرعة نواة الهيليوم:
 $E_c = \frac{1}{2} m v^2$
 $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,91 \cdot 10^{-13}}{4,0026 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}}$
 $= 1,64 \cdot 10^7 \text{ m/s}$

الجزء II

1- إيجاد عدد التفككات α و β :
 حسب قوانين الانحفاظ: $238 = 206 + 4y \rightarrow y=8$
 $92 = 82 - x + 8 \cdot 2 \rightarrow x=6$

1-2 عدد الأنوية الابتدائية $N_U(0) = 5 \cdot 10^{12} \text{ noy}$
 2-2 زمن نصف العمر هو المدة اللازمة لتفكك نصف
 عدد الأنوية الابتدائية.
 $\frac{N_0}{2} = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ noy}$ بعد الإسقاط على المنحنى نجد
 $t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$
 حساب λ : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4,5 \cdot 10^9} = 1,54 \cdot 10^{-10} \text{ ans}^{-1}$

1-3 العلاقة بين $N_U(0)$ ، $N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}})$ ، $N_U(t_{\text{terre}})$
 $N_U(0) = N_U(t_{\text{terre}}) + N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}})$
 $N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}}) = N_U(0) - N_U(t_{\text{terre}})$
 $N_U(0) - N_U(0)e^{-\lambda t} = N_U(0)(1 - e^{-\lambda t_{\text{terre}}})$



- 1-2 حدد عدد الأنوية الابتدائية $N_U(0)$ لليورانيوم.
 2-2 عرّف زمن نصف العمر $t_{1/2}$ ، حدده بيانياً ثم إستنتج
 قيمة ثابت النشاط الإشعاعي λ .
 3- كمية الرصاص المقاسة في الصخور عند اللحظة t_{terre}
 التي يرمز لها بـ $N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}})$ تساوي $2,5 \cdot 10^{12} \text{ noy}$.
 1-3 أوجد العلاقة بين $N_U(0)$ ، $N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}})$ ، $N_U(t_{\text{terre}})$
 2-3 إستنتج عمر الأرض.

بعطى: $m(\text{Th}) = 234,0420 \text{ u}$ ،
 $m(\text{U}) = 238,0507 \text{ u}$ ،
 $m(\text{He}) = 4,0026 \text{ u}$

الحل:

الجزء I

- 1- العنصر المشع هو كل عنصر غير مستقر يصدر تلقائياً
 إشعاعات α ، β^- ، β^+ أو أمواج كهرومغناطيسية γ .

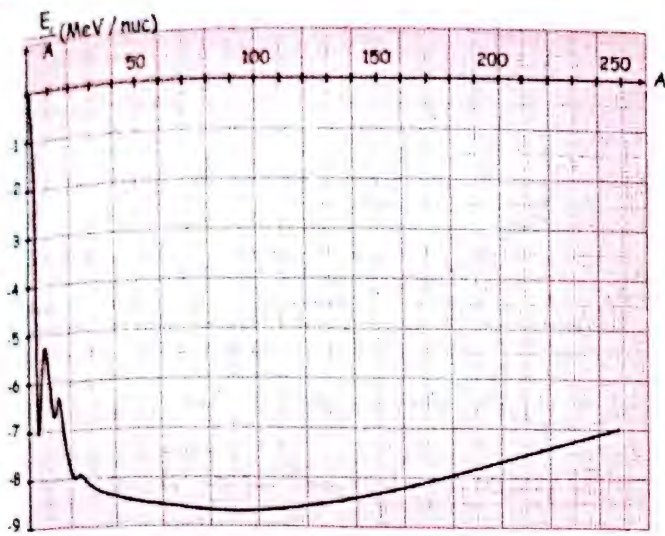
2- معادلة التفكك 1: ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$
 حسب قوانين الانحفاظ: $A_1=4$ و $Z_1=2$
 إذن: ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}$
 وبالتالى نمط التفكك هو α .

معادلة التفكك 2: ${}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e}$
 حسب قوانين الانحفاظ: $A_2=0$ و $Z_2=-1$

إذن: ${}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + {}^0_{-1}\text{e}$

وبالتالى نمط التفكك هو β^-

معادلة التفكك 3: ${}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow {}^{234}_{92}\text{X} + {}^0_{-1}\text{e}$

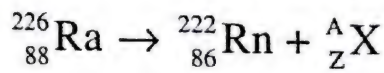


يعطى:

| الإسم | الراديون | الراديوم | الهيليوم | الإلكترون | البروتون | النوترون |
|------------|------------------------|------------------------|-----------------|----------------------|----------------|----------------|
| الرمز | $^{222}_{86}\text{Rn}$ | $^{226}_{88}\text{Ra}$ | ^4_2He | $^0_{-1}\text{e}$ | ^1_1p | ^1_0n |
| الكتلة (u) | 221,970 | 225,977 | 4,001 | $5,49 \cdot 10^{-4}$ | 1,007 | 1,009 |

الحل:

1- معادلة التحول النووي هي:



حسب قوانين الانحفاظ نجد:

$$\begin{cases} 226 = 222 + A \longrightarrow A = 4 \\ 88 = 86 + Z \longrightarrow Z = 2 \end{cases}$$



نوع الإشعاع هو α لإنبعاث أنوية الهيليوم ^4_2He أثناء التحول النووي.

2- حساب النقص الكتلي لنواة الراديوم:

$$\begin{aligned} \Delta m &= Zm_p + Nm_n - m(\text{Ra}) \\ &= 88 \cdot 1,007 + 138 \cdot 1,009 - 225,977 \\ &= 1,881 \text{ u} \end{aligned}$$

3- أ- حساب طاقة الربط لنواة الراديون:

$$E_b = \Delta m \cdot C^2 = 3,04 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,736 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

$$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow 1 \text{ eV}$$

$$2,736 \cdot 10^{-10} \text{ J} \rightarrow 1,71 \cdot 10^9 \text{ eV}$$

2-3- حساب عمر الأرض:

$$\frac{2,5 \cdot 10^{12}}{5 \cdot 10^{12}} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{\text{terre}}} \quad \text{إذن: } \frac{N_{\text{Pb}}(t_{\text{terre}})}{N_{\text{U}}(0)} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{\text{terre}}}$$

$$0,5 = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{\text{terre}}}$$

$$2 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{\text{terre}}}$$

$$\ln 2 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{\text{terre}}$$

$$t_{\text{terre}} = t_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ ans}$$

التمرين 17

تتحول نواة الراديوم $^{226}_{88}\text{Ra}$ إلى نواة الراديون $^{222}_{86}\text{Rn}$ وفق إشعاع معين.

1- أكتب معادلة التحول النووي الحادث موضحاً نوع النشاط الإشعاعي الحادث.

2- أحسب النقص في كتلة نواة الراديوم بوحدة U.

3- علماً أنّ النقص في كتلة نواة الراديون هي $3,04 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$

أ- أحسب طاقة الربط E_b لنواة الراديون بوحدة الـ Joule و eV.

ب- إستنتج طاقة الربط لكل نكليون بوحدة MeV/nuc.

4- أحسب الطاقة المتحررة في التحول النووي السابق بوحدة الـ Joule.

5- في تفاعل الإنشطار لليورانيوم $^{235}_{92}\text{U}$ بنوترون تتج النواتين

الزركونيوم $^{99}_{40}\text{Zr}$ و التيلور $^{134}_{52}\text{Te}$.

أ- عرّف تفاعل الإنشطار.

ب- أكتب معادلة التفاعل النووي الحادث.

ج- باستعمال مخطط آستون، أحسب الطاقة المحررة من

طرف هذا التفاعل بوحدة الـ MeV

كهربائي يُزرع في الجسم ، يعمل على تنشيط العضلات المسترخية في القلب المريض .

ولضمان الطاقة اللازمة لتشغيله (تفاديا لتكرار عملية إستبدال البطاريات الكهرو كيميائية) تستخدم بطاريات من نوع خاص تعمل بنظير البلوتونيوم ^{238}Pu الباعث للإشعاع (α) .

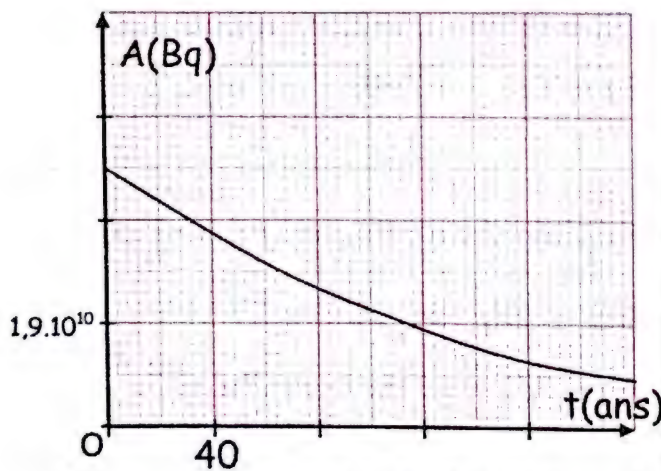
هذه البطارية عبارة عن وعاء مغلق بإحكام يحتوي على كتلة m_0 من المادة المشعة .

أ/ ماذا تعني العبارات: نظير البلوتونيوم ^{238}Pu - مادة مشعة - الإشعاع (α) .

2- أ/ أكتب معادلة تفكك البلوتونيوم مع توضيح قوانين الانحفاظ المستعملة .

ب/ أحسب الطاقة المحررة من تفكك نواة من المادة المشعة .

3- يعطى المنحنى البياني للتناقص الإشعاعي $A(t)$



أ/ عين النشاط الابتدائي A_0 .

ب/ أحسب ثابت التفكك (λ) ، ثم إستنتج عدد الأنوية الابتدائية N_0 .

ج/ أحسب قيمة الكتلة m_0 .

4- عمليا الجهاز يعمل بشكل جيد إلى أن يتناقص نشاط العينة بـ 30% أحسب عندئذ عدد أنوية البلوتونيوم المتبقية .

5- المريض الذي زرع له هذا الجهاز و هو في الخمسين من عمره ، متى يضطر لإستبداله ؟

ب- حساب طاقة الربط لكل نكليون: $1\text{MeV} \rightarrow 10^6\text{eV}$
 $E_f = 1710\text{MeV}$

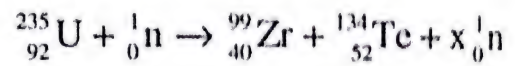
$$\xi = \frac{E_f}{A} = \frac{1710}{222} = 7,70\text{MeV/nuc}$$

4- حساب الطاقة المحررة في التفاعل السابق:

$$\begin{aligned}\Delta E &= [m(\text{Rn}) + m(\text{He}) - m(\text{Ra})] \cdot C^2 \\ &= (225,977 - 4,001 + 221,97) \cdot 931,5 \\ &= -5,589\text{ MeV} = -5,589 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \\ &= -8,94 \cdot 10^{-13}\text{ J}\end{aligned}$$

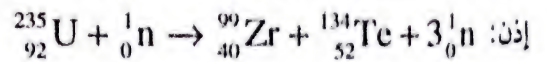
5- أ- تفاعل الانشطار هو تفاعل نووي مفتعل يتم خلاله قذف النواة الأم بنوترون فتشطر إلى نواتين جديدتين أكثر إستقرارا.

ب- معادلة تفاعل الانشطار هي:



حسب قوانين الانحفاظ نجد:

$$235 + 1 = 99 + 134 + x \rightarrow x = 3$$



ج- حساب الطاقة المحررة من تفاعل الانشطار بالإستعانة بمخطط آستون:

$$\textcircled{1} \text{-----} \Delta E = [m(\text{Zr}) + m(\text{Te}) + 2m_n - m(\text{U})] \cdot C^2$$

$$E_t(\text{Zr}) = [40m_p + 59m_n - m(\text{Zr})] \cdot C^2$$

$$m(\text{Zr}) = 40m_p + 59m_n - \frac{E_t(\text{Zr})}{C^2} \quad \text{وبالتالي:}$$

$$m(\text{Te}) = 52m_p + 82m_n - \frac{E_t(\text{Te})}{C^2} \quad \text{بنفس الطريقة نجد:}$$

$$m(\text{U}) = 92m_p + 143m_n - \frac{E_t(\text{U})}{C^2}$$

وبالتعويض في العلاقة $\textcircled{1}$ نجد:

$$\Delta E = E_t(\text{U}) - E_t(\text{Zr}) - E_t(\text{Te})$$

وبالإسقاط من مخطط آستون نجد:

$$\Delta E = 7,2.235 - 8,7.99 - 8,5.134 = -308,3\text{MeV}$$

التمرين 18

1- المنبه القلبي (le stimulateur cardiaque) جهاز

حساب عدد الأنوية الابتدائية N_0 :

$$A_0 = \lambda N_0 \longrightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{4,75 \cdot 10^{10}}{2,5 \cdot 10^{-10}} = 1,9 \cdot 10^{20} \text{ noy}$$

ج/ حساب الكتلة m_0 :

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{1,9 \cdot 10^{20}}{6,023 \cdot 10^{23}} \cdot 238 = 0,075 \text{ g}$$

4- عندما يتناقص النشاط بـ 30% فإنه يتبقى 70% منه.

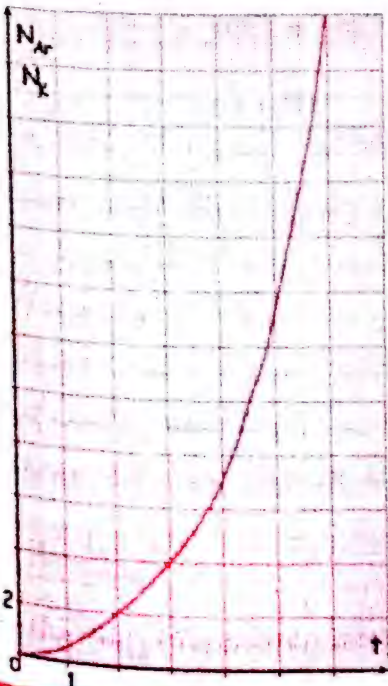
$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{0,7 A_0}{\lambda} = 0,7 N_0 = 0,7 \cdot 1,9 \cdot 10^{20} = 1,33 \cdot 10^{20} \text{ noy}$$

5- بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t = 40,1,2 = 48 \text{ ans}$
 يظطر المريض الذي زرع له هذا الجهاز وهو في الخمسين من عمره لإستبداله عندما يصبح عمره 98 سنة.
 (إذا أطل الله عمره. $t = 50 + 48 = 98 \text{ ans}$)

التمرين 19

أخذت عينة من صخرة وجدت في بركان قديم . نعلم أن البوتاسيوم ^{40}K الموجود في الصخور يتفكك إلى غاز الأرجون ^{40}Ar حسب النمط β^+ ، والذي يبقى محجوزا داخل الصخرة. (^{40}Ar لا يتفكك).

مثلنا في الشكل التالي النسبة بين عدد أنوية البوتاسيوم



وعدد أنوية الأرجون الموجودتان في العينة بدلالة الزمن.

المعطيات:

| الجسيم | ^{91}Pa | ^{92}U | ^{93}Np | ^{94}Pu | ^{95}Am | ^{96}Cm | ^4_2He |
|------------|------------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|
| الكتلة (u) | 233,99338 | 233,99048 | 233,99189 | 237,99799 | 233,9957 | 233,9975 | 4,00151 |

الحل:

1- نظير البلوتونيوم ^{238}Pu هي نواة تسمى لنفس عنصر البلوتونيوم تشترك معه في العدد الذري Z وتختلف عنه في العدد الكتلي A .

- مادة مشعة هي مادة غير مستقرة تصدر تلقائيا إشعاعات

$\alpha, \beta^-, \beta^+, \gamma$ لتصبح أكثر استقرارا.

- الإشعاع α هي أنوية الهيليوم ^4_2He

2- معادلة تفكك البلوتونيوم هي: $^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow ^A_Z\text{X} + ^4_2\text{He}$

حسب قوانين الإنحفاظ: $238 = A + 4 \rightarrow A = 234$

$$94 = Z + 2 \rightarrow Z = 92$$

$$\text{إذن: } ^{238}_{94}\text{Pu} \rightarrow ^{234}_{92}\text{U} + ^4_2\text{He}$$

ب/ حساب الطاقة المحررة من نواة واحدة من البلوتونيوم:

$$\Delta E = (m_f - m_i) C^2$$

$$= (m(\text{U}) + m(\text{He}) - m(\text{Pu})) C^2 = \frac{931,5}{C^2}$$

$$= (233,99048 + 4,00151 - 237,99799) 931,5$$

$$\Delta E = -5,589 \text{ MeV}$$

3- النشاط الابتدائي:

$$A_0 = 2,5 \cdot 1,9 \cdot 10^{10} = 4,75 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

ب/ حساب ثابت التفكك λ :

تعيين زمن نصف العمر $t_{1/2}$ بيانيا:

$$t_{1/2} = 2,0 \times 40 = 80 \text{ ans}$$

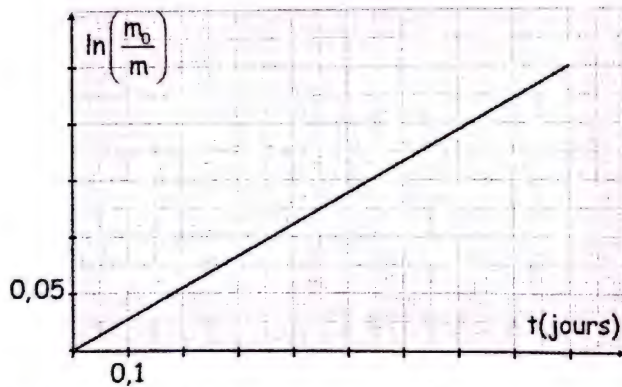
$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{\ln 2}{80} = 8,66 \cdot 10^{-3} \text{ ans}^{-1} = 2,75 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

يمكن الوصول إلى نفس النتيجة من المنحنى حيث $\frac{N_{Ar}}{N_K} = 10$ بعد الإسقاط نجد $t = 4,6.10^9 \text{ ans}$ وهي مقاربة للقيمة الحساسة.

التمرين 20

نواة النبتونيوم $^{239}_{93}\text{Np}$ تتحول إلى نواة البلوتونيوم $^{239}_{94}\text{Pu}$ وفق النشاط الإشعاعي β^- .

- 1- أكتب معادلة التفكك محددًا قيمتي Z و A .
- 2- أعط قانون التناقص الإشعاعي بالنسبة لعدد الأنوية واستنتج قانون التناقص الإشعاعي بالنسبة للكتل.
- 3- يمثل الشكل التالي منحنى تغيرات $\ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$ بدلالة الزمن t .



- حدد بيانًا قيمة λ واستنتج زمن نصف العمر $t_{1/2}$ للنواة $^{239}_{93}\text{Np}$.

4- حدد اللحظة t_1 التي تكون فيها كتلة العينة المتبقية هي: $m = \frac{m_0}{100}$.

الحل:

- 1- معادلة التفاعل النووي هي: $^{239}_{93}\text{Np} \rightarrow ^A_Z\text{Pu} + ^0_{-1}\text{e}$
- تحديد A و Z : $239 = A + 0 \rightarrow A = 239$ و $93 = Z + (-1) \rightarrow Z = 94$

ومنه: $^{239}_{93}\text{Np} \rightarrow ^{239}_{94}\text{Pu} + ^0_{-1}\text{e}$

- 1- أكتب معادلة التفكك علماً أن عدد النوترونات في نواة الأرغون هو 22.
- 2- أوجد النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t ، حيث λ هو الثابت الإشعاعي لـ ^{40}K .

- 3- بالاستعانة بالرسم البياني أوجد زمن نصف عمر ^{40}K .
- 4- أوجد عمر الصخرة علماً أن $\frac{N_K}{N_{Ar}} = 0,1$.

الحل:

- 1 - كتابة معادلة التفكك: $^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ^{40}_{18}\text{Ar} + ^0_{+1}\text{e}$
- $40 = Z' + N \rightarrow Z' = 40 - N = 40 - 22 = 18$
- حسب قوانين الإنحفاظ: $Z = Z' + 1 = 18 + 1 = 19$

إذن: $^{40}_{19}\text{K} \rightarrow ^{40}_{18}\text{Ar} + ^0_{+1}\text{e}$

- 2- عبارة النسبة $\frac{N_{Ar}}{N_K}$ بدلالة λ و t :

$$N_{OK} = N_K + N_{Ar}$$

$$N_{Ar} = N_{OK} - N_K$$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = \frac{N_{OK}}{N_K} - 1 = \frac{N_{OK}}{N_{OK}e^{-\lambda t}} - 1 = e^{\lambda t} - 1$$

- 3 - تحديد زمن نصف العمر بيانًا:

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t_{1/2}} - 1 = 2 - 1 = 1 \text{ يكون } t_{1/2} \text{ عند اللحظة}$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t = 1,35.10^9 \text{ ans}$

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1 = 10 \quad \text{عمر الصخرة:}$$

$$11 = e^{\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$$

$$\ln 11 = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} t$$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln 11$$

$$t = \frac{1,35.10^9}{\ln 2} \ln 11 = 4,7.10^9 \text{ ans}$$



2- قانون التناقص الإشعاعي هو : $N = N_0 e^{-\lambda t}$

$$N = \frac{m}{M} N_A$$

$$\frac{m}{M} N_A = \frac{m_0}{M} N_A e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t}$$

3- تحديد λ بيانيا : المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر

$$\ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = \lambda t$$

بالمبدأ معادلته من الشكل : حيث a معامل التوجيه .

من العلاقة النظرية السابقة : $m = m_0 e^{-\lambda t}$

$$\frac{m_0}{m} = e^{\lambda t}$$

$$\ln\left(\frac{m_0}{m}\right) = \lambda t$$

بالمطابقة بين العلاقتين النظرية و البيانية نجد $\lambda = a$

حساب معامل التوجيه :

$$a = \frac{\Delta \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)}{\Delta t} = \frac{0,05,2,5 - 0}{0,1,4,5 - 0} = 0,278 j^{-1}$$

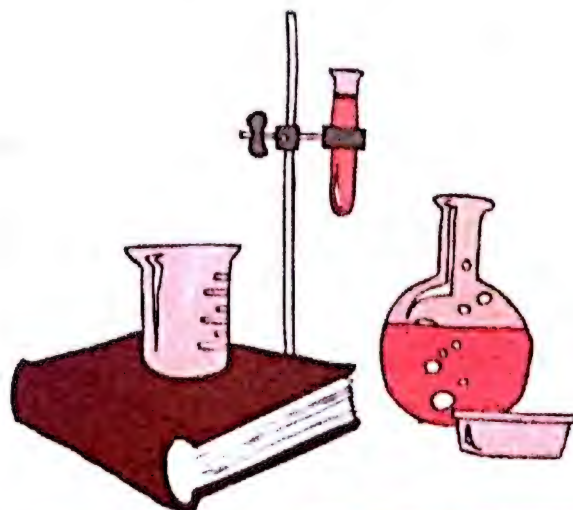
ومنه : $\lambda = 0,278 j^{-1}$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,278} = 2,49 j$$

$$4- \text{ إيجاد اللحظة } t_1 : \frac{m_0}{100} = m_0 e^{-\lambda t_1}$$

$$-\ln 100 = -\lambda t_1$$

$$t_1 = \frac{\ln 100}{\lambda} = \frac{\ln 100}{0,278} = 16,57 j$$



الظواهر الكهربائية

الوحدة
3



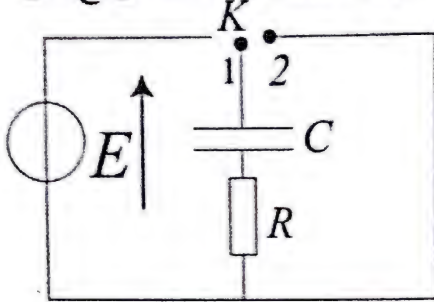
الجزء 1

ثنائي القطب

RC

2- ثنائي القطب RC :

تعريف: ثنائي القطب RC هو جزء من دائرة كهربائية تحتوي على مكثفة سعتها C مربوطة على التسلسل مع ناقل أومي مقاومته R.



شحن مكثفة:
نضع البادلة K في الوضع 1
فشحن المكثفة

| البيان | حل للمعادلة التفاضلية | المعادلة التفاضلية | |
|--------|-------------------------------|---|--------------|
| | $U_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ | $\frac{dU_C(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}U_C(t) = \frac{E}{\tau}$ | التوتر U_C |
| | $q(t) = Q(1 - e^{-t/\tau})$ | $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}q(t) = \frac{E}{R}$ حيث: $\tau = RC$ | الشحنة q |

تعريف ثابت الزمن τ : يمثل بيانيا نقطة تقاطع المماس للمنحنى $U_C = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع المستقيم $U = E$

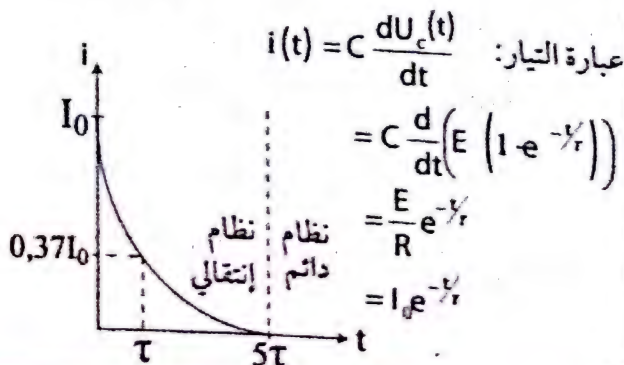
$$\tau = RC$$

$$[r] = [R][C]$$

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} \text{ إذن } U_R = Ri \rightarrow R = \frac{U_R}{i}$$

$$[C] = [I] \frac{[T]}{[U]} \text{ إذن } i = C \frac{dU_C}{dt} \rightarrow C = i \frac{dt}{dU_C}$$

$$[r] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot [I] \frac{[T]}{[U]} = [T] \text{ بالتعويض نجد:}$$

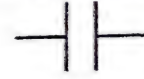


$$\begin{aligned} i(t) &= C \frac{dU_C(t)}{dt} \\ &= C \frac{d}{dt} \left(E(1 - e^{-t/\tau}) \right) \\ &= \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \\ &= I_0 e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

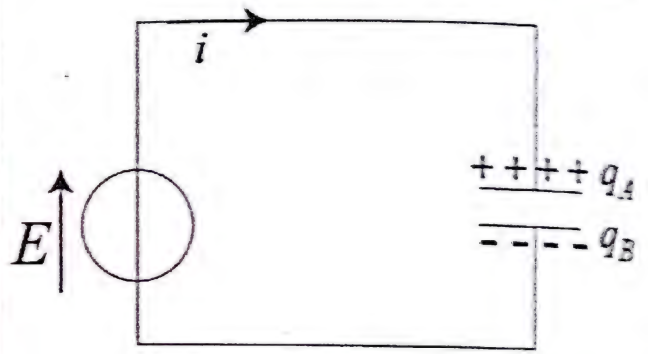
1- المكثفة

تعريف المكثفة:

المكثفة ثنائي قطب يتكون من ناقلين متقابلين نسميها لبوسين تفصل بينهما مادة عازلة للكهرباء (هواء، شمع)



رمز المكثفة في دائرة كهربائية هو: $q(t) = q_A = -q_B$



العلاقة بين الشحنة وشدة التيار:

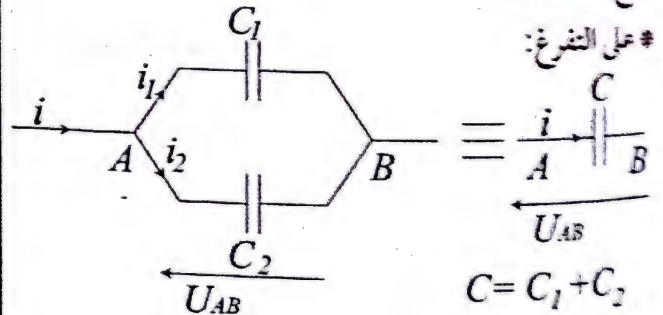
$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} \text{ وإذا كان التيار ثابتا فإن: } I = \frac{Q}{t}$$

العلاقة بين الشحنة والتوتر: $q(t) = CU_C(t)$

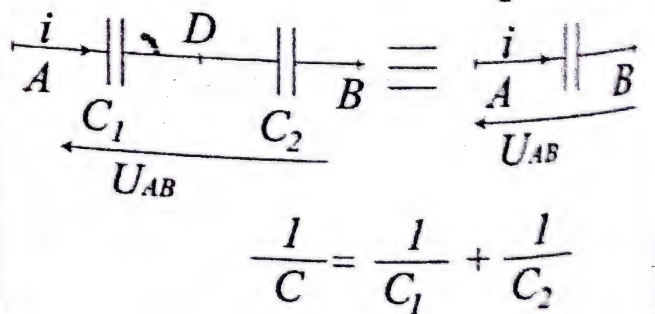
حيث: C ثابت يميز المكثفة يعرف بسعة المكثفة وحدته فاراد F و $U_C(t)$ التوتر بين طرفي المكثفة.

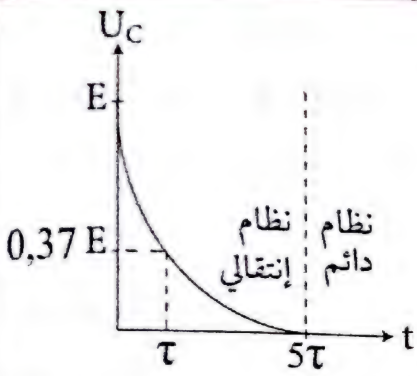
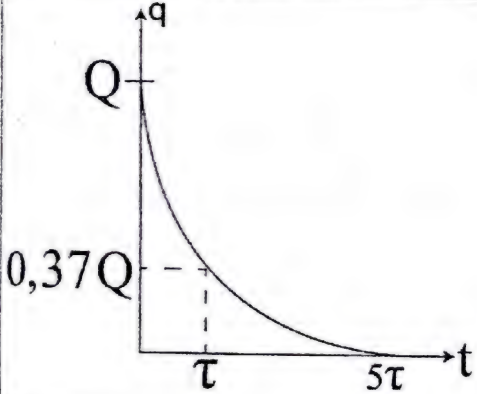
جمع المكثفات:

* على التفرغ:



* على التسلسل:



| المعادلة التفاضلية | حل المعادلة التفاضلية | البيان |
|---|-----------------------|---|
| $U_c = E e^{-t/\tau}$ $\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} U_c(t) = 0$ <p>حيث: $\tau = RC$</p> | التوتر U_c |  |
| $q(t) = Q e^{-t/\tau}$ $\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} q(t) = 0$ | الشحنة q |  |

وتقدر بـ joule

- زمن تناقص الطاقة إلى النصف:

$$E_o(C) = \frac{1}{2} CE^2 \text{ الطاقة الأعظمة}$$

عند تناقص الطاقة إلى النصف يكون: $E(C) = \frac{E_o(C)}{2}$

$$\frac{1}{2} CU_c^2 = \frac{E_o(C)}{2}$$

$$\frac{1}{2} C (E e^{-t/\tau})^2 = \frac{E_o(C)}{2}$$

$$\frac{1}{2} CE^2 e^{-2t/\tau} = \frac{E_o(C)}{2}$$

$$E_o(C) \cdot e^{-2t/\tau} = \frac{E_o(C)}{2}$$

$$2 = e^{2t/\tau}$$

$$\ln 2 = 2t/\tau$$

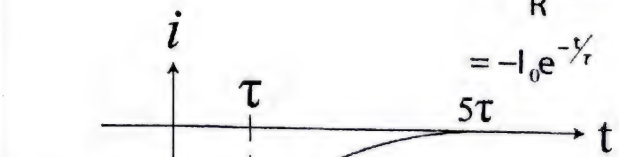
$$t = \frac{\tau}{2} \ln 2$$

عبارة التيار:

$$i = c \frac{dU_c(t)}{dt} = C \frac{d}{dt} (E e^{-t/\tau})$$

$$= -\frac{E}{R} e^{-t/\tau}$$

$$= -I_0 e^{-t/\tau}$$



3- الطاقة الكهربائية المخزنة في مكثفة

عباراتها تعطي على الشكل:

$$E(c) = \frac{1}{2} q U_c$$

$$E(c) = \frac{1}{2} c U_c^2$$

$$E(c) = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C}$$

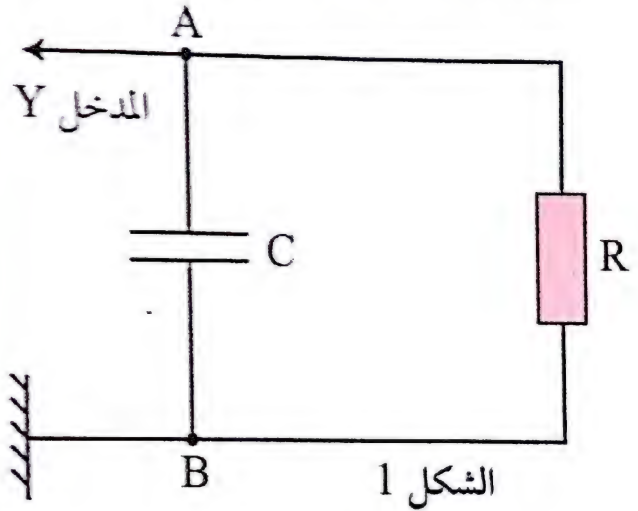
التمرين 01

مكثفة سعتها $C = 5,0 \mu F$ مشحونة تحت التوتر $U_{AB} = U_0 > 0$

توصل المكثفة في الدارة الموضحة في الشكل المقابل
يضبط نظام اكتساب المعطيات على النحو التالي :

- قاعدة الزمن : $1ms/div$

- الحساسية الشاقولية : $1V/div$



نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$.

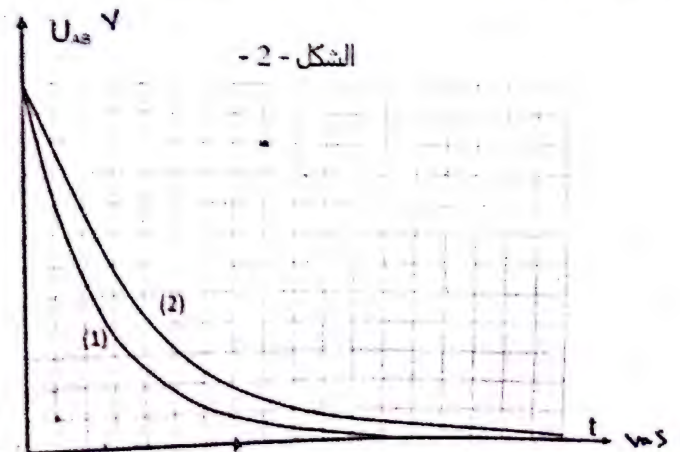
1- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة.

2- عند استعمال ناقل أومي مقاومته $R_1 = 500 \Omega$

نحصل على المنحنى 1 - الممثل في الشكل 2 - وعند استعمال ناقل أومي مقاومته R_2 نحصل على المنحنى 2 -

أ- أوجد قيمة التوتر U_0 .

ب- من خلال تفحص المنحنيين استنتج المقاومة الأكبر باقتراح طريقة لتعيينها وحساب القيمة العددية لـ R_2 .



3-4- أحسب الطاقة التي خزنتها المكثفة أثناء عملية الشحن

أ- استنتج قيمة الطاقة الضائعة بفعل جول في الناقل

الأومي الذي مقاومته R_1 عند نهاية عملية التفريغ.

ج- هل تختلف هذه الطاقة في حالة استعمال الناقل الأومي الذي مقاومته R_2 ؟ علل إجابتك؟

4-أ- أحسب الطاقة الضائعة في الناقل الأومي R_2 عند

اللحظة $t = 7ms$.

ب- هل تختلف هذه الطاقة في حالة الناقل الأومي R_1 ؟

إذا كانت الإجابة بنعم، هل هي أكبر أم أصغر منها؟

الحل:

1- المعادلة التفاضلية : $U_{AB} + Ri = 0$

$$i = \frac{dq}{dt}, q = CU_{AB}, i = \frac{d(CU_{AB})}{dt}$$

$$U_{AB} + RC \frac{dU_{AB}}{dt} = 0$$

2-أ- من البيان : $U_0 = 12V$

ب- لتعيين المقاومة الأكبر نحسب τ لكل منحنى عند

$$U = 0.37U_0$$

يكون : $\tau_1 = 2,5ms < \tau_2 = 3,8ms$

$$R_1C < R_2C \Rightarrow R_1 < R_2$$

- حساب R_2 :

$$\tau_1 = R_1C \Rightarrow C = \frac{\tau_1}{R_1} = \frac{2,5 \cdot 10^{-3}}{500} = 5 \cdot 10^{-6} F$$

$$\tau_2 = R_2C \Rightarrow R_2 = \frac{\tau_2}{C} = \frac{3,8 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} = 760 \Omega$$

3-أ- الطاقة المخزنة أثناء الشحن :

$$E(C) = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot (12)^2$$

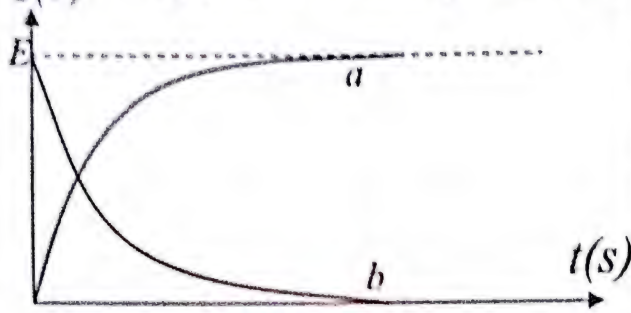
$$E(C) = 3,6 \cdot 10^{-4} J$$

ب- عند نهاية عملية التفريغ تكون الطاقة المخزنة في المكثفة

مساوية للطاقة الضائعة بفعل جول في الناقل الأومي الذي

مقاومته R_1

نمثل في الشكل-1- التوتر بين طرفي الناقل الأومي U_R والتوتر بين طرفي المكثفة U_C بدلالة الزمن .



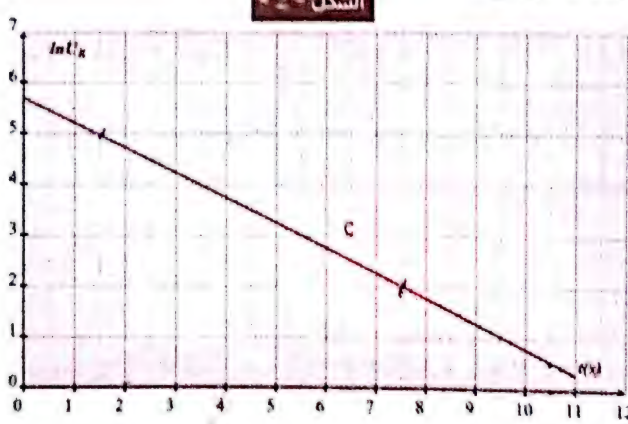
الشكل-1

1- أي البيانيين a أم b يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن ؟
إشرح باختصار.

2- تعطى معادلة تغير شدة التيار في الدارة بالعلاقة $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

أ- كيف نحدد ثابت الزمن τ من أحد البيانيين a أو b ؟
ب- أكتب في النظام الدائم عبارات U_C و U_R و $E(C)$ (الطاقة المخزنة في المكثفة) بدلالة مميزات عناصر الدارة.

3- نمثل في الشكل-2- البيان C الذي يعطي تغيرات $\ln U_R$ بدلالة الزمن .



الشكل-2

أ- أكتب عبارة $\ln U_R$ بدلالة الزمن .

ب- إستنتج من البيان C قيمة ثابت الزمن τ و القوة المحركة للمولد E .

ج- أحسب سعة المكثفة C واستنتج الطاقة المخزنة فيها .

د- أحسب أعظم شدة تيار أثناء عملية الشحن .

هـ- عين على البيان C اللحظة التي تصل فيها عملية الشحن إلى 99%، واستنتج قيمة U_R حينذاك .

ج- عند إستعمال المقاومة R_2 لا تختلف قيمة الطاقة المفرغة لأنها تتعلق فقط بالمقدار الذي تم شحنه في البداية .
($E(C) = \frac{1}{2} C V_0^2$)

4-أ- حساب الطاقة الضائعة عند اللحظة $t = 7 \text{ ms}$:

$$U_{AB} = 1,8 \text{ V}$$

الطاقة المتبقية في المكثفة عند اللحظة 7 ms

$$E'(C) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot (1,8)^2 = 0,081 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

الطاقة الضائعة في الناقل الأومي R_2

$$\Delta E = E(C) - E'(C)$$

$$\Delta E = (3,6 - 0,081) \cdot 10^{-4} = 3,52 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

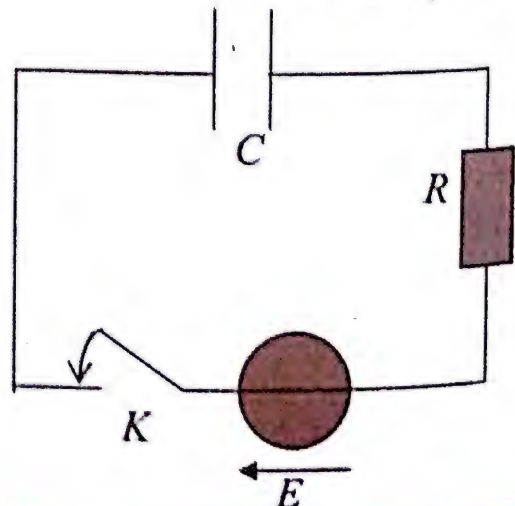
ب- في حالة إستعمال المقاومة R_1 تختلف كمية الطاقة الضائعة وتكون أكبر لأنه كلما كانت المقاومة صغيرة تضيق الطاقة بسرعة أكبر .
حسابيا:

$$E'(C) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,8^2 = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta E = 3,6 \cdot 10^{-4} - 1,6 \cdot 10^{-6} = 3,85 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

التمرين 02

تحتوي دارة كهربائية على: مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية E ، قاطعة K ، ناقل أومي مقاومته $R = 12,5 \text{ K}\Omega$ ، مكثفة سعتها C (غير مشحونة) .
نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$:



قسم التمارين

الحل:

1- عند غلق القاطعة يكون التيار أعظميا وبالتالي $U_R \neq 0$ بينما التوتر بين طرفي المكثفة يكون معدوما أي $U_C = 0$ وعليه البيان b يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن.

2- أ- تحديد ثابت الزمن τ من البيان a مثلا:

لما $t = \tau$ يكون $U_C = 0,63E$ ثم نقوم بعملية الإسقاط.

ب- عبارة U_R في النظام الدائم: $U_R = 0$

عبارة U_C في النظام الدائم: $U_C = E$

عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة $E(C) = \frac{1}{2}CE^2$

3- أ- عبارة $\ln U_R$: $U_R = R.i$

$$U_R = R \cdot \frac{E}{R} e^{-t/\tau} = E e^{-t/\tau}$$

$$\ln U_R = \ln E - \frac{t}{\tau}$$

ب- المنحنى خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل

$\ln U_R = at + b$ حيث a معامل التوجيه.

و بالمطابقة مع العلاقة النظرية السابقة نجد $a = -\frac{1}{\tau}$

و $b = \ln E$

- حساب معامل التوجيه a :

$$a = \frac{\Delta \ln U_R}{\Delta t} = \frac{0 - 5,7}{11,5 - 0} = -0,5 s^{-1}$$

$$\tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{-0,5} \Rightarrow \tau = 2s$$

من المنحنى:

$$b = \ln E = 5,7 \Rightarrow E = e^{5,7} = 298,87V \approx 300V$$

ج- سعة المكثفة:

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{2}{12,5 \cdot 10^3} \Rightarrow C = 1,6 \cdot 10^{-4} F$$

الطاقة المخزنة:

$$E(C) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot (300)^2 = 7,2 J$$

د- حساب أعظم شدة للتيار:

$$U_{R \max} = R.i_{\max} = E \text{ وعليه}$$

$$i_{\max} = \frac{E}{R} = \frac{300}{12,5 \cdot 10^3} \Rightarrow i_{\max} = 0,024 A$$

هـ- لما تصل عملية الشحن إلى 99% يكون $5\tau = 10s$

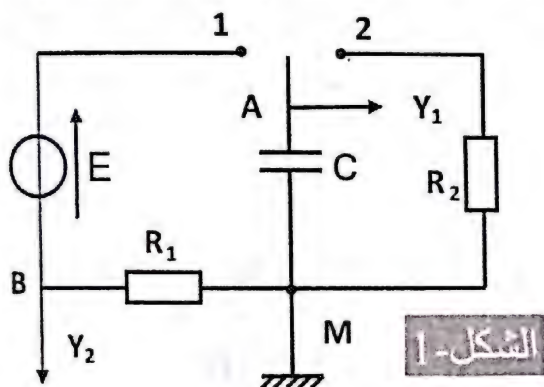
بعد الإسقاط على المنحنى c نجد $\ln U_R = 0,8$

$$U_R = e^{0,8} = 2,2V \text{ وعليه}$$

التمرين 03

نحقق الدارة التالية حيث:

$$R_2 = 2K\Omega, R_1 = 1K\Omega, E = 6V$$

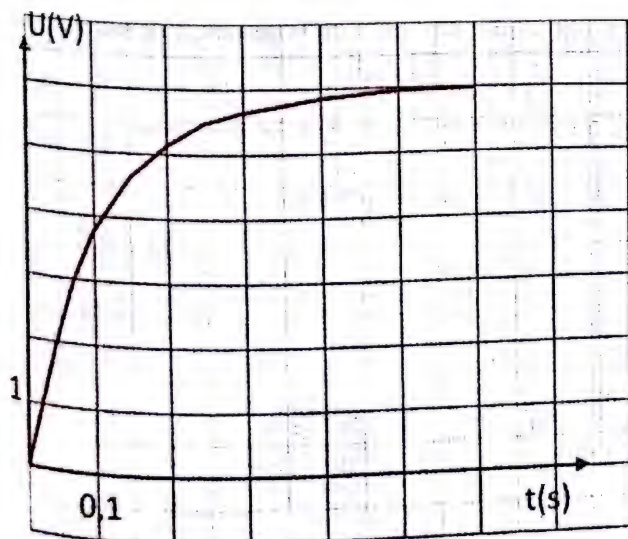


1- نضع البادلة في الوضع 1:

1- ماذا يحدث للمكثفة؟

2- ماذا يمثل التوترين U_1 و U_2 اللذان يمكن مشاهدتهما

على المدخلين Y_1 و Y_2 الموجودين في الشكل 2-.



البيان 2-

- 3- أثناء عملية الشحن تتناقص شدة التيار إلى أن تتعدم وبالتالي يتناقص U_R إذن البيان-1 يمثل تغيرات U_R بدلالة الزمن .
في حين أن عند اللحظة $t=0$ يكون $U_C=0$ وعليه البيان-2- يمثل تغيرات U_C بدلالة الزمن .

- 4-أ- في النظام الدائم $U_C=6V$
ب- عند اللحظة $t=\tau$ يكون $U_C=0,63E$ بعد الإسقاط

نجد $\tau = 0,1s$

ج- حساب سعة المكثفة C

$$\tau = R_1 C \Rightarrow C = \frac{\tau}{R_1} = \frac{0,1}{10^3} = 10^{-4} F$$

- 5- شدة التيار في اللحظة $t=0$
 $U_R = R_1 i \Rightarrow i = \frac{U_R}{R_1} = \frac{6}{10^3} = 6 \cdot 10^{-3} A$
شدة التيار في اللحظة $t=\infty$: $i=0$: $U_R=0$
II-1- عند وضع البادلة في الوضع-2- تفرغ المكثفة .

2- المعادلة التفاضلية :

$$U_C + U_{R2} = 0 \quad \text{حسب قانون جمع التوترات :}$$

$$U_C + R_2 i = 0$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad \text{من جهة أخرى}$$

$$U_C + R_2 C \frac{dU_C}{dt} = 0 \rightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{R_2 C} U_C = 0$$

- 3- إثبات أن حل المعادلة التفاضلية من الشكل : $U_C = Ae^{-\alpha t}$

$$\frac{dU_C}{dt} = -\alpha Ae^{-\alpha t} \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :}$$

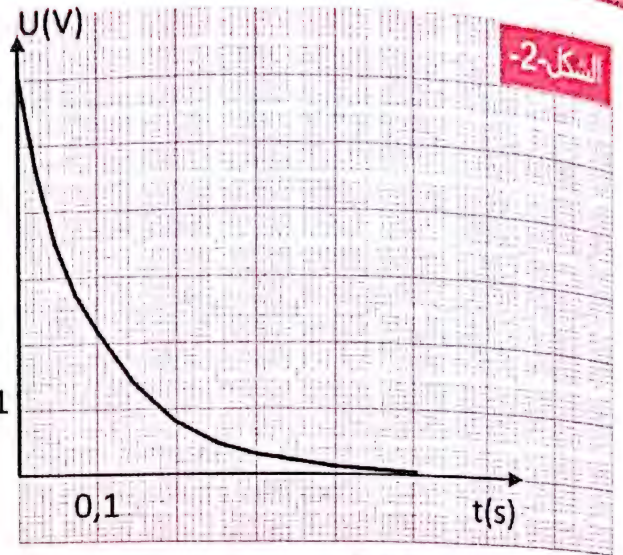
$$-\alpha Ae^{-\alpha t} + \frac{1}{R_2 C} (Ae^{-\alpha t}) = 0$$

$$(-\alpha + \frac{1}{R_2 C}) Ae^{-\alpha t} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{R_2 C} = \frac{1}{\tau'}$$

$$U_C(0) = E \quad \text{حساب A : من الشروط الابتدائية :}$$

$$Ae^0 = E \Rightarrow A = E = 6V$$

$$\tau' = R_2 C = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \tau' = 0,2s \quad \text{حساب } \tau'$$



البيان-1-

- 3- أي البيانيين يمثل تغيرات التوتر U_C بين طرفي المكثفة وأيهما يمثل تغيرات التوتر U_R بين طرفي المقاومة R_1 ، برّر إجابتك .
4- إستنتج من البيان :

أ- التوتر U_C في النظام الدائم .

ب- قيمة ثابت الزمن τ مع شرح الطريقة المتبعة .

ج- سعة المكثفة C .

- 5- ماهي شدة التيار في اللحظتين : $t_0=0$ و $t=\infty$

II- نضع البادلة في الوضع 2 .

1- ماذا يحدث للمكثفة ؟

2- أوجد المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة التوتر U_C

3- أثبت أن حل هذه المعادلة هو من الشكل $U_C = Ae^{-\alpha t}$

حيث A ثابت غير معدوم .

ثم إستنتج قيمة كل من A و α .

4- أحسب ثابت الزمن الجديد τ' .

الحل :

- 1-1- عند وضع البادلة في الوضع 1 تشحن المكثفة .

2- التوتر U_1 الذي يمكن مشاهدته على المدخل Y_1 هو التوتر

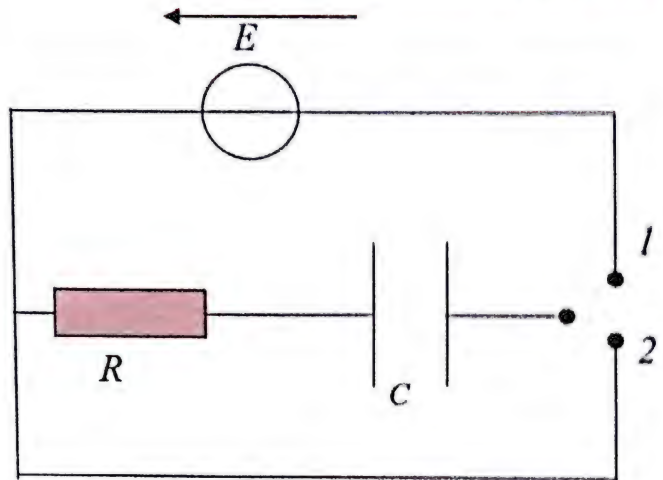
بين طرفي المكثفة U_C .

- التوتر U_2 الذي يمكن مشاهدته على المدخل Y_2 هو التوتر

بين طرفي المقاومة R_1 لكن بإشارة سالبة $-U_{R1}$ وللحصول

على توتر موجب نضغط على زر قلب الإشارة .

التمرين 04



في الدارة التالية لدينا مولد للتوتر الثابت قوته المحركة $E=6,0V$ ناقل أومي مقاومته $R=1,0K\Omega$ مكثفة سعتها $C=4,7\mu F$.

1- عند اللحظة $t=0$ نضع البادلة في الوضع 1.

1 - ما هي الظاهرة التي تحدث في الدارة؟

2- كيف يتطور التوتر بين طرفي المكثفة؟

3- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q(t)$.

4- عبر عن شحنة المكثفة عند اللحظة t بدلالة t, C, R, Q_0 .

5 - أحسب الشحنة الأعظمية للمكثفة.

6 - في أي لحظة تصل قيمة شحنة المكثفة الى نصف قيمتها العظمى؟

II - نضع البادلة في الوضع 2 .

1 - ماذا يحدث للمكثفة؟

2 - باستخدام قانون جمع التوترات بين أن المعادلة التفاضلية

$$U(t) + RC \frac{dU(t)}{dt} = 0$$

للدارة هي:

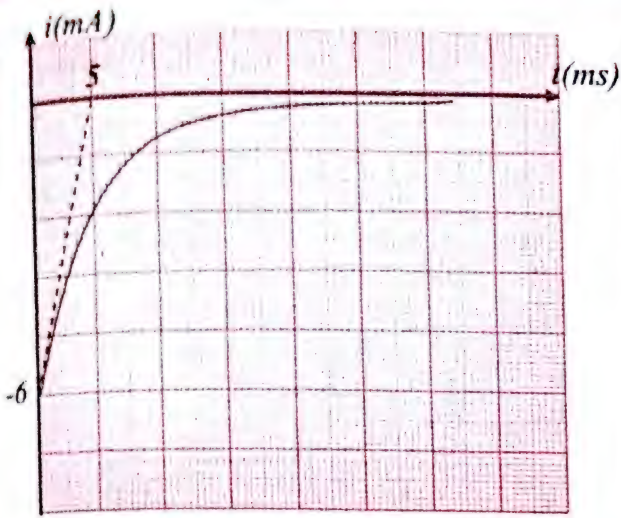
3 - هل حل هذه المعادلة من الشكل: $U(t) = E(1 - e^{-t/RC})$

III- يمثل البيان التالي تطور شدة التيار بدلالة الزمن.

1 - عين بيانيا قيمة ثابت زمن الدارة.

2 - عين اللحظة التي يكون عندها $i = -0,2 I_0$

3 - ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة عندها؟



الحل:

1- عند وضع البادلة في الوضع 1 يحدث شحن المكثفة.

2- يزداد التوتر U_C تدريجيا بين طرفي المكثفة ثم يصل إلى

قيمة ثابتة E تكون عندها المكثفة مشحونة و تصبح تلعب دور قاطعة مفتوحة.

3- إيجاد المعادلة التفاضلية :

$$U_C + U_R = E \quad \text{حسب قانون جمع التوترات :}$$

$$U_C + Ri = E$$

$$\text{نعلم أن } i = \frac{dq}{dt} \text{ و } U_C = \frac{q}{C}$$

$$\text{ومنه } \frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = E$$

$$\text{إذن: } \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{E}{R} = \frac{EC}{RC} = \frac{Q_0}{RC}$$

$$\text{تصبح المعادلة التفاضلية } \frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = \frac{Q_0}{RC}$$

4- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل

$$q(t) = Ae^{-xt} + B$$

إيجاد الثوابت A, x, B .

$$\text{لدينا: } \frac{dq}{dt} = -Axe^{-xt}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-t/RC} \quad -3$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$E(1 - e^{-t/RC}) + RC \cdot \frac{E}{RC} e^{-t/RC} = 0$$

$$E - Ee^{-t/RC} + Ee^{-t/RC} = 0 \Rightarrow E = 0$$

إذن الحل $U_C = E(1 - e^{-t/RC})$ ليس حل للمعادلة التفاضلية .

III-1- بما أن نقطة التقاطع ميل المماس عند المبدأ مع محور الأزمنة يمثل ثابت الزمن τ فإن $\tau = 5ms$.

2- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$$U_C = Ee^{-t/\tau}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$i = C(-\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau})$$

$$= -C \frac{E}{RC} e^{-t/\tau} = -\frac{E}{R} e^{-t/\tau} = -I_0 e^{-t/\tau}$$

- إيجاد اللحظة التي يكون عندها $i = -0,2I_0$

$$-0,2I_0 = -I_0 e^{-t/\tau}$$

$$0,2 = e^{-t/\tau}$$

$$\ln 0,2 = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow t = -\tau \ln 0,2$$

$$t = -5.10^{-3} \ln 0,2 = 8,05.10^{-3} s$$

3- إيجاد قيمة التوتر عند اللحظة السابقة :

$$U_C = Ee^{-8,05.10^{-3}/5.10^{-3}} = 1,2V$$

نعوض في المعادلة التفاضلية

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC}(Ae^{-xt} + B) = \frac{Q_0}{RC}$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{A}{RC}e^{-xt} + \frac{B}{RC} = \frac{Q_0}{RC}$$

$$-Ae^{-xt}(x - \frac{1}{RC}) + \frac{B}{RC} = \frac{Q_0}{RC}$$

$$x = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad \text{إذن :}$$

$$B = Q_0$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$ يكون $q = 0$

$$0 = Ae^0 + B \Rightarrow A = -B = -Q_0 \quad \text{وعليه}$$

$$q(t) = Q_0(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{إذن :}$$

$$\text{أو } q(t) = Q_0(1 - e^{-t/RC})$$

5- حساب الشحنة الأعظمية :

$$Q_0 = EC = 6,4,7.10^{-6} = 2,82.10^{-5} C$$

6- إيجاد لحظة وصول q إلى $Q_0/2$:

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0(1 - e^{-t/RC})$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-t/RC} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t/RC}$$

$$\ln 2 = \frac{t}{RC} \Rightarrow t = RC \ln 2 = 10^3 \cdot 4,7.10^{-6} \ln 2$$

$$t = 3,26.10^{-3} s = 3,26ms$$

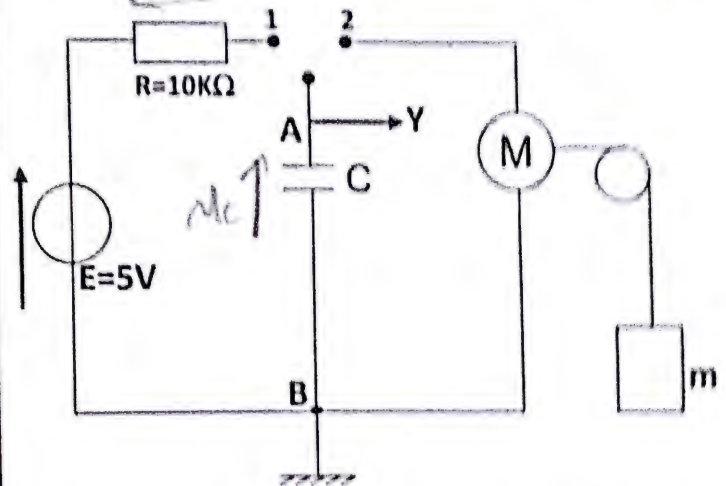
II-1- عند وضع البادلة في الوضع 2 يحدث تفريغ للمكثفة .

$$U_C + Ri = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية :}$$

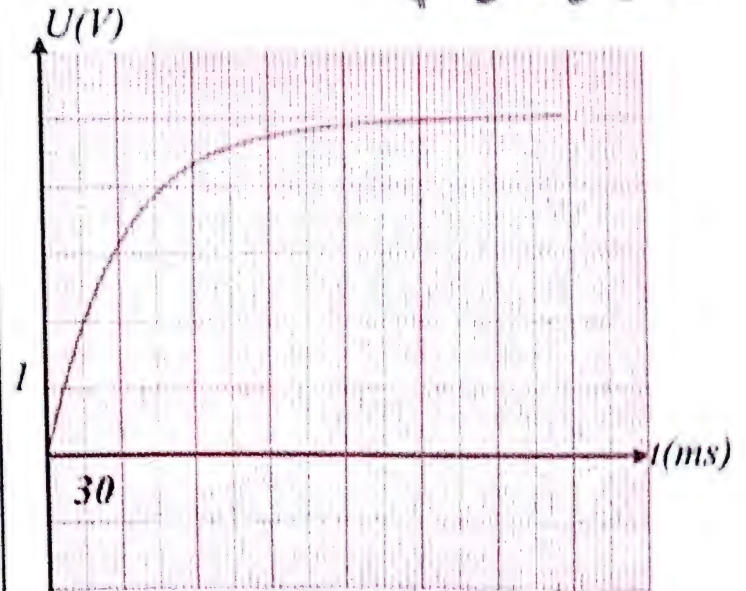
$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad \text{وعليه } q = CU_C \quad \text{علما أن}$$

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = 0$$

1- نريد تعيين سعة مكثفة لذا نقوم بتحقيق التركيب التالي :



نرفع البادلة في الوضع 1 وبمساعدة راسم الإهتزاز المهبطي نتحصل على المنحنى التالي :



1- حدد موضعى الشحنتين q و $-q$ على لبوسى المكثفة .

- ماهى العلاقة بين $q(t)$ و $i(t)$ ؟

- مثل على الشكل الاول التوترين U_C و U_R .

2- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها $U_C(t)$.

3- إنطلاقا من البيان بين أن سعة المكثفة تساوي $C = 3\mu F$.

II- نضع البادلة في الوضع 2 فيحدث تفريغ للمكثفة يجعل المحرك M يدور و بالتالي ترتفع الكتلة m بمقدار h في مدة

زمنية قدرها $18ms$ ، يحدث خلالها تناقص خطي في التوتر .

U_C نعبّر عنه بالدالة $U_C = -at + b$ حيث لدينا :

$U_C(0) = 5V$ و $U_C(18ms) = 1,4V$

1- أوجد قيمتي a و b .

2- أوجد عبارة الشحنة $q(t)$ للمكثفة .

3- إستنتج قيمة التيار i . ماذا تلاحظ ؟

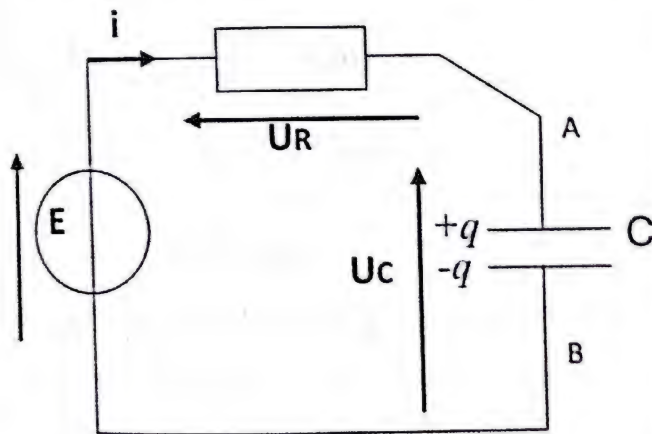
4- أحسب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة .

5- أحسب الطاقة المتبقية عند اللحظة $t = 18ms$.

6- إستنتج الطاقة الميكانيكية المكتسبة من طرف الكتلة m .

الحل:

I- 1- عند وضع البادلة في الوضع 1 يحدث شحن المكثفة و بالتالي تنتقل الإلكترونات من اللبوس A إلى اللبوس B أي يشحن اللبوس A بشحنة q واللبوس B بشحنة $-q$.



- العلاقة بين $i(t)$ و $q(t)$ هي $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

2- إيجاد المعادلة التفاضلية : $U_C + U_R = E$

$$U_C + Ri = E$$

$$U_C + R \frac{dq}{dt} = E$$

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = E$$

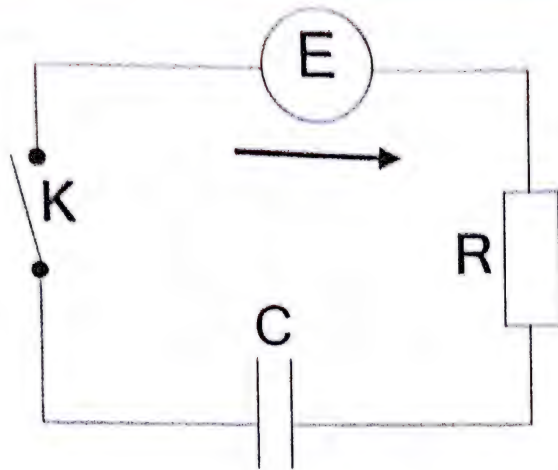
$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC} U_C = \frac{E}{RC}$$

3- $t = \tau$ يكون $U_C = 0,63E$ بعد الإسقاط

$$\tau = 30ms$$

$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^3}$$

$$C = 3 \cdot 10^{-6} F = 3\mu F$$



- 1- أحسب مدة شحن المكثفة .
- 2- ليكن U_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي أثناء الشحن .
إليك هاتان المعادلتان التفاضليتان .
(1) $\frac{dU_R}{dt} + RCU_R = 0$
(2) $RC \frac{dU_R}{dt} + U_R = 0$
- أ- بواسطة التحليل البعدي يبين أن إحدى هاتين المعادلتين التفاضليتين غير صحيحة .
- ب- أوجد حل المعادلة التفاضلية السابقة .
- ج- مثل البيان $U_R = f(t)$ أثناء شحن المكثفة .
- 3- أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة $E(C)$ عند نهاية الشحن .

الحل:

1- حساب مدة الشحن :

$$t = 5\tau = 5RC = 5 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \Rightarrow t = 0,25s$$

$$\frac{dU_R}{dt} + RCU_R = 0 \quad \text{1-1 المعادلة}$$

$$\text{نعلم أن } C = \frac{q}{U} = \frac{i \cdot t}{U} \text{ و } R = \frac{U_R}{I}$$

$$\begin{bmatrix} U \\ T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} = 0 \quad \text{إذن}$$

$$\begin{bmatrix} U \\ T \end{bmatrix} + [U] \cdot [T] = 0$$

$$1-1 \text{ إيجاد قيمة } b$$

$$U_C(0) = -a \cdot 0 + b = 5 \Rightarrow b = 5V$$

$$U_C = 1,4 = -a \cdot 18 \cdot 10^{-3} + 5 \quad \text{إيجاد قيمة } a$$

$$a = 200 V/s$$

$$U_C = -200t + 5$$

$$q(t) = CU_C(t) \quad \text{2- معادلة } q(t)$$

$$q(t) = 3 \cdot 10^{-6}(-200t + 5)$$

$$q(t) = -6 \cdot 10^{-4}t + 1,5 \cdot 10^{-5}$$

3- إيجاد قيمة i

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -6 \cdot 10^{-4} A = Cte$$

ملاحظ أن شدة التيار ثابتة ويسري في الاتجاه المعاكس .

4- حساب الطاقة الأعظمية المخزنة في المكثفة:

$$E_1(C) = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}3 \cdot 10^{-6} \cdot 5^2$$

$$E_1(C) = 3,75 \cdot 10^{-5} J$$

5- حساب الطاقة المتبقية عند اللحظة $t = 18ms$

$$E_2(C) = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1,4^2$$

$$E_2(C) = 2,94 \cdot 10^{-6} J$$

6- الطاقة التي تفرغها المكثفة هي الطاقة الميكانيكية المكتسبة

من طرف الكتلة m و بالتالي :

$$E_m = E_1(C) - E_2(C) = 3,75 \cdot 10^{-5} - 2,94 \cdot 10^{-6}$$

$$E_m = 3,456 \cdot 10^{-5} J$$

التمرين 06

يملك ثنائي قطب من ناقل مقاومته $R = 1000\Omega$

ومكثفة فارغة سعتها $C = 50\mu F$

وصله إلى قطبي مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية :

$$E = 12V$$

نغلق القاطعة K

3- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة :

$$E(C) = \frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 12^2$$

$$\Rightarrow E(C) = 0,0036 J$$

التمرين 07

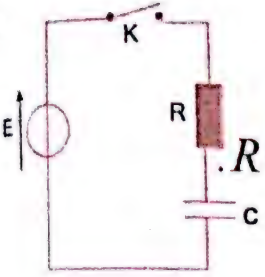
تتكون دائرة كهربائية من :

- مولد قوته المحركة E

- ناقل أومي مقاومته $R = 100 \Omega$

- مكثفة سعتها C

- قاطعة K



المكثفة غير مشحونة ، نغلق القاطعة K عند لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة $t = 0$.

1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر U_C بين

طرفي المكثفة .

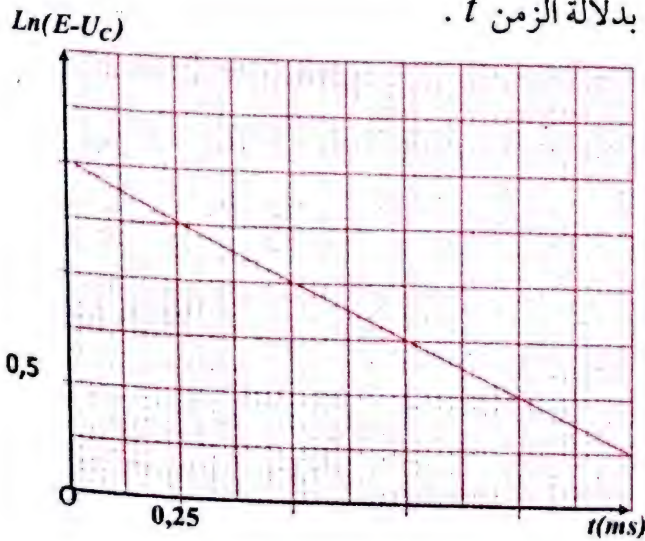
2- أثبت أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل :

$$U_C = A(1 - e^{-t/\tau})$$

حيث A و τ ثابتان يطلب تحديد عبارتهما .

3- يعطى المنحنى الممثل لتغيرات المقدار $\ln(E - U_C)$

بدلالة الزمن t .



- باستعمال البيان أوجد قيمة كل من E و τ .

الوحدة غير متجانسة إذن المعادلة (1) خاطئة .

- المعادلة (2)

$$RC \frac{dU_R}{dt} + U_R = 0$$

$$\begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ U \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T \\ T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ T \end{bmatrix} + [U] = 0$$

$$[U] + [U] = 0$$

الوحدات متجانسة إذن المعادلة (2) صحيحة

ب- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل

$$U_R = Ae^{-xt} \text{ حيث } A \text{ و } x \text{ ثابتان .}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt} \text{ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :}$$

$$RC(-Axe^{-xt}) + Ae^{-xt} = 0$$

$$Ae^{-xt}(-RCx + 1) = 0$$

$$-RCx + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

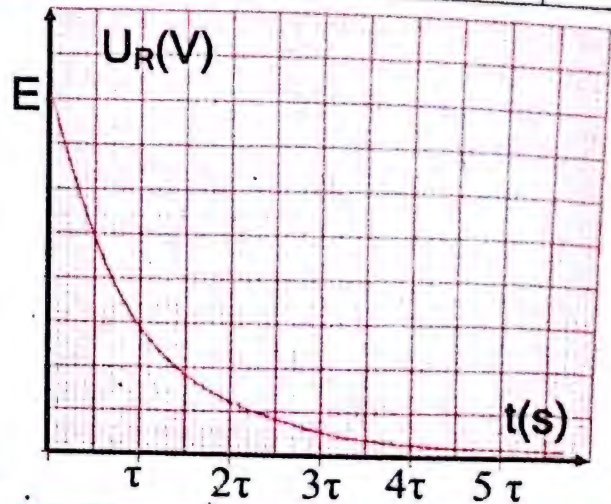
من الشروط الابتدائية لما $t = 0$ يكون

$$U_R = Ae^0 = E \Rightarrow A = E$$

إذن حل المعادلة التفاضلية : $U_R = Ee^{-t/RC}$

ج- تمثيل البيان $U_R = f(t)$:

| $t(s)$ | 0 | τ | 2τ | 3τ | 4τ | 5τ |
|----------|-----|---------|---------|---------|---------|---------|
| $U_R(V)$ | E | $0,37E$ | $0,14E$ | $0,05E$ | $0,02E$ | $0,01E$ |



3- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل: $\ln(E - U_C) = at + b$ حيث a معامل التوجيه.

نظريا: $U_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

$$U_C = E - Ee^{-t/\tau}$$

$$Ee^{-t/\tau} = E - U_C$$

$$\ln Ee^{-t/\tau} = \ln(E - U_C)$$

$$\ln(E - U_C) = -\frac{t}{\tau} + \ln E$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$

حيث $b = \ln E \Rightarrow E = e^b$

و عليه $E = e^{1,5} \approx 4,5V$

حساب معامل التوجيه:

$$a = \frac{\Delta(\ln(E - U_C))}{\Delta t} = \frac{0,25 - 1,5}{1,25 - 0} = -1ms^{-1}$$

$$\tau = -\frac{1}{a} = 1ms$$

4- حساب النسبة $\frac{E_C}{E_0}$

$$E(C) = \frac{1}{2}CU_C^2 = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-t/\tau})^2$$

$$E_0 = \frac{1}{2}CE^2$$

$$E_C = \frac{1}{2}CE^2(1 - e^{-\tau/\tau})^2$$

$$= \frac{1}{2}CE^2 \cdot 0,63^2 = 0,40 \frac{1}{2}CE^2$$

$$\frac{E_C}{E_0} = \frac{0,4 \frac{1}{2}CE^2}{\frac{1}{2}CE^2} = 0,4$$

4- نرمز بـ E_C للطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = \tau$ ونرمز بـ E_0 للطاقة الأعظمية التي تخزنها المكثفة.

- أحسب النسبة $\frac{E_C}{E_0}$

الحل:

1- المعادلة التفاضلية للتوتر U_C :

حسب قانون جمع التوترات $U_C + U_R = E$

$$U_C + Ri = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = E$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC}U_C = \frac{E}{RC}$$

2- حل المعادلة التفاضلية السابقة هو:

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \text{ و عليه } U_C = A(1 - e^{-t/\tau})$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC} A(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC} - \frac{A}{RC} e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}$$

$$Ae^{-t/\tau} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} \right) + \frac{A}{RC} = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC} \Rightarrow \tau = RC$$

$$\frac{A}{RC} = \frac{E}{RC} \Rightarrow A = E$$

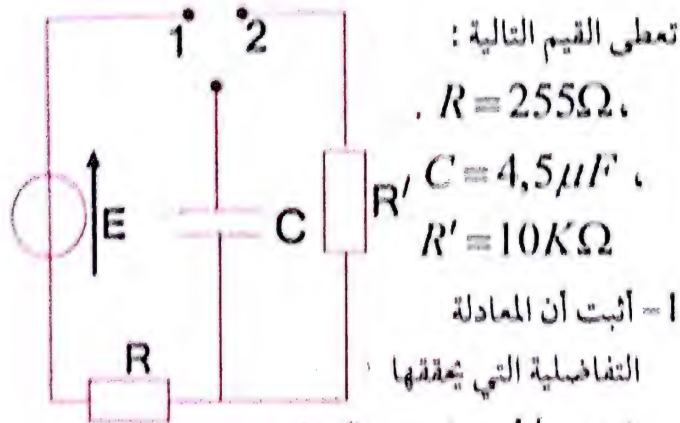
إذن حل المعادلة التفاضلية هو $U_C = E(1 - e^{-t/RC})$

التمرين 08

فهل تتفق مع القيمة المحسوبة سابقا علما أن الخطأ المسموح به هو 10% .

II- ندرس الآن شحن و تفريغ المكثفة عبر ناقل أومي بواسطة مولد للتوتر الثابت ، ولهذا الغرض حققنا التركيب التالي :

في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة فارغة ، نضع البادلة في الوضع 1.



تعطى القيم التالية :

$$R = 255 \Omega ,$$

$$C = 4,5 \mu F ,$$

$$R' = 10 K \Omega$$

1- أثبت أن المعادلة

التفاضلية التي يحققها

التوتر U_C بين لبوسى المكثفة

$$E = RC \frac{dU_C}{dt} + U_C$$

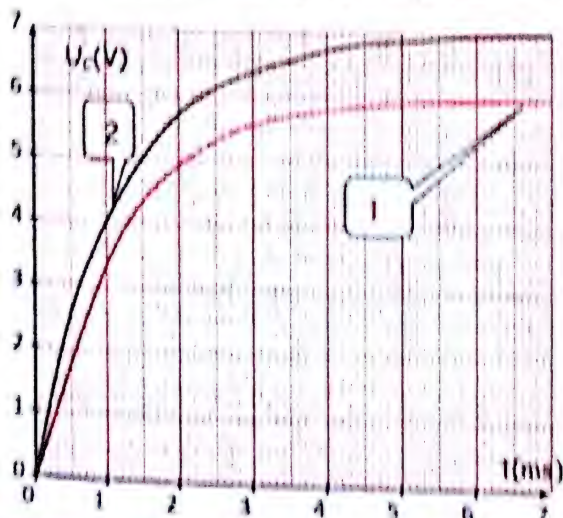
2- تأكد من أن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل :

$$U_C = \Lambda (1 - e^{-\alpha t})$$

$$\text{بين أن : } \Lambda = E \text{ و } \alpha = \frac{1}{RC}$$

3- إنطلاقا من المنحنى رقم 1 حدد قيمة E القوة المحركة للمولد.

4- قمنا بتغيير أحد المقادير المميزة لدائرة الشحن فتحصلنا على المنحنى رقم 2 ، فما هو هذا المقدار ؟ وما قيمته الجديدة ؟



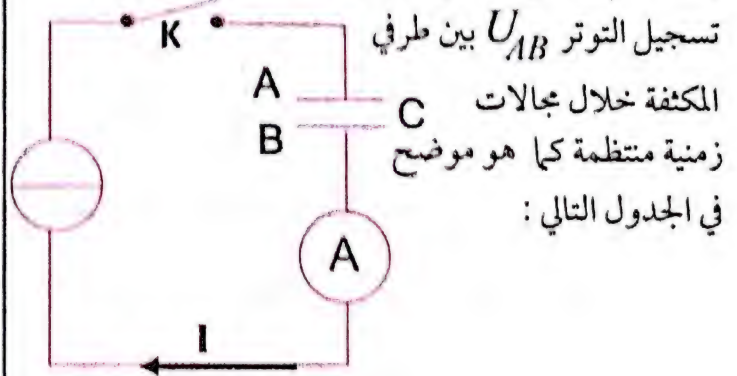
I- نحقق الدارة المبينة في الشكل و المكونة من مولد للتيار

الثابت ، مكثفة ، أمبير متر و قاطعة .

في اللحظة $t=0$ تكون المكثفة فارغة ، نغلق القاطعة K

فيشير الأمبير متر إلى القيمة $I = 12 \mu A$.

باستخدام حاسوب مجهز بقارئ بطاقات المعلومات تتم



تسجيل التوتر U_{AB} بين طرفي

المكثفة خلال مجالات

زمنية منتظمة كما هو موضح

في الجدول التالي :

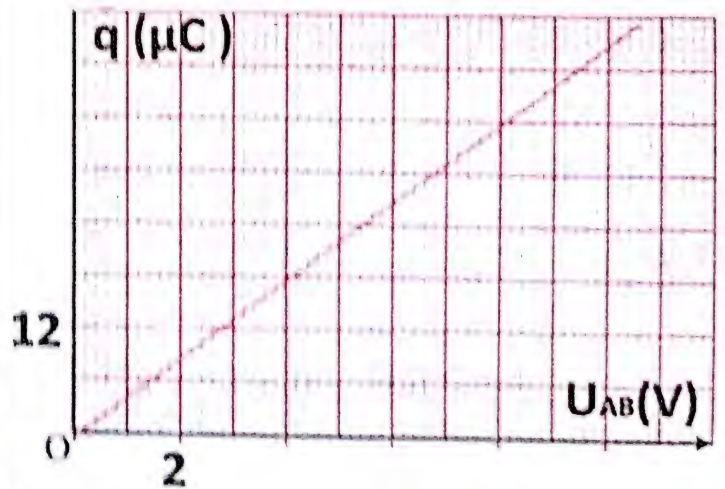
| $t(s)$ | 0 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 |
|--------------|---|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| $U_{AB} (V)$ | 0 | 1,32 | 2,64 | 4,00 | 5,35 | 6,70 | 7,98 | 9,20 | 10,60 |

1- أذكر العلاقة التي تسمح بحساب شحنة المكثفة q بدلالة I

ثم أحسب q في اللحظة $t = 3,0 s$.

2- المنحنى البياني التالي يمثل تغيرات شحنة المكثفة q

بدلالة U_{AB}



- حدد إنطلاقا من هذا البيان قيمة سعة المكثفة المدروسة C

3- إذا كانت قيمة السعة المشار إليها من طرف الصانع هي

$$C = 4,7 \mu F$$

2- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل :

$$U_C = A(1 - e^{-\alpha t})$$

$$\frac{dU_C}{dt} = A\alpha e^{-\alpha t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$RC.A\alpha e^{-\alpha t} + A(1 - e^{-\alpha t}) = E$$

$$RC.A\alpha e^{-\alpha t} + A - Ae^{-\alpha t} = E$$

$$Ae^{-\alpha t}(RC\alpha - 1) + A = E$$

$$\begin{cases} A = E \\ RC\alpha - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = E \\ \alpha = \frac{1}{RC} \end{cases}$$

3- من البيان 1 : $E = 6V$

4- من البيان 2 : المقدار الذي تغير هو القوة المحركة

للمولد E حيث أصبحت $E = 7V$

5- مدة تفريغ المكثفة أكبر من مدة شحنها لأن : $R' > R$

$$R'C > RC \rightarrow \tau' > \tau \rightarrow 5\tau' > 5\tau$$

ثابت الزمن خلال عملية التفريغ هو $\tau' = 5R'C$

لأن دائرة التفريغ تشمل الناقل الأومي R' فقط.

التمرين 09

شحنت مكثفة تماما تحت توتر $12V$ فكانت شحنتها Q_0 .

نربطها مع ناقل أومي مقاومته R وعند اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة.

1- اعط شكلا تخطيطيا للدائرة موضحا إتجاه التيار و التوتر بين طرفي المكثفة و الناقل الأومي.

2- أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q ثم يبين أن

$$q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

3- نمثل في الشكل المقابل المنحنى $\ln q = f(t)$ حيث q مقاسة بـ μC .

5- نضع البادئة في الوضع 2

- أذكر مع التعليل صحة أو خطأ العبارتين التاليتين :

◀ مدة تفريغ المكثفة أكبر من مدة شحنها.

◀ ثابت الزمن خلال عملية التفريغ يساوي $(R+R').C$

الحل:

1- إيجاد العلاقة بين q و I

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow dq = i dt$$

إذا كان التيار ثابتا فإن : $q = I.t$ حيث q شحنة كل لبوس بعد مرور تيار خلال الزمن t .

- حساب q : $q = 10^{-6} \cdot 12.3 = 3.6 \cdot 10^{-5} C$

2- المنحنى $q = f(U_{AB})$ عبارة عن خط مستقيم يمر

من المبدأ معادلته من الشكل $q = aU_{AB}$ حيث a معامل التوجيه.

بالمطابقة مع العلاقة $q = CU_{AB}$ نجد $a = C$ حساب معامل التوجيه :

$$a = \frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}} = \frac{3.12 \cdot 10^{-6}}{4.2} = 4.5 \cdot 10^{-6} F = 4.5 \mu F$$

3- حساب الإرتياب المطلق :

$$\frac{\Delta C}{C} = 0.1 \Rightarrow \Delta C = 0.1 C$$

$$= 0.1 \cdot 4.7 = 0.47 \approx 0.5 \mu F$$

$$4.7 - 0.5 \leq C \leq 4.7 + 0.5$$

$$4.2 \mu F \leq C \leq 5.2 \mu F$$

القيمة المحسوبة سابقا توجد داخل هذا المجال ، إذن القيمة المشار إليها تتفق مع القيمة الحسابية .

II-1- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات : $U_R + U_C = E$

$$Ri + U_C = E$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = E$$

نعرض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC} + \frac{1}{RC} Q_0 e^{-t/RC} = 0$$

$$q(t) = Q_0 e^{-t/RC} \text{ إذن: علاقة محققة}$$

3-أ- حساب سعة المكثفة C:

المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $\ln q = at + b$ حيث a معامل التوجيه.

$$q = Q_0 e^{-t/RC} \rightarrow \ln q = \ln Q_0 - \frac{t}{RC}$$

$$a = -\frac{1}{RC} \text{ و } b = \ln Q_0 \text{ نجد العلاقة البيانية}$$

$$b = \ln Q_0 \rightarrow Q_0 = e^6 = 403,4 \mu C$$

$$Q_0 = CE \rightarrow C = \frac{Q_0}{E} = \frac{403,4 \cdot 10^{-6}}{12} = 3,36 \cdot 10^{-5} F$$

ب- حساب مقاومة الناقل الأومي:

$$a = \frac{\Delta \ln q}{\Delta t} = -\frac{6}{0,6} = -10 s^{-1}$$

$$a = -\frac{1}{RC} \rightarrow R = -\frac{1}{aC} = -\frac{1}{(-10) \cdot 3,36 \cdot 10^{-5}} = 2976,2 \Omega$$

ج- حساب مدة تفريغ المكثفة:

$$a = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau} \rightarrow \tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{(-10)} = 0,1 s$$

$$t = 5\tau = 5 \cdot 0,1 = 0,5 s$$

4-أ- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=0$:

$$E_0 = \frac{1}{2} CE^2 = \frac{1}{2} 3,36 \cdot 10^{-5} \cdot 12^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} J$$

ب- زمن تناقص الطاقة إلى النصف:

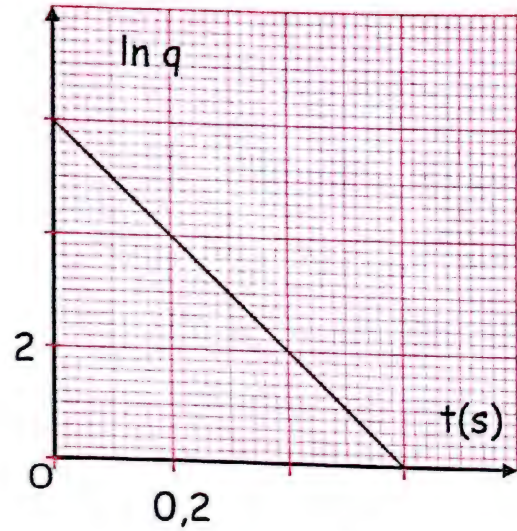
$$E(C) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2 e^{-2t/\tau}}{C} = \frac{1}{2} \frac{C^2 E^2 e^{-2t/\tau}}{C}$$

$$E(C) = \frac{1}{2} CE^2 e^{-2t/\tau} = E_0 e^{-2t/\tau}$$

عند اللحظة $t_{1/2}$ يكون $E(C) = \frac{E_0}{2}$ وبالتالي:

$$\frac{E_0}{2} = E_0 e^{-2t_{1/2}/\tau} \rightarrow \ln 2 = 2 \frac{t_{1/2}}{\tau}$$

$$t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2 = \frac{0,1}{2} \ln 2 = 0,035 s$$



أ- أحسب سعة المكثفة C.

ب- أحسب مقاومة الناقل الأومي R.

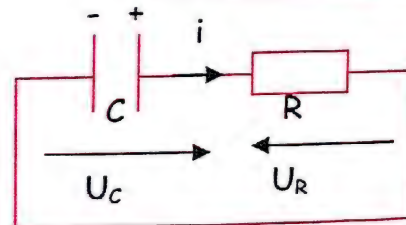
ج- أحسب مدة تفريغ المكثفة.

4-أ- أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t=0$.

ب- ما هو زمن تناقص الطاقة إلى النصف؟

ج- على أي شكل تُصرف الطاقة المخزنة في المكثفة؟

الحل:



1- مخطط الدارة:

2- إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة q:

$$\text{نعلم أن } U_C = \frac{q}{C} \text{ إذن: } q = CU_C \text{ و } i = \frac{dq}{dt}$$

حسب قانون جمع التوتورات:

$$U_C + Ri = 0$$

$$\frac{q}{C} + R \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$$

إثبات أن حلها من الشكل: $q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$.

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}$$

3- هل المدة السابقة $t=1\text{min}$ كافية لشحن المكثفة نهائيا ؟
نضع البادلة في الوضع (2).

- أ- أوجد المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة الشحنة $q(t)$.
ب- تحقق أن حل المعادلة التفاضلية السابقة يعطى بالشكل $q(t) = q_0 \cdot e^{-t/R_1 C}$ حيث q_0 الشحنة العظمى للمكثفة .
ج- علما أن ثابت الزمن للدائرة في هذه الحالة هو τ_1 .
أحسب قيمته ثم أرسم البيان $q = g(t)$ محددا قيمة q_0 .
د- أكتب عبارة شدة التيار $i(t)$ المار بالدائرة في هذه الحالة ،
ثم أرسم البيان $i(t)$ محددا قيمته العظمى I_0 .

الحل:

1- حسب قانون جمع التوترات: $E = U_{R_1} + U_C$

$$E = R_1 \cdot i + U_C$$

$$\text{نعلم أن } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

$$\text{ومن } E = R_1 \cdot C \frac{dU_C}{dt} + U_C \rightarrow \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{R_1 \cdot C} U_C = \frac{E}{R_1 \cdot C}$$

2- المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل: $\frac{dU_C}{dt} = AU_C + B$ حيث A معامل التوجيه.

يمكن كتابة المعادلة التفاضلية على الشكل:

$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{1}{R_1 \cdot C} U_C + \frac{E}{R_1 \cdot C}$$

بالمطابقة مع المعادلة البيانية نجد: $A = -\frac{1}{R_1 \cdot C} = -\frac{1}{\tau_1}$

$$B = \frac{E}{R_1 \cdot C} = \frac{E}{\tau_1}$$

$$A = \frac{0 - 6.5}{2.6 - 0} = -2.5 \text{ s}^{-1} \quad \text{حساب معامل التوجيه:}$$

$$\tau_1 = -\frac{1}{A} = -\frac{1}{-2.5} = 0.4 \text{ s} \quad \text{حساب } \tau_1 :$$

$$E = B \cdot \tau_1 = 30 \cdot 0.4 = 12 \text{ V} \quad \text{حساب } E :$$

$$R_1 = \frac{\tau_1}{C} = \frac{0.4}{40 \cdot 10^{-6}} = 10000 \Omega \quad \text{حساب } R_1 :$$

ج- تصرف الطاقة المخزنة في المكثفة على شكل حرارة بفعل جول في الناقل الأومي وأسلاك التوصيل.

التمرين 10

نحقق التركيب التجريبي الممثل في الشكل المقابل بواسطة العناصر التالية:

- مولد كهربائي قوته المحركة الكهربائية E .

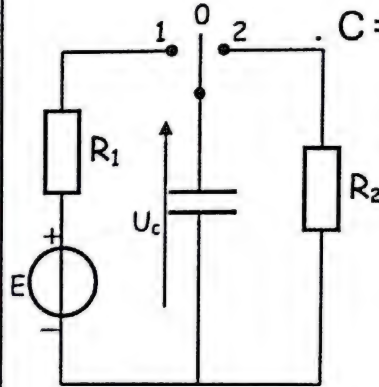
- مكثفة سعتها $C = 40 \mu\text{F}$.

- مقاومة R_1 مجهولة ،

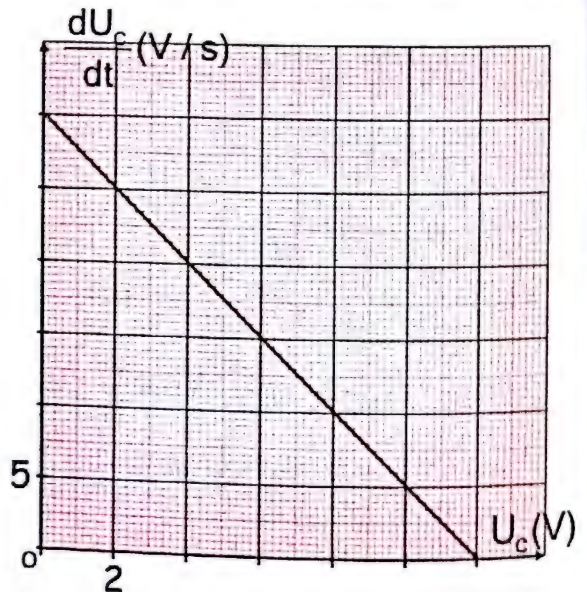
- مقاومة $R_2 = 22 \text{ K}\Omega$

- بادلة K يمكن وضعها

في الوضع (1) أو (2).



1- نضع البادلة K في الوضع (1) لمدة $t = 1 \text{ min}$ بدءاً من اللحظة الزمنية $t = 0 \text{ s}$ التي تكون فيها المكثفة غير مشحونة ، وخلال هذه المدة قمنا بمتابعة التوترين طرفي المكثفة $U_C(t)$ ثم رسمنا البيان $\frac{dU_C}{dt} = f(U_C)$.
أوجد المعادلة التفاضلية للدائرة بدلالة $U_C(t)$.



2- أكتب المعادلة الرياضية للبيان ثم أوجد كل من ثابت الزمن τ_1 للدائرة ، القوة المحركة الكهربائية E للمولد وقيمة المقاومة R_1 .

المعادلات التفاضلية

شحن مكثفة

المعادلة التفاضلية بدلالة U_C :

$$U_C + Ri(t) = E$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad \text{علما أن:}$$

$$q(t) = CU_C \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نجد:

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = E$$

حل المعادلة التفاضلية :

يكون حلها من الشكل : $U_C(t) = Ae^{-x} + B$

لايجاد الثوابت B ، x نشتق الحل :

ثم نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-x} + \frac{1}{RC}(Ae^{-x} + B) = \frac{E}{RC}$$

$$-Axe^{-x} + \frac{1}{RC}Ae^{-x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC} \quad \text{ومنه:}$$

$$\frac{1}{RC}B - \frac{E}{RC} = 0 \Rightarrow B = E$$

أما A فيحدد من الشروط الابتدائية :

عند $t = 0$ يكون $U_C = 0$ ومنه :

$$0 = Ae^{-x \cdot 0} + B \Rightarrow A = -B = -E$$

إذن حل هذه المعادلة هو :

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار i :

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i(t) \quad \text{علما أن:}$$

$$U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt} \quad \text{وكذلك:}$$

$$\frac{1}{C} i(t) + R \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$$

حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل : $i(t) = Ae^{-x}$

بالاشتقاق نجد :

$$-Axe^{-x} + \frac{1}{RC}Ae^{-x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

3- مدة شحن المكثفة هي : $t = 5\tau_1 = 5.0.4 = 2s$

إذن 1 min كافية لشحن المكثفة نهائيا.

أ- المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة q :

$$\frac{q}{C} + R_2 \frac{dq}{dt} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{R_2 \cdot C} q = 0$$

ب- التحقق من حل المعادلة التفاضلية :

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{R_2 C} e^{-t/R_2 C}$$

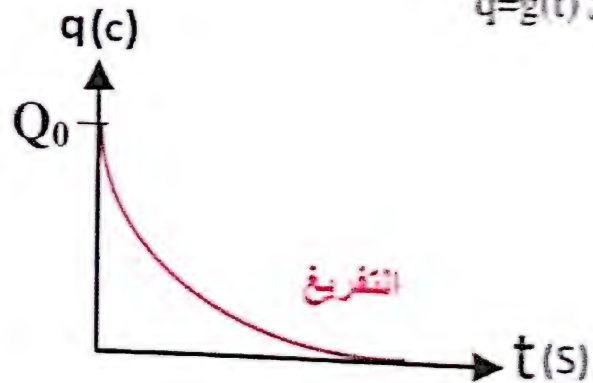
نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$-\frac{q_0}{R_2 C} e^{-t/R_2 C} + \frac{1}{R_2 C} q_0 e^{-t/R_2 C} = 0$$

ج- حساب τ_2 :

$$\tau_2 = R_2 C = 22.10^3.40.10^{-6} = 0.88s$$

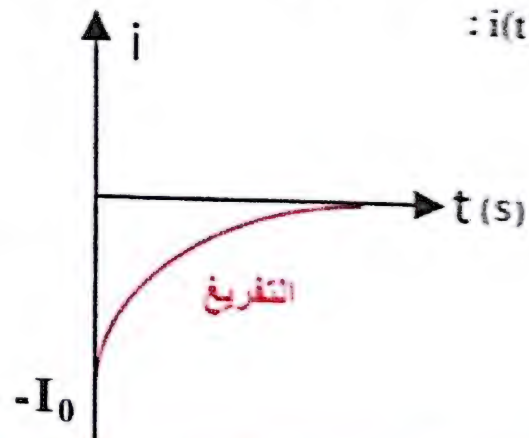
اليان $q = q(t)$



د- عبارة شدة التيار هي :

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{R_2 C} e^{-t/R_2 C} = -\frac{CE}{R_2 C} e^{-t/R_2 C} = -I_0 e^{-t/R_2 C}$$

اليان $i(t)$:



$$U_C + U_R = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة } U_R$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i(t)$$

$$U_R = Ri \Rightarrow i = \frac{U_R}{R} \quad \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \times \frac{U_R}{R}$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{RC} U_R = 0 \quad \text{وعليه نكتب المعادلة السابقة على الشكل}$$

$$U_R = Ae^{-xt} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{بالاشتقاق نكتب}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

نحدد A من الشروط الابتدائية :

$$-E = Ae^0 \Rightarrow A = -E \quad \text{ومنه } U_R = -E \quad \text{عند } t = 0 \text{ يكون}$$

$$U_R = -Ee^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{اذن الحل هو}$$

$$U_C + U_R = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة التيار } i$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i(t) \quad \text{علما ان}$$

$$U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt} \quad \text{وكذلك}$$

$$\frac{1}{C} i(t) + R \frac{di}{dt} = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i(t) = 0$$

حل المعادلة التفاضلية :

$$i(t) = Ae^{-xt} \quad \text{حلها من الشكل}$$

$$\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{بالاشتقاق نكتب}$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC} Ae^{-xt} = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

$$i(t) = -I_0 \quad \text{نحدد } A \text{ من الشروط الابتدائية : عند } t = 0 \text{ تكون}$$

$$-I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = -I_0 \quad \text{ومنه}$$

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{اذن الحل هو}$$

نحدد A من الشروط الابتدائية : عند $t = 0$ يكون $i(t) = I_0$ ومنه :

$$I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = I_0$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{RC}t} \quad \text{الحل هو}$$

$$U_C + U_R = E \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة } U_R$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0$$

$$U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{C} i(t) \quad \text{علما ان}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{1}{C} \times \frac{U_R}{R} \quad \text{ومنه } U_R = Ri \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$$

$$\frac{1}{RC} U_R + \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة السابقة}$$

$$U_R = Ae^{-xt} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{بالاشتقاق نجد}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

من الشروط الابتدائية ، عند $t = 0$ يكون $U_R = E$ ومنه :

$$E = Ae^0 \Rightarrow A = E$$

$$U_R = Ee^{-\frac{1}{RC}t} = Ee^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{اذن حل هذه المعادلة من الشكل}$$

تفريغ المكثفة

$$U_C + U_R = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة } U_C$$

$$U_C + Ri(t) = 0 \quad \text{و} \quad i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$q(t) = CU_C \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \frac{dU_C}{dt} \quad \text{علما ان}$$

$$U_C + RC \frac{dU_C}{dt} = 0 \quad \text{بالتعويض نكتب}$$

$$\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC} U_C = 0$$

$$U_C(t) = Ae^{-xt} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية : حلها من الشكل}$$

$$\frac{dU_C}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{نشتق الحل}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية فنجد :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{RC} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{RC}$$

نحدد A من الشروط الابتدائية :

$$E = Ae^0 \Rightarrow A = E \quad \text{ومنه } U_C = E \quad \text{عند } t = 0 \text{ يكون}$$

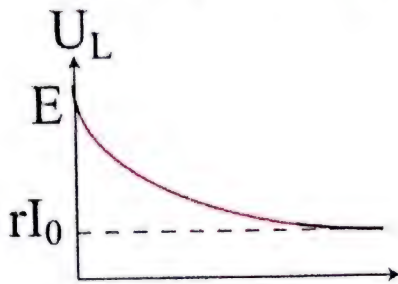
$$U_C = Ee^{-\frac{1}{RC}t} = Ee^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{اذن الحل هو}$$

الجزء 2

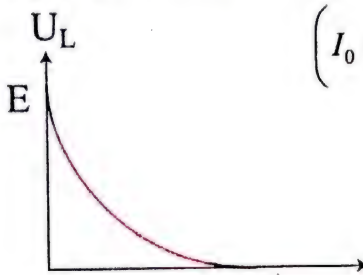
ثنائي القطب

RL

نعوض في العلاقة ① $[\tau] = \frac{[T]}{[I]} \cdot \frac{[U]}{[U]} = [T]$
 عبارة $U_L = rI_0 + RI_0 e^{-t/\tau}$:

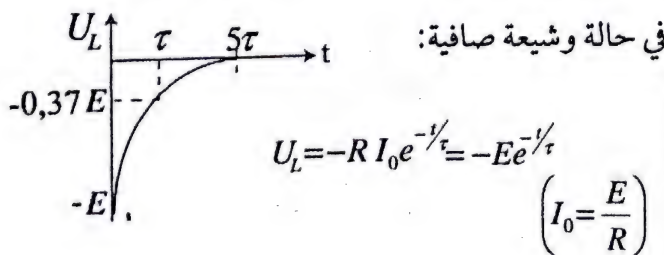
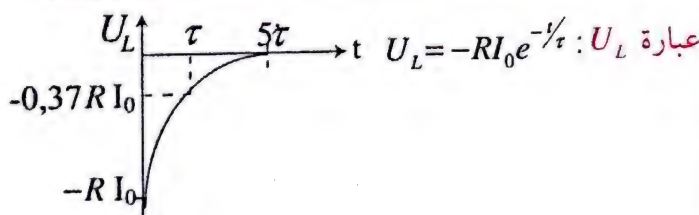


في حالة وشيعة صافية: $U_L = RI_0 e^{-t/\tau} = E e^{-t/\tau}$ حيث: $\left(I_0 = \frac{E}{R} \right)$



الحالة 2 : نفتح القاطعة

| البيان | حل المعادلة التفاضلية | المعادلة التفاضلية |
|--------|---|--|
| | $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$ حيث: $I_0 = \frac{E}{R+r}$ | $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$ حيث: $\tau = \frac{L}{R+r}$ |

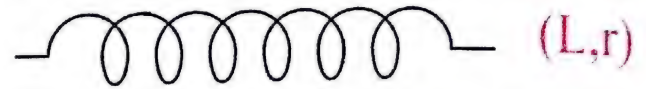


3- عبارة الطاقة المخزنة في وشيعة.

تعطي بالعلاقة التالية: $E(L) = \frac{1}{2} Li^2$ وتقديره: joule

1- الوشيعة:

تعريف الوشيعة: هي ثنائي قطب يتكون من سلك ناقل ملفوف مغلف بطبقة عازلة ويرمز لها بالرمز



حيث r : المقاومة الداخلية للوشيعة.

L : ذاتية الوشيعة وحدتها هنري H.

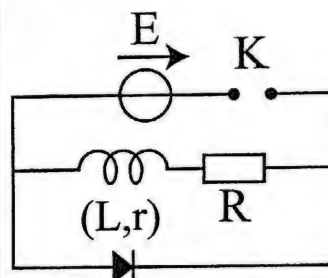
في حالة وشيعة صافية تكون: $r = 0$

خصائص الوشيعة: تمنع الوشيعة لوقت قصير ظهور التيار في الدارة الكهربائية عند المرور فيها كما أن قطع التيار المفاجئ عن الوشيعة يجعلها تتعرض ذاتيا لتعطي تيارا أكبر.

عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة:

يعطي بالعلاقة التالية: $U_L = ri + L \frac{di}{dt}$
 وفي حالة وشيعة صافية $U_L = L \frac{di}{dt}$

2- ثنائي القطب RL:



تعريف: ثنائي القطب RL

هو جزء من دارة كهربائية تحتوي على وشيعة (L, r) وناقل أومي مقاومة R.

الحالة 1 : نغلق القاطعة

| البيان | حل المعادلة التفاضلية | المعادلة التفاضلية |
|--------|--|---|
| | $i(t) = I_0 \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$ حيث: $I_0 = \frac{E}{R+r}$ | $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{1}{\tau} I_0$ حيث: $\tau = \frac{L}{R+r}$ |

التحليل البعدي:

① $\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T} \rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R_T]}$

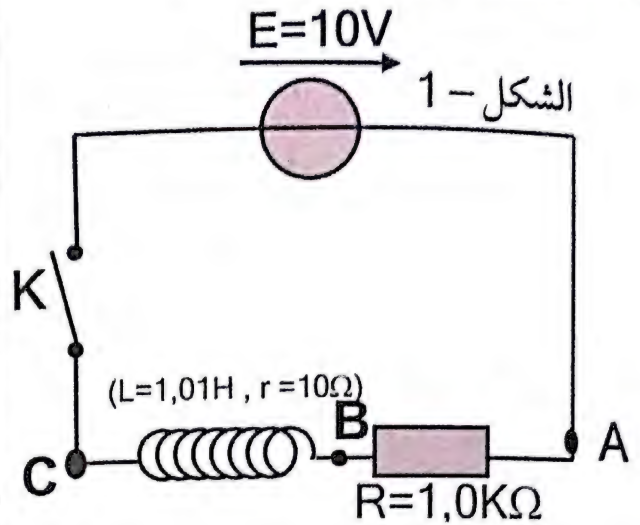
إذن $U_R = Ri \Rightarrow R = \frac{U_R}{i}$
 $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

إذن $U_L = L \frac{di}{dt} \rightarrow L = \frac{dt}{di} U_L$
 $[L] = \frac{[T]}{[I]} \cdot [U]$

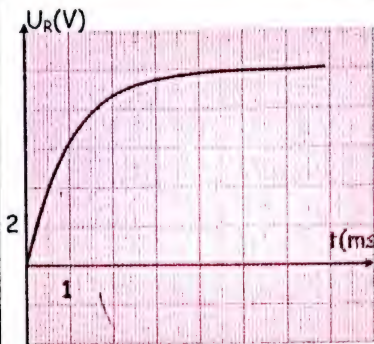
قسم التمارين

التمرين 01

I- نحقق الدارة الموضحة في الشكل - 1 -



نغلق القاطعة في اللحظة $t = 0$ ونسجل تطور التوتر بين طرفي الناقل الأومي R بدلالة الزمن فنحصل على التسجيل المبين في الشكل - 2 -

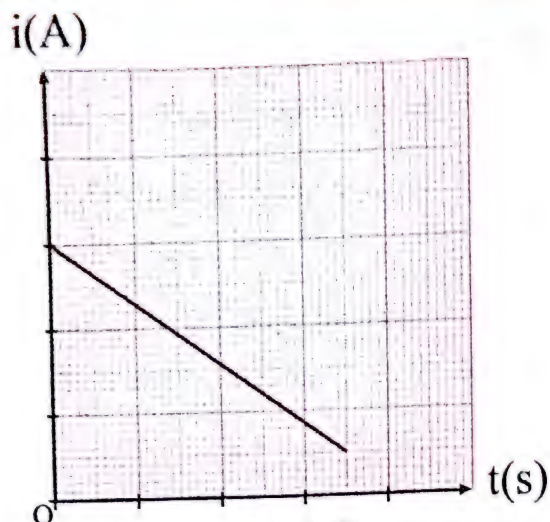
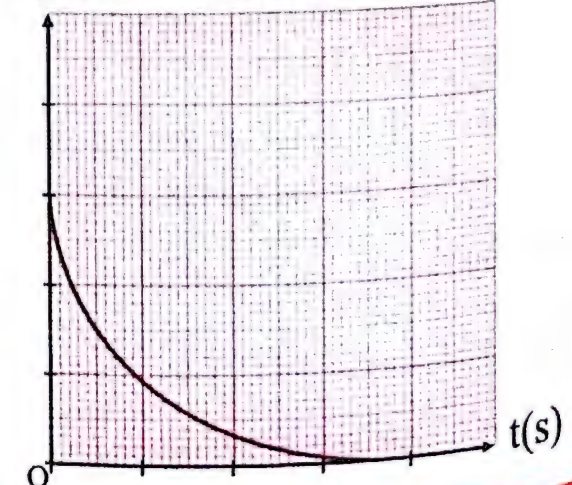


الشكل - 2 -

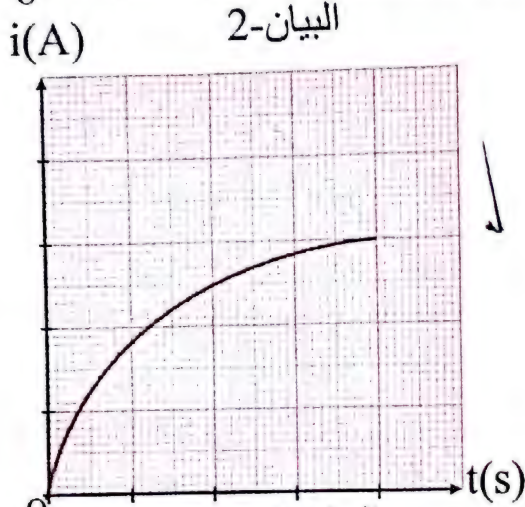
- 1- حدد كيف نربط راسم الإهتزاز المهبطي للحصول على الشكل - 2 -
- 2- بعد غلق القاطعة تغير شدة التيار i بدلالة الزمن t .
- ماهو البيان الموافق

ل $i = f(t)$ من بين البيانات المقترحة سابقا ؟

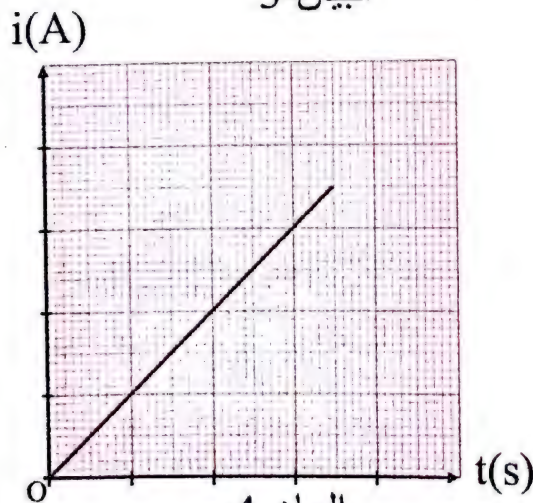
البيان 1-



البيان 2-



البيان 3-



البيان 4-

3- ماهو تأثير الوشاعة على التيار بعد غلق التيار ؟

- 4- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة i .
- 5- أكتب عبارة τ واستنتج أن له بعد زمني.
- II- 1- إنطلاقا من الشكل - 2 - عين قيمة τ .
- 2- إستنتج قيمة L ذاتية الوشاعة وقارنها مع القيمة المعطاة.

5- عبارة ثابت الزمن $\tau = \frac{L}{R+r}$

نعلم أن: $U = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = U \frac{dt}{di}$

إذن: $[L] = [U] \frac{[T]}{[I]}$

من جهة أخرى: $U_R = Ri \Rightarrow R = \frac{U_R}{i}$

إذن: $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

و عليه: $[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U][T]}{[I]} \cdot \frac{[I]}{[U]} = [T]$

II-1- عند اللحظة $t = \tau$ يكون $U_R = 0,63 U_{Rmax}$

بعد الإسقاط على البيان نجد: $\tau = 1ms$

2- حساب ذاتية الوشاعة:

$L = \tau(R+r) = 10^{-3}(10^3 + 10)$

$L = 1,01H$

و هي توافق القيمة المعطاة في حدود أخطاء التجربة

III- أ- العبارة البيانية: $E(L) = f(i^2)$

عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ عبارته الرياضية من الشكل: $E(L) = a.i^2$ حيث a معامل التوجيه.

حساب معامل التوجيه: $a = \frac{\Delta E(L)}{\Delta i^2}$

$= \frac{0,05.10^{-3} - 0}{100.10^{-6} - 0} = 0,50 j / A^2$

ومنه (1) $E(L) = 0,50 i^2$

ب- حساب ذاتية الوشاعة المستعملة:

نظريا لدينا (2) $E(L) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

من (1) و (2) نجد $\frac{1}{2} L = 0,50 \Rightarrow L = 1,00H$

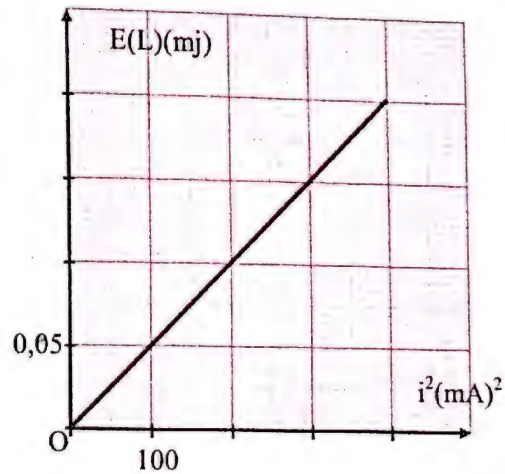
و هي تتفق مع المعطيات في حدود أخطاء التجربة.

III- باستعمال نفس الدارة و من أجل عدة قيم مختلفة لشدة التيار نحصل على القيم الموافقة للطاقة المخزنة في الوشاعة في كل حالة ممثلة في البيان المقابل:

أ- أكتب العبارة البيانية.

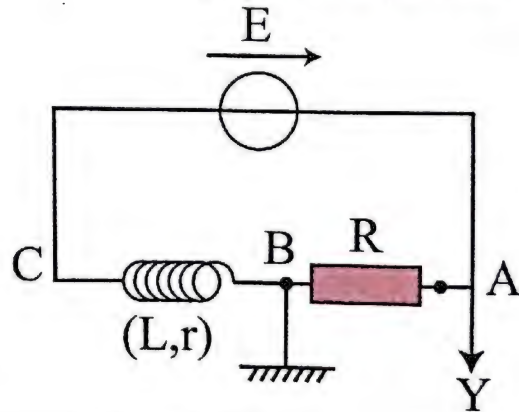
ب- إستنتج قيمة ذاتية الوشاعة المستعملة.

هل هذه القيمة تتفق مع المعطيات في حدود أخطاء التجربة؟



الحل:

I-1- ربط راسم الإهتزاز المهبطي:



2- البيان الموافق لـ $i = f(t)$ هو البيان-3-

لأن $U_R = R.i$ هناك تناسب طردي بين $i(t)$ و $U_R(t)$

3- بعد غلق القاطعة تمنع الوشاعة لوقت قصير مرور التيار في الدارة.

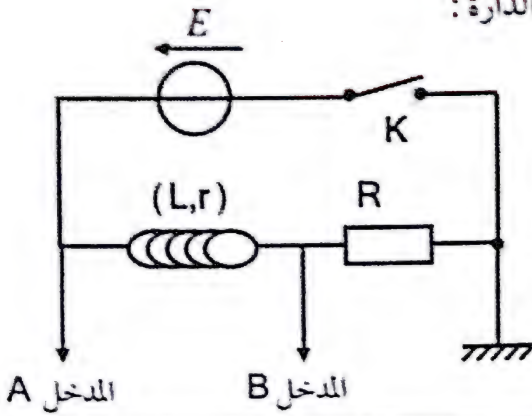
4- كتابة المعادلة التفاضلية:

$E = (R+r)i + L \frac{di}{dt}$

$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)i = \frac{E}{L}$

الحل:

1- مخطط الدارة:



2- التوتر بين طرفي المولد ثابت إذن المدخل A يمثل التوتر بين طرفي المولد ومنحنى المدخل B يمثل التوتر بين طرفي المقاومة.

3- التوتر الذي يسمح بمعرفة شدة التيار المار في الدارة

هو التوتر بين طرفي المقاومة لأن $U_R = Rj(t)$

- حساب I_0 : $U_{Rmax} = 5V = RI_0$

$$I_0 = \frac{U_{Rmax}}{R} = \frac{5}{50} \Rightarrow I_0 = 0,1A$$

4- عبارة التوتر U_L : $U_L = ri + L \frac{di}{dt}$

5- حساب r : عند النظام الدائم $E = (r + R)I_0$

$$\frac{E}{I_0} = (r + R) \Rightarrow$$

$$r = \frac{E}{I_0} - R = \frac{6}{0,1} - 50 \Rightarrow r = 10\Omega$$

6- إيجاد τ : $t = \tau$ يكون $U_R = 0,63U_{Rmax}$

$$\tau = 0,2ms = 2 \cdot 10^{-4}s$$

7- حساب L : $L = \tau \cdot (R + r)$: $\tau = \frac{L}{(R + r)}$

$$\Rightarrow L = 2 \cdot 10^{-4}(10 + 50)$$

$$\Rightarrow L = 0,012H$$

التمرين 02

نريد معرفة خصائص وشيعة أي قيمة مقاومتها الداخلية r وذائيتها L .

من أجل ذلك نحقق دائرة على التسلسل تحتوي على :

وشيعة (L, r) ، ناقل أومي مقاومتها $R = 50\Omega$ ،

قاطعة K ، مولد للتوتر المستمر قوته المحركة الكهربائية

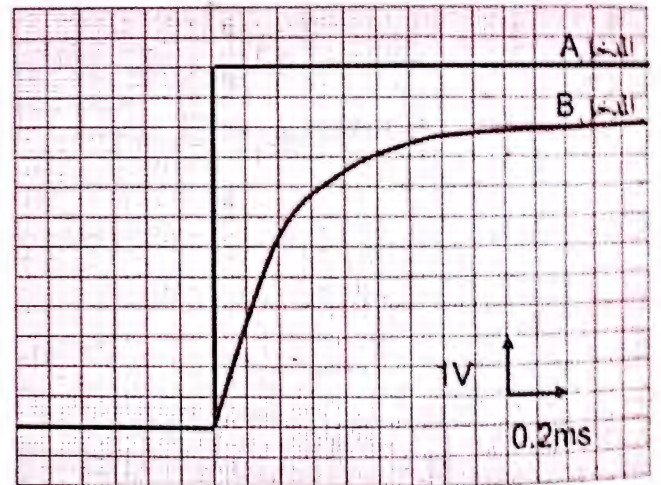
$E = 6V$ ، نستعمل راسم إهتزاز مهبطي مزود بذاكرة

لمشاهدة التوترين بين طرفي المولد وبين طرفي المقاومة في آن واحد.

بعد غلق القاطعة نتحصل على المنحنيين في الشكل المقابل:

1- أرسم مخطط الدارة ، وبين كيفية توصيلها براسم الإهتزاز المهبطي .

2- أرفق كل منحنى بالتوتر الموافق له .



3- ماهو التوتر الذي يسمح بمعرفة شدة التيار $i(t)$ المار في الدارة ؟

- إستنتج قيمته في النظام الدائم ؟

4- أكتب عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة :

i و L و r .

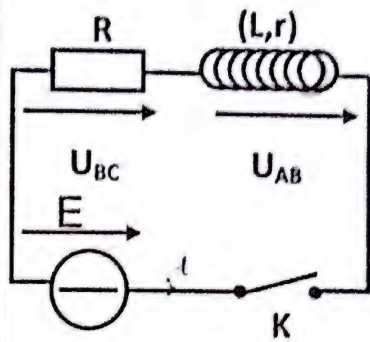
5- بالاستعانة بالمنحنيين وقانون جمع التوترات ، إستنتج قيمة r .

6- إنطلاقاً من أحد المنحنيين إستنتج قيمة ثابت الزمن τ .

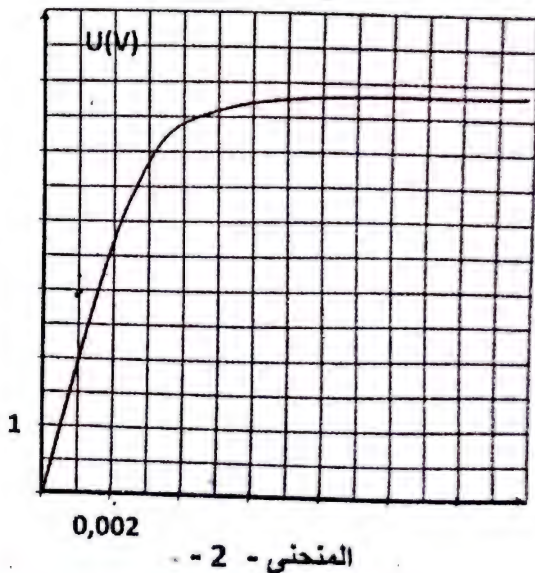
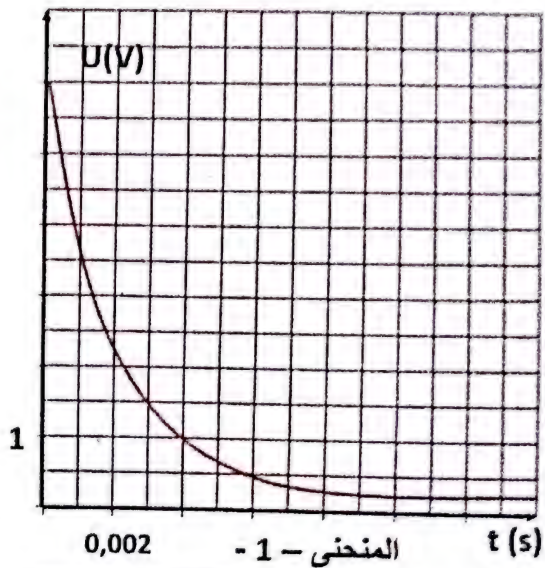
7- إستنتج قيمة الذائية L .

التمرين 03

دارة كهربائية تحتوي على مولد للتيار المستمر قوته المحركة الكهربية E وناقل أومي مقاومته $R=200\Omega$ ووشية ذاتيتها L ومقاومتها $r=10\Omega$ وقاطعة K .



توصل هذه الأجهزة على التسلسل كما هو مبين في الشكل التالي :
نغلق القاطعة عند اللحظة $t=0$ وبواسطة راسم الإهتزاز المهبطي نحصل على المنحنى 1 والمنحنى 2.



1- عين إتجاه التيار في الدارة .

2- باستعمال قانون جمع التوترات ،حدد عبارة التيار المار بالدارة في النظام الدائم ثم أحسب شدته .

3- إربط كل منحنى بالتوترين U_{AB} و U_{BC} مع التبرير .

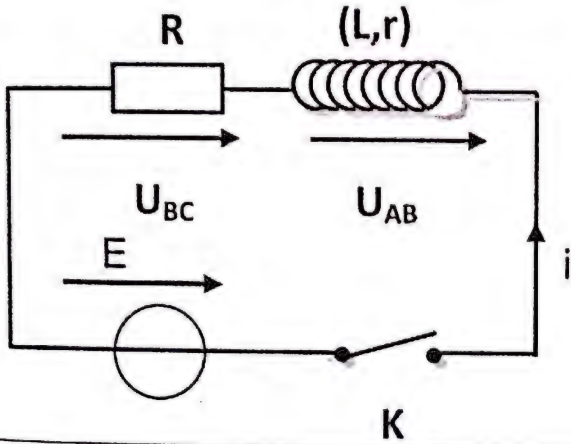
4- باستعمال أحد المنحنيين أوجد قيمة شدة التيار من جديد .

5- أحسب ثابت الزمن τ للدارة .

6- أحسب ذاتية الوشية .

الحل:

1- تعيين إتجاه التيار في الدارة:



2- عبارة التيار المار بالدارة في النظام الدائم:

$$E = U_{AB} + U_{BC}$$

$$E = r \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t)$$

$$E = (R+r) i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$\frac{di(t)}{dt} = 0 \quad \text{في النظام الدائم}$$

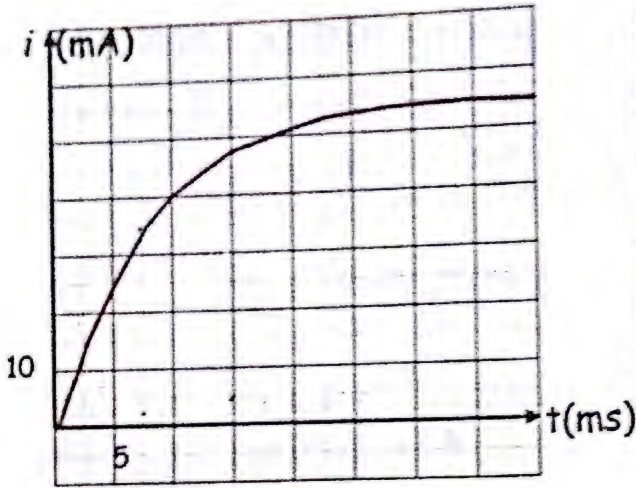
$$E = (R+r) I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{E}{(R+r)} = \frac{6}{(200+10)}$$

$$\Rightarrow I_0 = 0,0285A = 28,5mA$$

3- المنحنى 1 يوافق U_{AB} لأن التوتر بين طرفي الوشية

يكون أعظميا عند $t=0$.

4- يعطى لك البيان المقابل :



- أوجد شدة التيار في النظام الدائم .

5- تتغير شدة التيار من القيمة 10% من القيمة I_0 إلى

90% من القيمة I_0 خلال مجال زمني $\Delta t = 2,2\tau$

أ- حدد قيمة ثابت الزمن τ .

ب- إذا كانت مقاومة الدارة 32Ω ، إستنتج قيمة ذاتية الوشيع L .

II- نفتح القاطعة :

1- أوجد عبارة التيار $i(t)$ اللحظية .

2- أوجد العبارة الحرفية للطاقة المغناطيسية في الوشيع .

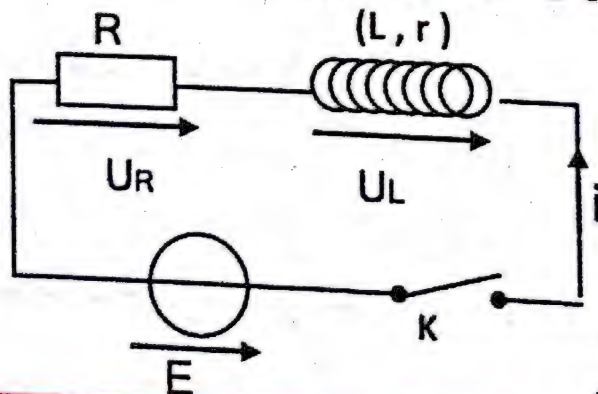
3- أكمل الجدول التالي ثم مثل المنحنى $E(L) = f(t)$

| t | 0 | $\tau/2$ | τ | $3\tau/2$ | 2τ | $5\tau/2$ | 3τ |
|--------|---|----------|--------|-----------|---------|-----------|---------|
| $E(L)$ | | | | | | | |

4- أوجد زمن تناقص الطاقة إلى النصف بيانياً وحسابياً.

الحل:

I-1- تمثيل الدارة الكهربائية



المنحنى 2 يوافق U_{BC} لأنه عند $t=0$ تكون $i(t)=0$ تمنع الوشيع مرور التيار في الدارة لوقت قصيرا .

ومنه التوتر بين طرفي الناقل الأومي معدوم .

4- حساب الشدة : من المنحنى 2 نجد :

$$U_{BCmax} = RI_0 \Rightarrow I_0 = \frac{U_{BCmax}}{R} = \frac{5,7}{200}$$

$$\Rightarrow I_0 = 0,0285A = 28,5mA$$

5- حساب ثابت الزمن τ :

$$U_{BC} = 0,63U_{BCmax} \text{ يكون } t = \tau$$

$$= 0,63 \cdot 5,7 = 3,6V$$

بالإسقاط على محور الأزمنة نجد: $\tau = 0,002s = 2ms$

6- حساب ذاتية الوشيع :

$$\tau = \frac{L}{(R+r)} \Rightarrow L = \tau \cdot (R+r)$$

$$L = 0,002 \cdot (200 + 10)$$

$$L = 0,42H$$

التمرين 04

نحوي دارة على التسلسل على ناقل أومي مقاومته R ،

مولد للتوتر الثابت قوته المحركة E

وشيع مقاومتها الداخلية r وذاتيتها L ، قاطعة K .

I- نغلق القاطعة :

1- مثل الدارة الكهربائية ووضح عليه التوترات U_L و U_R واتجاه التيار i .

2- كيف تنصرف الوشيع عند ظهور التيار في الدارة ؟

3- أوجد المعادلة التفاضلية للدارة التي تحققها شدة التيار $i(t)$ ، وبين أن حلها يعطى بالعلاقة $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

- يطلب تحديد عبارة I_0 و τ .

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t = 17,5 - 1 = 16,5 \text{ ms}$$

$$\Delta t = 2,2\tau \Rightarrow \tau = \frac{\Delta t}{2,2} = 7,5 \text{ ms}$$

ب- حساب L :

$$\tau = \frac{L}{R_T} \Rightarrow L = \tau R_T = 7,5 \cdot 10^{-3} \times 32 = 0,24 \text{ H}$$

II-1- عبارة التيار اللحظية: $U_R + U_L = 0$

$$(R+r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0 \text{ : المعادلة التفاضلية}$$

$$i(t) + \frac{L}{R+r} \cdot \frac{di}{dt} = 0$$

$$\tau \frac{di}{dt} + i(t) = 0, \quad \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = 0$$

حلها من الشكل: $i(t) = Ae^{-xt}$

وعليه $\frac{di(t)}{dt} = -Axe^{-xt}$ نعوض في المعادلة التفاضلية

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

من الشروط الابتدائية: لما $t = 0$ يكون $i(0) = I_0$

إذن $A = I_0$ وبالتالي $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

2- عبارة $E(L)$:

$$E(L) = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 e^{-2t/\tau}$$

$$E(L) = E_0 e^{-2t/\tau}$$

3- إكمال الجدول:

| t | 0 | $\tau/2$ | τ | $3\tau/2$ |
|--------|-------|-----------|-----------|------------|
| $E(L)$ | E_0 | $0,37E_0$ | $0,13E_0$ | $0,05E_0$ |
| t | | 2τ | $5\tau/2$ | 3τ |
| $E(L)$ | | $0,02E_0$ | $0,01E_0$ | $0,002E_0$ |

2- عند ظهور التيار في الدارة تمنع الوشبة لوقت قصير مرور التيار في الدارة أي تتعرض.

3- المعادلة التفاضلية: $U_R + U_L = E$

$$Ri(t) + ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

$$(R+r)i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = E$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

حل المعادلة التفاضلية: $\frac{di(t)}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \left(\frac{R+r}{L}\right)$

$$I_0 = (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{R+r}{L} I_0 - \frac{R+r}{L} I_0 e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$I_0 e^{-t/\tau} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L}\right) + \frac{R+r}{L} I_0 = \frac{E}{L}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L} = 0 \rightarrow \tau = \frac{L}{R+r} \\ \frac{R+r}{L} I_0 = \frac{E}{L} \rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r} \end{cases}$$

إذن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو:

$$i(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

4- إيجاد شدة التيار في النظام الدائم:

$$I_0 = 55 \text{ mA} = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ A}$$

$$i_1 = 0,1 \times 55 = 5,5 \text{ mA} \quad \text{تحديد } \tau$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_1 = 1 \text{ ms}$

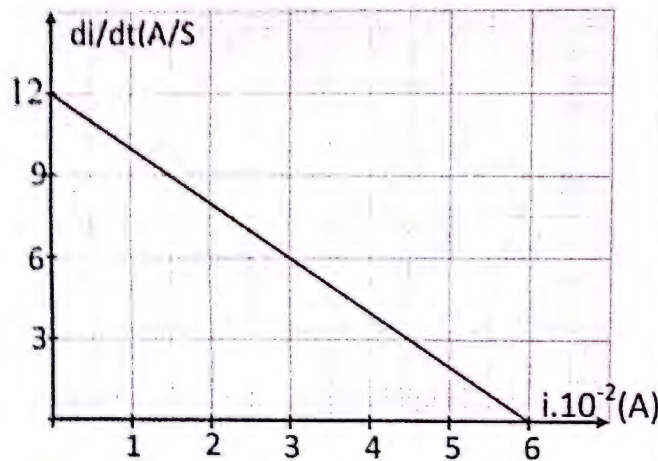
$$i_2 = 0,9 \times 55 = 49,5 \text{ mA}$$

بعد الإسقاط من المنحنى نجد: $t_2 = 17,5 \text{ ms}$

في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K .

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي i بدلالة E, r, R .

2- يمثل المنحنى التالي تغيرات $\frac{di}{dt}$ بدلالة شدة التيار اللحظية i :



إعتاداً على البيان، بين أن $L = 0,5H$ ثم حدد قيمة المقاومة الداخلية r للوشية.

3- عبر بدلالة r, R, E عن الشدة I_0 للتيار عندما يصل إلى النظام الدائم.

4- تقبل المعادلة التفاضلية السابقة كحل لها: $i(t) = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ حيث τ ثابت الزمن.

- إستنتج عبارة τ بدلالة R, L و r .

الحل:

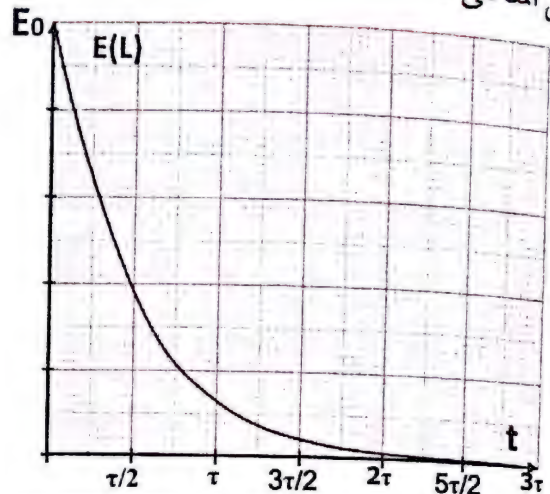
1- بتطبيق قانون جمع التوترات: $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$

$$E = Ri + ri + L \frac{di}{dt}$$

$$(R+r)i + L \frac{di}{dt} = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i = \frac{E}{L}$$

- تمثيل المنحنى:



4- إيجاد زمن تناقص الطاقة إلى النصف بياناً.

$$t_{1/2} = 0,7 \cdot \frac{\tau}{2} = 0,7 \cdot \frac{7,5}{2} = 2,62ms$$

إيجاد زمن تناقص الطاقة إلى النصف حسابياً

$$E_{\max}(L) = E_0 = \frac{1}{2} LI_0^2$$

زمن تناقص الطاقة إلى النصف هو الزمن الذي يكون:

$$\frac{E_{\max}(L)}{2} = E(L)$$

$$\frac{E_{\max}(L)}{2} = \frac{1}{4} LI_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 e^{-2t_{1/2}/\tau}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-2t_{1/2}/\tau} \Rightarrow 2 = e^{2t_{1/2}/\tau}$$

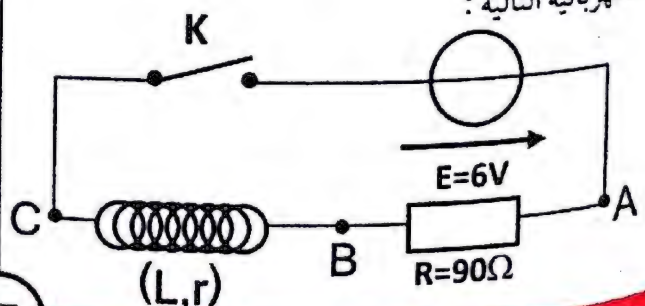
$$\ln 2 = 2 \frac{t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\tau}{2} \ln 2 = 0,69 \frac{\tau}{2}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = 2,59ms$$

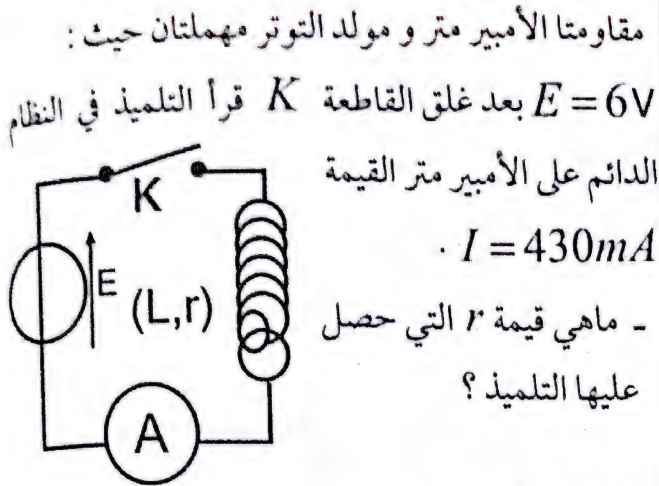
وهي مقارنة للقيمة البيانية.

التمرين 05

لتعین ذاتية وشيعة L ومقاومتها الداخلية r ، ننجز الدارة الكهربائية التالية:

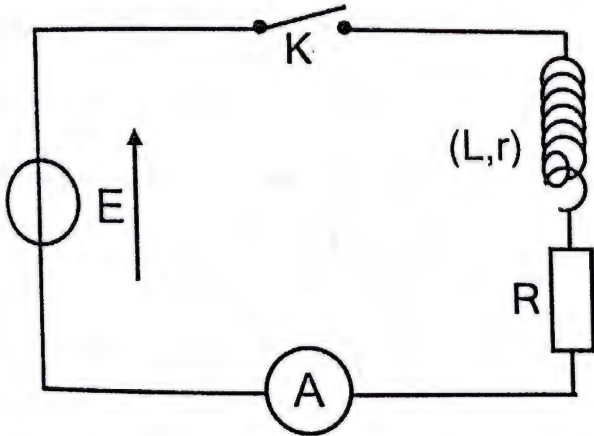


التركيب الأول:

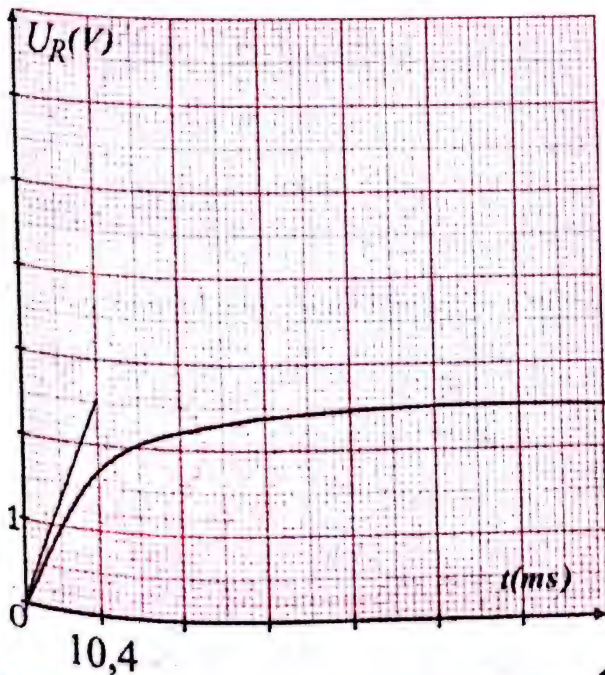


التركيب الثاني:

أضاف التلميذ ناقلا أوميا مقاومة $R = 10 \Omega$ على
 التسلسل مع الوشعة .



بواسطة راسم الإهتزاز المهبطي بعد إحصاله بالدارة وبعد
 غلق القاطعة حصل التلميذ على البيان $U_R = f(t)$



2- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

من الشكل : $\frac{di}{dt} = Ai + B$ حيث A معامل التوجيه .
 بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية $\frac{di}{dt} = -\frac{(R+r)}{L}i + \frac{E}{L}$

نجد : $B = \frac{E}{L}$ و $A = -\frac{R+r}{L}$

من المنحنى نجد $B = 12A/S = \frac{E}{L}$

إذن $L = \frac{E}{B} = \frac{6}{12} = 0,5H$

حساب معامل التوجيه :

$$A = \frac{\Delta(\frac{di}{dt})}{\Delta i} = \frac{0-12}{6 \cdot 10^{-2} - 0} = -2 \cdot 10^2 s^{-1}$$

$$R+r = -AL \Rightarrow r = -AL - R$$

$$\Rightarrow r = -(-2 \cdot 10^2) \cdot 0,5 - 90 \Rightarrow r = 10 \Omega$$

3- عبارة شدة التيار I_0 : من المعادلة التفاضلية

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{R+r}{L} I_0 = \frac{E}{L} \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R+r}$$

4- عبارة τ : $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)}{L} I_0 (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)}{L} I_0 - \frac{(R+r)}{L} I_0 e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$I_0 e^{-t/\tau} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L} \right) + \frac{(R+r)}{L} \frac{E}{(R+r)} = \frac{E}{L}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$$

التمرين 06

أراد تلميذ أن يتحقق من قيمة مقاومة وشعة r ذاتيتها
 $L = 0,25H$ وذلك بإنجاز تركيبين مختلفين .

الطريقة الثانية :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow r = \frac{L}{\tau} - R = \frac{0,25}{10,4 \cdot 10^{-3}} - 10$$

$$\Rightarrow r = 14,04 \Omega$$

3-أ- المعادلة التفاضلية للتيار i :حسب قانون جمع التوترات : $U_R + U_L = E$

$$Ri + ri + L \frac{di}{dt} = E$$

$$(R+r)i + L \frac{di}{dt} = E$$

$$i + \frac{L}{(R+r)} \frac{di}{dt} = \frac{E}{(R+r)}$$

$$i + \tau \frac{di}{dt} = I_0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{I_0}{\tau}$$

ب- حل المعادلة التفاضلية هو $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \text{ و عليه}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{I_0}{\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

إذن $i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضليةج- عبارة U_L : $U_L = ri + L \frac{di}{dt}$

$$U_L = rI_0(1 - e^{-t/\tau}) + L \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$U_L = rI_0 - rI_0 e^{-t/\tau} + L \frac{I_0}{L/R+r} e^{-t/\tau}$$

$$U_L = rI_0 - rI_0 e^{-t/\tau} + rI_0 e^{-t/\tau} + RI_0 e^{-t/\tau}$$

1- كيف يجب وصل الدارة براسم الاهتزاز المهبطي

لمشاهدة التوتر $U_R(t)$ ؟2- هناك طريقتان لحساب r ، إستعملهما وأحسب r .3-أ- أوجد المعادلة التفاضلية للتيار i في الدارة .

ب- أثبت أن حل المعادلة السابقة من الشكل :

$$i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

ج- أوجد عبارة التوترين طرفي الوشعة U_L بدلالة :

$$\tau, t, I_0, R, r$$

د) مثل المنحنى البياني $U_L = g(t)$ على المنحنى السابق

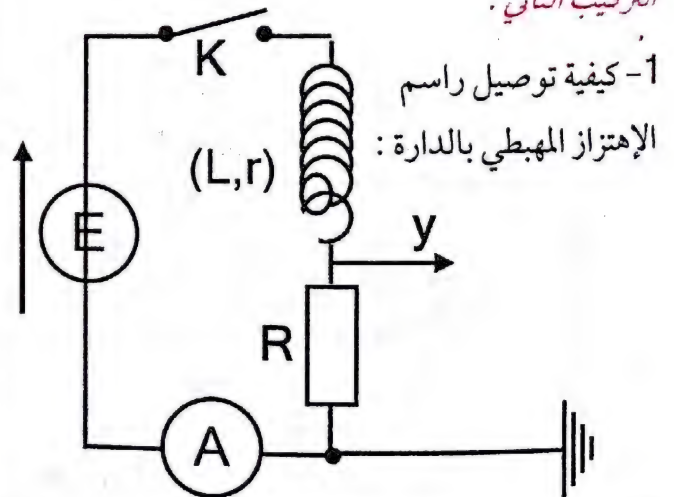
موضحا القيمتين الحديتين.

الحل:

التركيب الأول :

$$E = r.I \Rightarrow r = \frac{E}{I} = \frac{6}{0,43} \Rightarrow r = 13,95 \Omega$$

التركيب الثاني :

2- حساب r :

الطريقة الأولى :

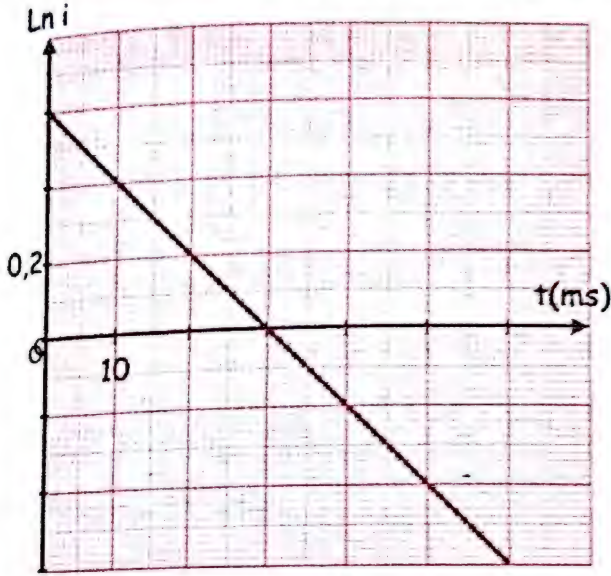
$$U_{R\max} = RI_0 = R \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{RE}{U_{R\max}}$$

$$r = \frac{RE}{U_{R\max}} - R = \frac{10,6}{2,5} - 10 = 14 \Omega$$

-تحقق أن حلها من الشكل : $i = I_0 e^{-t/A}$

- أكتب عبارة المقدار A.

II- يمثل البيان المقابل تغيرات $\ln i = f'(t)$



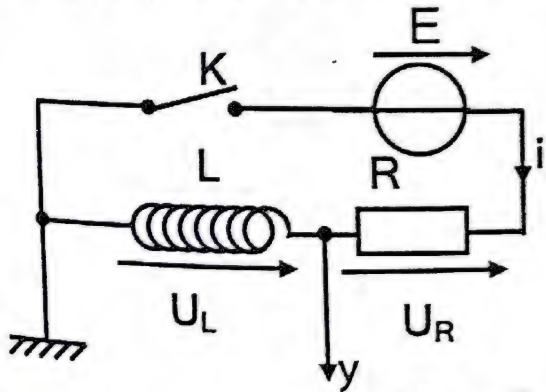
1- أوجد العبارة البيانية.

2- أوجد قيمة ثابت الزمن τ وذاتية الوشعة L

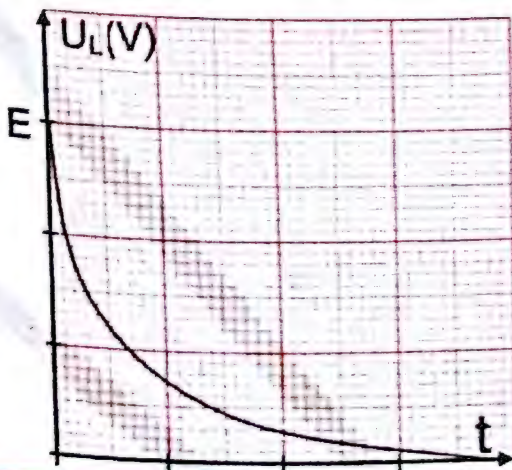
3- أوجد قيمة القوة المحركة E للمولد.

الحل:

I-1-2- مخطط الدارة و توصيل راسم الإهتزاز المهبطي :



> تغيرات U_L بدلالة الزمن كيفيا :



بعد التبسيط نجد : $U_L = rI_0 + RI_0 e^{-t/\tau}$

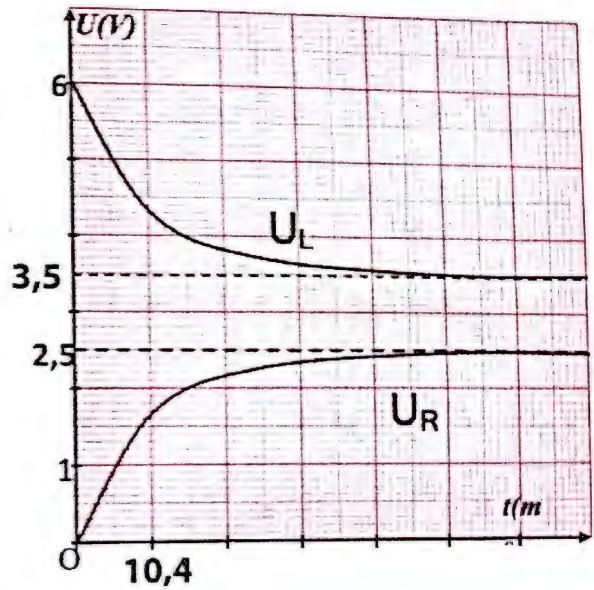
د- تمثيل المنحنى $U_L = g(t)$

القيم الحدية $t=0 \Rightarrow U_L = rI_0 + RI_0$

$$= (r + R)I_0 = (R + r) \frac{E}{(R + r)} = E = 6V$$

$$t = 5\tau \Rightarrow U_L = rI_0 + RI_0 e^{-5} \approx rI_0$$

$$= r \cdot \frac{E}{R + r} = 14 \cdot \frac{6}{10 + 14} = 3.5V$$



التمرين 07

دائرة كهربائية تحتوي على التسلسل على وشيعة صافية

و مولد قوته المحركة E وناقل أومي مقاومته $R = 20\Omega$ وقاطعة.

I-1- أرسم مخططا للدائرة موضحا جهة التيار و جهة التوتربين طرفي الوشعة والناقل الأومي.

2- صل الدارة براسم الإهتزاز المهبطي للحصول على تغيرات $U_L = f(t)$ في حالة غلق القاطعة ثم مثل كيفيا هذا البيان .

3- تعطى المعادلة التفاضلية في حالة فتح القاطعة بالشكل :

$$A \frac{di}{dt} + i = 0$$

- حساب L :

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau \cdot R = 0,05 \cdot 20 \Rightarrow L = 1H$$

- إيجاد E :

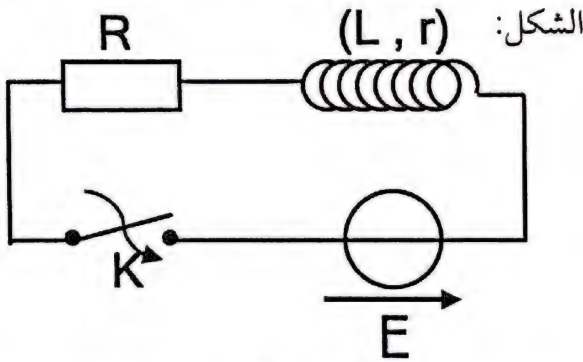
$$\ln I_0 = b = 0,6 \Rightarrow I_0 = e^{0,6} = 1,82A$$

$$I_0 = \frac{E}{R} \Rightarrow E = R \cdot I_0 = 20 \cdot 1,82 \Rightarrow E = 36,4V$$

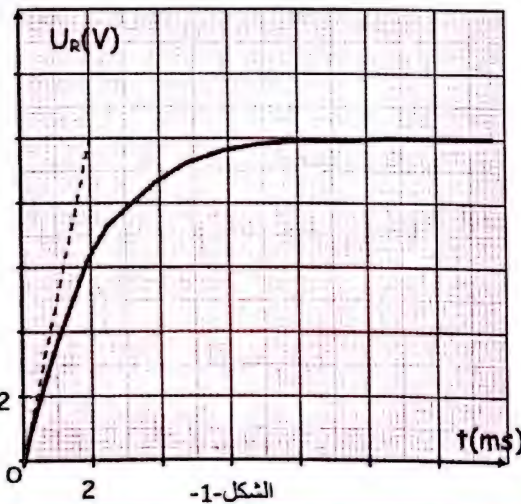
التمرين 08

تحتوي دائرة كهربائية على مولد لتوتر المستمر قوته المحركة E ، ناقل أومي مقاومته R ، ووشية ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية $r = 2 \Omega$.

هذه الأجهزة مربوطة على التسلسل كما هو موضح في



نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ وبواسطة المدخلين Y_1 و Y_2 لرأس الإهتزاز المهبطي نحصل على المنحنيين $U_R = f(t)$ و $U_L = f'(t)$ الموضحين في الشكلين (1) و (2).



الشكل-1-

3- التأكد من أن حل المعادلة التفاضلية المعطاة هو

$$i = I_0 e^{-t/A} \quad \text{إذن:} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{I_0}{A} e^{-t/A}$$

نعرض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$A \left(-\frac{I_0}{A} e^{-t/A} \right) + I_0 e^{-t/A} = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

معادلة محققة و عليه $i = I_0 e^{-t/A}$ هو حل للمعادلة التفاضلية.

< عبارة A :

$$U_R + U_L = 0 \quad \text{حسب قانون جمع التوترات}$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = 0$$

$$\frac{A}{dt} \frac{di}{dt} + i = 0 \quad \text{بالمطابقة مع المعادلة:}$$

$$A = \frac{L}{R} = \tau \quad \text{نجد:}$$

II-1 المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته

من الشكل $\ln i = at + b$ حيث a معامل التوجيه.

< حساب معامل التوجيه :

$$a = \frac{\Delta \ln i}{\Delta t} = \frac{0 - 0,6}{0,03 - 0} \Rightarrow a = -20 s^{-1}$$

< بيانها : $b = 0,6$ إذن المعادلة البيانية هي : $\ln i = -20t + 0,6$ 2- إيجاد τ :من العبارة : $i = I_0 e^{-t/A}$

$$\ln i = -\frac{1}{\tau} + \ln I_0$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد :

$$a = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow \tau = -\frac{1}{a} = -\frac{1}{-20} \Rightarrow \tau = 0,05s$$

3- حساب R : من المنحنى الممثل في الشكل 2- وعند

$$U_L = rI_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_L}{r} = \frac{2}{2} = 1 \text{ A} \text{ النظام الدائم}$$

من المنحنى الممثل في الشكل 1 وعند النظام الدائم

$$U_R = RI_0 = 2 \text{ V} \Rightarrow R = \frac{U_R}{I_0} = \frac{10}{1} \Rightarrow R = 10 \Omega$$

4-أ- حساب $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$:

$$U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dU_R}{dt} \text{ وعليه :}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{10-0}{2 \cdot 10^{-3} - 0} = 5000 \text{ V/S} : \frac{dU_R}{dt} \text{ حساب}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{10} \cdot 5000 \Rightarrow \frac{di}{dt} = 500 \text{ A/S} \text{ فنجد}$$

$$\text{ب- حساب } L : U_L = ri + L \frac{di}{dt} \text{ عند اللحظة } t = 0$$

يكون $U_L = 12 \text{ V}$ و $i = 0$ بالتالي :

$$U_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = \frac{U_L}{\frac{di}{dt}} = \frac{12}{500} \Rightarrow L = 0,024 \text{ H}$$

$$\text{ج- حساب } \tau : \tau = \frac{L}{R+r} = \frac{0,024}{10+2} \Rightarrow \tau = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s} : \tau \text{ حساب}$$

$$\text{5-أ- عبارة الشدة اللحظية } i : i = I_0(1 - e^{-t/\tau})$$

$$i = \frac{E}{R+r} (1 - e^{-\frac{R+r}{L}t})$$

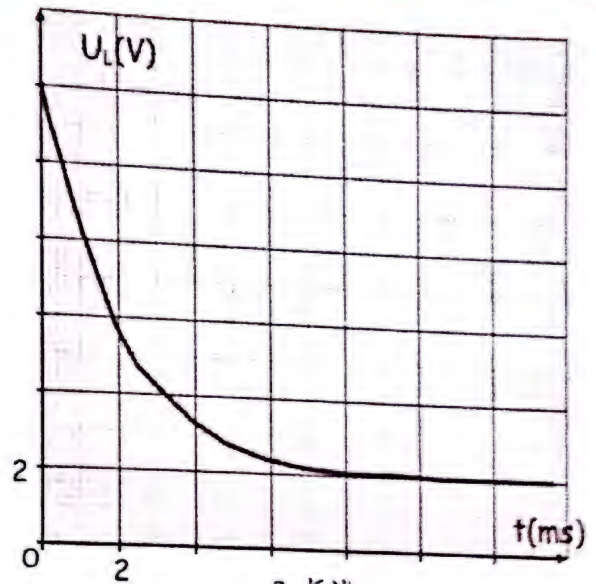
ب- حساب i عند اللحظة $t = 4 \text{ ms}$ لدينا $t = 4 \text{ ms} = 2\tau$

$$i = I_0(1 - e^{-2}) = 1,0,865 \Rightarrow i = 0,865 \text{ A}$$

$$\text{6- حساب } E(L) : E(L) = \frac{1}{2} Li^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 0,024 \cdot (0,865)^2$$

$$\Rightarrow E(L) = 9 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$



الشكل 2-

1- أحسب القوة المحركة E للمولد.

2- أكتب عبارتي التوتر U_R بين طرفي الناقل الأومي

و التوتر U_L بين طرفي الوشيعية بدلالة التيار i .

3- أحسب مقاومة الناقل الأومي R .

4-أ- من البيان الممثل في الشكل (1) أحسب $\frac{di}{dt}$ عند

اللحظة $t = 0$.

ب- إستنتج ذاتية الوشيعية L .

ج- أحسب قيمة ثابت الزمن τ .

5-أ- أكتب عبارة الشدة اللحظية i للتيار الكهربائي

بدلالة E, r, R, L .

ب- أحسب قيمة i عند اللحظة $t = 4 \text{ ms}$.

6- أحسب الطاقة المخزنة في الوشيعية عند اللحظة :

$t = 4 \text{ ms}$.

الحل:

1- حساب القوة المحركة E :

$$\text{حسب قانون جمع التوترات : } E = U_R + U_L$$

$$\text{عند اللحظة } t = 0 \text{ يكون } E = 0 + 12 = 12 \text{ V}$$

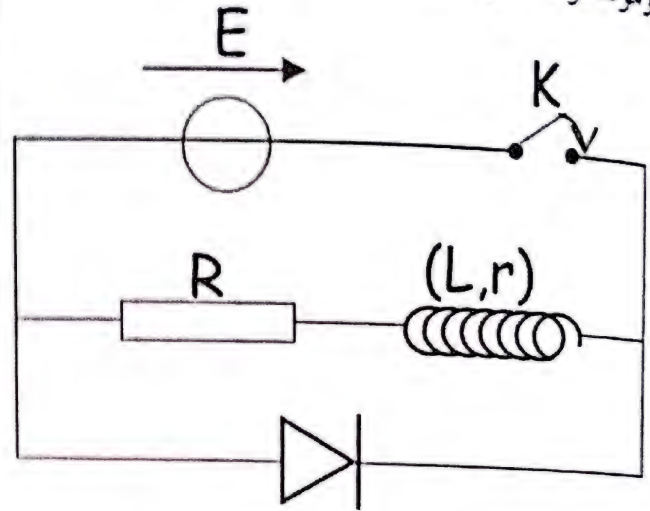
$$\text{وعليه } E = 12 \text{ V}$$

$$\text{2- عبارة } U_R : U_R = Ri$$

$$\text{عبارة } U_L : U_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

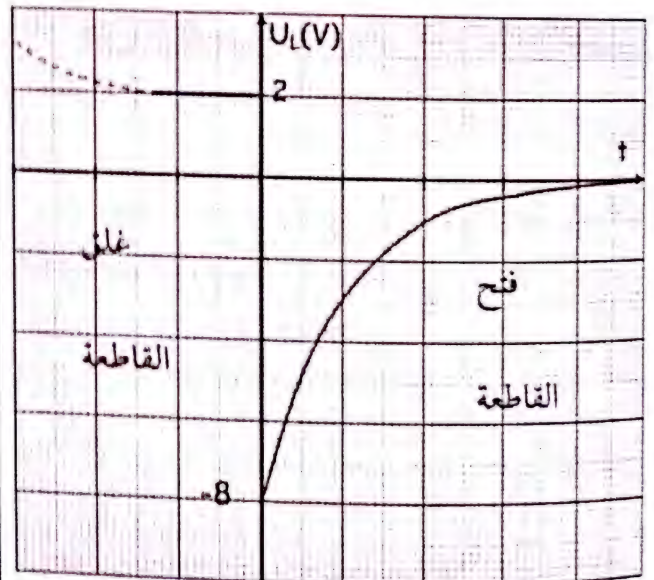
التمرين 09

لديك الدارة التالية المشكلة من وشيعة ذاتيتها $L=0,1H$ ومقاومتها $r=10\Omega$ و ناقل أومي مقاومته R ومولد قوته المحركة E .



1- لماذا يوضع الصمام الثنائي في الدارة الكهربائية؟
- نغلق القاطعة K ولما تستقر شدة التيار في الدارة عند القيمة I_0 نفتح القاطعة في اللحظة $t=0$.

- نمثل بعد ذلك التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة $U_L=f(t)$



2- استنتج من البيان قيمة I_0 .

3- باستعمال قانون جمع التوترات، أوجد المعادلة التفاضلية

لتغيرات شدة التيار في حالة فتح القاطعة.

4- أوجد حل المعادلة التفاضلية السابقة.

5- أوجد عبارة التوتر بين طرفي الوشيعة U_L بدلالة:

$$L, r, R, i_0, t$$

6- استنتج قيمة R مقاومة الناقل الأومي.

7- أحسب قيمة I القوة المحركة الكهربائية.

8- أحسب الطاقة المغناطيسية التي تُخزن في الوشيعة

عند اللحظة $t=0$

الحل

1- يوضع الصمام الثنائي في الدارة لحمايتها من الإثلاف في حالة فتح القاطعة.

2- تحديد I_0 من البيان:

$$\frac{di}{dt} = 0 \text{ في النظام الدائم يكون } U_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$U_L = ri_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_L}{r} = \frac{2}{10} = 0,2A \text{ وبالتالي:}$$

3- المعادلة التفاضلية في حالة فتح القاطعة:

$$U_R + U_L = 0 \text{ باستعمال قانون جمع التوترات:}$$

$$Ri + ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$(R + r)i + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R + r)}{L} i = 0 \text{ إذن:}$$

4- حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل: $i(t) = Ae^{xt}$

$$\frac{di}{dt} = -xAe^{xt} \text{ حيث } x \text{ ثابتان.}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$-xAe^{xt} + \frac{(R + r)}{L} Ae^{xt} = 0 \rightarrow x = \frac{(R + r)}{L} = \frac{1}{\tau}$$

ومن الشروط الابتدائية: $i(0) = I_0 = Ae^0 = A$

$$\text{إذن: } i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

5- عبارة التوتر U_L :

$$\begin{aligned} U_L &= ri + L \frac{di}{dt} \quad \text{وبالتالي} \quad \frac{di}{dt} = -\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \\ &= rI_0 e^{-t/\tau} + L \left(-\frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau} \right) \\ &= rI_0 e^{-t/\tau} + L \left(-I_0 \frac{R+r}{L} e^{-t/\tau} \right) = -RI_0 e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

6- حساب R :

عند اللحظة $t=0$ يكون $U_L = -RI_0 = -8V$

$$\text{إذن:} \quad R = -\frac{U_L}{I_0} = -\frac{-8}{0,2} = 40\Omega$$

7- حساب E :

$$E = (R+r)I_0 = (40+10) \cdot 0,2 = 10V$$

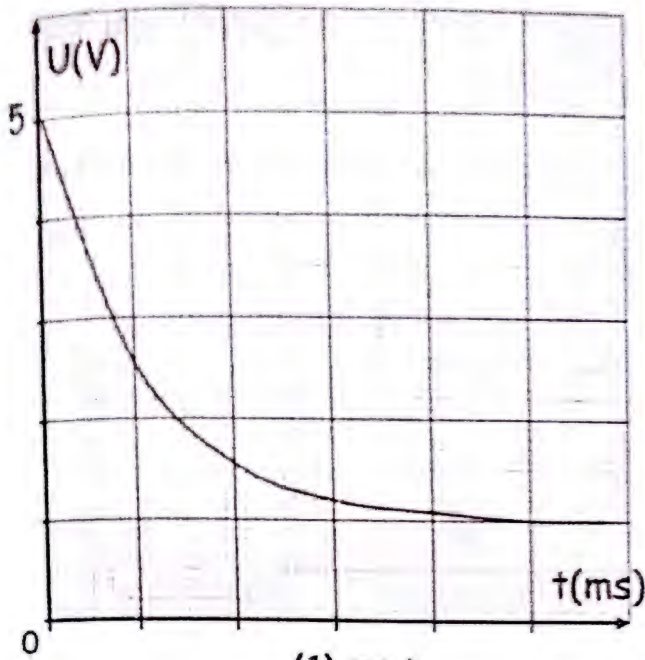
8- حساب الطاقة المغناطيسية عند اللحظة $t=0$:

$$E(L) = \frac{1}{2} LI_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 0,2^2 = 2mj$$

التمرين 10

نعتبر التركيب الموضح في الشكل الموافق $L = 0,5H, r = 10\Omega$

1- عند اللحظة $t=0$ تغلق القاطعة K فيظهر في المدخل Y_A البيان الموضح في الوثيقة (1).



الوثيقة (1)

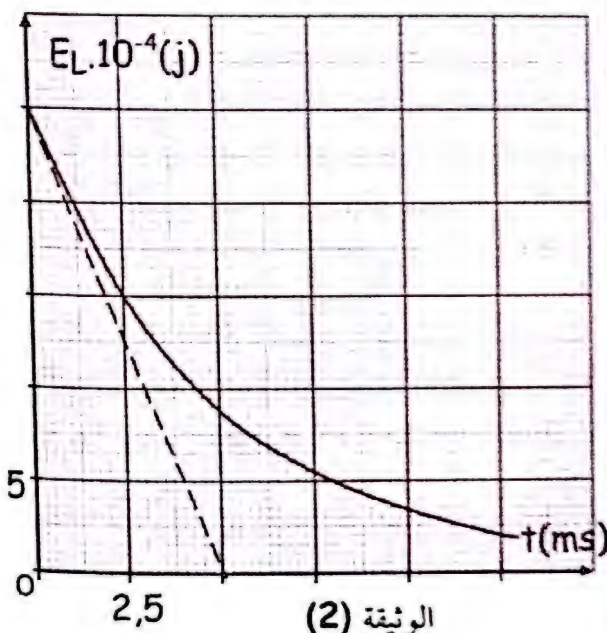
أ- أكتب عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل Y_A بدلالة شدة التيار.

ب- إعتادا على البيان أعط:

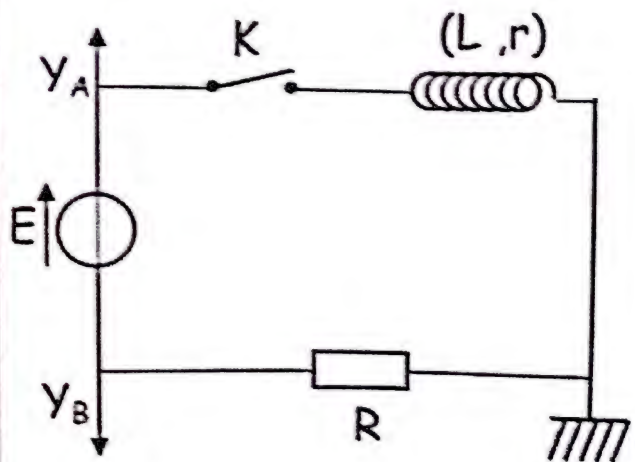
- قيمة التوتر الكهربائي E .

- شدة التيار المار في الدارة في النظام الدائم.

2- نفتح القاطعة ونسجل منحى تطور الطاقة الكهربائية المخزنة في الوشعة بدلالة الزمن (الوثيقة 2).



الوثيقة (2)



نعرض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$- \alpha A e^{-\alpha t} + \left(\frac{R+r}{L} \right) A e^{-\alpha t} = 0$$

$$A e^{-\alpha t} \left(-\alpha + \left(\frac{R+r}{L} \right) \right) = 0 \rightarrow \alpha = \frac{R+r}{L} = \frac{1}{\tau}$$

من الشروط الابتدائية: $i(0) = I_0 = A e^0 \rightarrow A = I_0$

ج/ عبارة الطاقة المخزنة في الوشيرة:

$$E(L) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L A^2 e^{-2\alpha t}$$

د/ تحديد قيمة A:

$$E(L) = \frac{1}{2} L A^2 = 25 \cdot 10^{-4} \text{ J عند اللحظة } t=0 \text{ يكون}$$

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}{0,5}} = 0,1 \text{ A}$$

تحديد قيمة α :

نقطة تقاطع المنحنى $E(L) = f(t)$ مع محور الأزمنة يمثل $\frac{\tau}{2}$

$$\alpha = 0,1 \text{ ms}^{-1} \text{ و } \frac{\tau}{2} = 5 \text{ ms} \rightarrow \tau = 10 \text{ ms}$$

هـ/ قيمة المقاومة R:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow R = \frac{L}{\tau} - r = \frac{0,5}{0,01} - 10 = 40 \Omega$$

RL

أ- باستخدام قانون التوترات أكتب المعادلة التفاضلية

بدلالة i أو $\frac{di}{dt}$

ب- حل هذه المعادلة من الشكل: $i(t) = A e^{-\alpha t}$ حدد

عبارة A و α .

ج- عبر عن الطاقة المخزنة في لحظة t بدلالة α, A, L .

د- إعتدأ على الوثيقة (2) أحسب قيمتي A و α مقدرة

بوحدة الجملة الدولية.

هـ- أحسب المقاومة R للناقل الأومي.

الحل:

1- أ/ عبارة التوتر الكهربائي الذي يظهر في المدخل Y_A :

$$U_L = r i + L \frac{di}{dt}$$

ب/ إيجاد شدة E:

حسب قانون جمع التوترات: $E = U_R + U_L$

عند اللحظة $t = 0$ يكون $i = 0$ وبالتالي: $U_R = 0$

$$\text{إذن: } U_L(0) = E = 5 \text{ V}$$

- إيجاد شدة I_0 :

$$U_L = r I_0 \rightarrow I_0 = \frac{U_L}{r} = \frac{5}{10} = 0,1 \text{ A}$$

2- أ/ المعادلة التفاضلية: $U_R + U_L = 0$

$$R i + r i + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$(R + r) i + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R + r}{L} \right) i = 0$$

ب/ تحديد عبارة A و α : $\frac{di}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t}$

علما أن : $U_R = Ri(t) \Rightarrow i(t) = \frac{U_R}{R}$

$$U_R = Ri(t) \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dU_R}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة :

$$U_R + r\left(\frac{U_R}{R}\right) + L \frac{1}{R} \times \frac{dU_R}{dt} = E$$

$$U_R \left(1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{dU_R}{dt} = E$$

$$U_R \left(\frac{R+r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{dU_R}{dt} = E$$

$$\frac{dU_R}{dt} + U_R \left(\frac{R+r}{R}\right) \times \frac{R}{L} = E \times \frac{R}{L}$$

$$\frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{\tau} U_R = \frac{R}{L} E$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $U_R = Ae^{-xt} + B$

تحديد B و x :

نشتق الحل فنجد : $\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} (Ae^{-xt} + B) = \frac{R}{L} E$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} Ae^{-xt} + \frac{1}{\tau} B - \frac{R}{L} E = 0$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$\frac{1}{\tau} B - \frac{R}{L} E = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tau} B = \frac{R}{L} E \Rightarrow B = \tau \frac{R}{L} E$$

نعوض τ و E بعبارتيهما فنجد :

$$B = \frac{L}{R+r} \times \frac{R}{L} (R+r) I_0 \Rightarrow B = RI_0$$

عند غلق القاطعة

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار $U_L + U_R = E$

$$L \frac{di}{dt} + ri(t) + Ri(t) = E$$

$$L \frac{di}{dt} + (R+r)i(t) = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i(t) = \frac{E}{L} \quad \text{بالقسمة على } L$$

علما أن : $E = (R+r)I_0$

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i(t) = \frac{(R+r)I_0}{L}$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i(t) = \frac{1}{\tau} I_0$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $i(t) = Ae^{-xt} + B$

تحديد B و x :

بالاشتقاق نكتب : $\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} (Ae^{-xt} + B) = \frac{1}{\tau} I_0$$

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau} Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$B \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau} I_0 = 0 \Rightarrow B = I_0$$

تحديد A من الشروط الابتدائية :

عند $t = 0$ يكون $i(t) = 0$

ومنه : $0 = Ae^0 + B \Rightarrow A = -B = -I_0$

اذن حل هذه المعادلة هو : $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_R : $U_L + U_R = E$

$$U_R + ri + L \frac{di}{dt} = E$$

حل المعادلة التفاضلية :

حل هذه المعادلة من الشكل : $U_L = Ae^{-x} + B$

$$\frac{dU_L}{dt} = -Axe^{-x} \quad \text{بالاشتقاق :}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\begin{aligned} -Axe^{-x} + \frac{1}{\tau}(Ae^{-x} + B) &= \frac{r}{L}E \\ -Axe^{-x} + \frac{1}{\tau}Ae^{-x} + \frac{1}{\tau}B - \frac{r}{L}E &= 0 \\ -Axe^{-x} + \frac{1}{\tau}Ae^{-x} &= 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau} \\ \frac{1}{\tau}B - \frac{r}{L}E &= 0 \Rightarrow \frac{(R+r)}{L}B = \frac{r}{L}E \\ \Rightarrow B &= \frac{r}{(R+r)}E = rI_0 \end{aligned}$$

تحديد A من الشروط الابتدائية :

عند $t=0$ يكون $U_L = E$

$$E = Ae^0 + B \Rightarrow A = E - B = E - rI_0 \quad \text{ومنه :}$$

$$A = E - r \frac{E}{R+r} = E \left(1 - \frac{r}{R+r} \right)$$

$$A = E \left(\frac{R+r-r}{R+r} \right) = \frac{RE}{R+r} = RI_0$$

$$U_L = RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} + rI_0 \quad \text{اذن حل هذه المعادلة هو :}$$

ملاحظة : يمكننا ايجاد نفس عبارة الحل بالطريقة التالية :

$$U_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t} \right) \quad \text{حيث :}$$

$$\frac{di}{dt} = I_0 \frac{1}{\tau} e^{-\frac{1}{\tau}t} = \frac{(R+r)I_0}{L} e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{ومنه :}$$

$$U_L = RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} + rI_0 \quad \text{بتعويض عبارة } i(t) \text{ و } \frac{di}{dt} \text{ نجد}$$

تحديد A من الشروط الابتدائية :

عند $t=0$ يكون $U_R = 0$

$$0 = Ae^0 + B \Rightarrow A = -B = -RI_0 \quad \text{ومنه :}$$

$$U_R = RI_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}t} \right) \quad \text{اذن الحل هو :}$$

المعادلة التفاضلية بدلالة U_L : $U_L + U_R = E$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad (1)$$

$$U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt} \quad \text{علما أن :}$$

$$U_L = ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(U_L - ri)$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{R}{L}(U_L - ri) \quad \text{نعوض في عبارة } U_R \text{ فنجد :}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}(U_L - ri) = 0 \quad \text{نعوض في (1) :}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}ri = 0$$

$$i = \frac{U_R}{R} = \frac{E - U_L}{R} \quad \text{من جهة أخرى :}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}r \left(\frac{E - U_L}{R} \right) = 0 \quad \text{اذن :}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{rE}{L} + \frac{rU_L}{L} = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \left(\frac{R+r}{L} \right) U_L - \frac{rE}{L} = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \left(\frac{R+r}{L} \right) U_L = \frac{rE}{L}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{1}{\tau}U_L = \frac{r}{L}E$$

$$U_L + U_R = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة } U_L$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{dU_R}{dt} = 0 \dots (1)$$

$$U_R = Ri \Rightarrow \frac{dU_R}{dt} = R \frac{di}{dt} \quad \text{علما أن:}$$

$$U_L = ri + L \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{L}(U_L - ri) \quad \text{وكذلك:}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{R}{L}(U_L - ri) \quad \text{اذن:}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}(U_L - ri) = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة (1) فنجد:}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}ri = 0$$

$$i = \frac{U_R}{R} = \frac{-U_L}{R} \quad \text{من جهة أخرى:}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L - \frac{R}{L}r\left(\frac{-U_L}{R}\right) = 0 \quad \text{ومنه:}$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{R}{L}U_L + \frac{rU_L}{L} = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \left(\frac{R+r}{L}\right)U_L = 0$$

$$\frac{dU_L}{dt} + \frac{1}{\tau}U_L = 0$$

حل المعادلة التفاضلية:

$$U_L = Ae^{-x} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:}$$

$$\frac{dU_L}{dt} = -Axe^{-x} \quad \text{تحديد } x: \text{ بالاشتقاق نجد:}$$

$$-Axe^{-x} + \frac{1}{\tau}Ae^{-x} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau} \quad \text{نعوض في المعادلة التفاضلية:}$$

$$U_L = -RI_0 \quad \text{تحديد } A \text{ من الشروط الابتدائية: عند } t = 0 \text{ تكون}$$

$$-RI_0 = Ae^0 \Rightarrow A = -RI_0 \quad \text{بالتعويض:}$$

$$U_L = -RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{اذن حل هذه المعادلة من الشكل:}$$

ملاحظة: يمكننا ايجاد نفس عبارة الحل بالطريقة التالية:

$$U_L = ri + L \frac{di}{dt}$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{1}{\tau}I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{علما أن:}$$

$$U_L = -RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{بالتعويض في عبارة } U_L \text{ نجد:}$$

عند فتح القاطعة

$$U_L + U_R = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة التيار}$$

$$ri + L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad \left| \frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = 0 \right.$$

$$(R+r)i + L \frac{di}{dt} = 0 \quad \left| \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = 0 \right.$$

حل المعادلة التفاضلية:

$$i(t) = Ae^{-xt} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:}$$

$$\frac{di}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{تحديد } x: \text{ نشق الحل فنجد:}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$i(t) = I_0 \quad \text{تحديد } A: \text{ من الشروط الابتدائية: عند } t = 0 \text{ تكون}$$

$$I_0 = Ae^0 \Rightarrow A = I_0 \quad \text{ومنه:}$$

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{اذن الحل هو:}$$

$$U_R + U_L = 0 \quad \text{المعادلة التفاضلية بدلالة } U_R$$

$$U_R + ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$i = \frac{U_R}{R} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{dU_R}{dt} \quad \text{علما أن:}$$

$$U_R + r \frac{U_R}{R} + L \frac{1}{R} \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad \text{نعوض في المعادلة السابقة:}$$

$$U_R \left(1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad \left| \frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}U_R = 0 \right.$$

$$U_R \left(\frac{R+r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{dU_R}{dt} = 0 \quad \left| \frac{dU_R}{dt} + \frac{1}{\tau}U_R = 0 \right.$$

حل المعادلة التفاضلية:

$$U_R = Ae^{-xt} \quad \text{حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:}$$

$$\frac{dU_R}{dt} = -Axe^{-xt} \quad \text{تحديد } x: \text{ نشق الحل فنجد:}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$-Axe^{-xt} + \frac{1}{\tau}Ae^{-xt} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\tau}$$

$$U_R = RI_0 \quad \text{تحديد } A \text{ من الشروط الابتدائية: عند } t = 0 \text{ تكون}$$

$$RI_0 = Ae^0 \Rightarrow A = RI_0 \quad \text{ومنه:}$$

$$U_R = RI_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \text{اذن الحل هو:}$$

تطور حالة جملة كيميائية خلال تحول كيميائي نحو حالة توازن

الوحدة
4



1- تعريف:

تعريف الحمض: هو نوع كيميائي قادر على إعطاء بروتون هيدروجين H^+ (أو أكثر) خلال تفاعل كيميائي

مثال: $HCl + H_2O = H_3O^+ + Cl^-$ الشائتين أساس/حمض الداخليين في التفاعل هما HCl/Cl^- ، H_3O^+/H_2O

- تعريف الأساس: هو كل نوع كيميائي قادر على تثبيت بروتون هيدروجين H^+ (أو أكثر) خلال تفاعل

مثال: $NH_3 + H_2O = NH_4^+ + OH^-$ الشائتين أساس/حمض الداخليين في التفاعل هما NH_4^+/NH_3 ، H_2O/OH^-

ملاحظة: يكون الحمض أو الأساس قويين إذا كانا تأمي الانحلال في الماء ويكونا ضعيفين إذا كان انحلالهما في الماء جزئي.

تعريف pH محلول مائي: pH محلول مائي مقدار يعرف بالعلاقة $pH = -\log[H_3O^+]$ وعليه $[H_3O^+] = 10^{-pH} \text{ mol/L}$

تعريف الجداء الشاردي للماء:

يعرف الجداء $[H_3O^+][OH^-]$ بالجداء الشاردي للماء ويرمز له بالرمز K_e حيث $K_e = [H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$

عند الدرجة $25^\circ C$

- تعريف التقدم النهائي x_f والتقدم الأعظمي x_{max} :

التقدم النهائي x_f هو القيمة المتحصل عليها عند توقف التفاعل الكيميائي دون الاستهلاك الكلي للمتفاعلات والتقدم الأعظمي x_{max} هو القيمة المتحصل عليها في نهاية التفاعل التام عند استهلاك المتفاعل المحد كليا.

ملاحظة: في التفاعلات التامة $x_f = x_{max}$

في التفاعلات غير التامة $x_f < x_{max}$

- تعريف نسبة التقدم النهائي τ_f :

تُعرف النسبة النهائية للتقدم بالعلاقة $\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}}$

ملاحظة في التفاعلات التامة $\tau_f = 1$

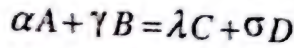
ملاحظة في التفاعلات غير التامة $\tau_f < 1$

2- مفهوم حالة التوازن:

نقول عن جملة كيميائية أنها في حالة توازن عندما تصبح كمية مادة المتفاعلات والنواتج ثابتة خلال تحول كيميائي

3- كسر التفاعل Q_r :

ليكن التحول الكيميائي المنمذج بالمعادلة التالية:



يعرف كسر التفاعل Q_r بالعلاقة التالية: $Q_r = \frac{[C]^\lambda [D]^\sigma}{[A]^\alpha [B]^\gamma}$

ملاحظة: الأجسام الصلبة، الغازات غير المنحلة، الماء (إذا كان حلالا) لا تظهر في عبارة Q_r

4- ثابت التوازن K :

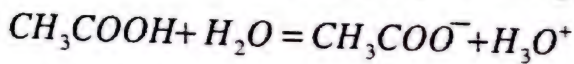
أ- تعريف: هو كسر التفاعل عند توازن الجملة أي: $k = Q_{rf}$ **ملاحظة:**

- ثابت التوازن K مقدار ثابت لا يتعلق إلا بدرجة الحرارة.

- في التفاعلات التامة يكون ثابت التوازن $K > 10^4$

ب- العلاقة بين K و τ_f :

لتكن المعادلة الكيميائية التالية:



جدول التقدم:

| المعادلة | $CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$ | | | |
|-------------------|--|-------|------------------|------------------|
| الحالة الابتدائية | CV | زيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | CV - x | زيادة | x | x |
| الحالة النهائية | CV ₀ - x _f | زيادة | x _f | x _f |
| الحالة الأعظمية | CV ₀ - x _{max} | زيادة | x _{max} | x _{max} |

$$K = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COOH]_f$$

$$= \frac{x_f}{V} \rightarrow x_f = [H_3O^+]_f \times V$$



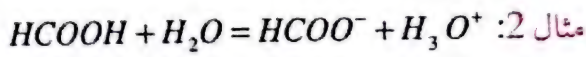
$$K_a = \frac{[NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$= \frac{[NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f \cdot [OH^-]_f}{[NH_4^+]_f \cdot [OH^-]_f}$$

وبما أن: $K = \frac{[NH_4^+]_f \cdot [OH^-]_f}{[NH_3]_f}$

و $[H_3O^+]_f [OH^-]_f = K_e$

فإن: $K_a = \frac{K_e}{K}$



$$K_a = \frac{[HCOO^-]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[HCOOH]_f} = K$$

ب- ثابت الـ pK_a للثنائية أساس / حمض

يعرف الـ pK_a بالعلاقة:

$$K_a = 10^{-pK_a} \text{ أي } pK_a = -\log K_a$$

ج- العلاقة بين pH و pK_a :

$$pH = pK_a + \log \frac{[\text{أساس}]_f}{[\text{حمض}]_f}$$

$$pH = \frac{1}{2} pK_a - \frac{1}{2} \log [\text{حمض}]_f$$

د- مجالات تغلب صفة الأساس والحمض

| | | | | |
|---|--------------|--------------------|---------------|------|
| 0 | $pH < pK_a$ | pK_a | $pH > pK_a$ | pH |
| | الحمض الغالب | لا توجد صفة غالبية | الأساس الغالب | |

ملاحظة:

بالنسبة للمحاليل الحمضية لها نفس التركيز يكون الحمض

أقوى إذا:

- النسبة النهائية للتقدم اكبر

- ثابت الحموضة K_a اكبر (أو الثابت pK_a أصغر)

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V}{C \cdot V} = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$$

$$\rightarrow [H_3O^+]_f = \tau_f \cdot C$$

$$[CH_3COOH]_f = \frac{CV - x_f}{V}$$

$$= C - \frac{x_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$$

$$= C - \tau_f \cdot C = C(1 - \tau_f)$$

$$K = \frac{\tau_f^2 \cdot C^2}{C(1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$$

ملاحظة: بما أن: $\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C}$ فإنه كلما كانت

التركيز C صغيرة كانت نسبة التقدم τ_f كبيرة.

- بما أن $k = \frac{\tau_f^2 \cdot C}{1 - \tau_f}$ فإنه كلما كانت نسبة التقدم τ_f كبيرة

كان ثابت التوازن k كبيراً.

ج- اتجاه تطور جملة كيميائية وكسر التفاعل

$$K = Q_r \xrightarrow{\frac{K}{Q_r}}$$

$$Q_r < K \xrightarrow{\frac{Q_r}{K}}$$

$$Q_r > K \xrightarrow{\frac{K}{Q_r}}$$

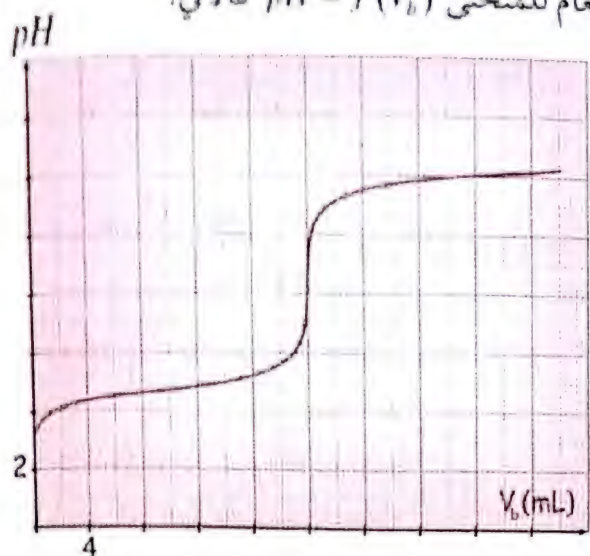
5-1- ثابت الحموضة K_a للثنائية أساس / حمض

عند انحلال حمض أو أساس في الماء فإن ثابت الحموضة

K_a للتفاعل تعطي بالعلاقة:

$$K_a = \frac{[\text{أساس}]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[\text{حمض}]_f}$$

نقيس pH المزيج بعد كل إضافة للأساس ويكون الشكل العام للمنحنى $pH = f(V_b)$ كالآتي:



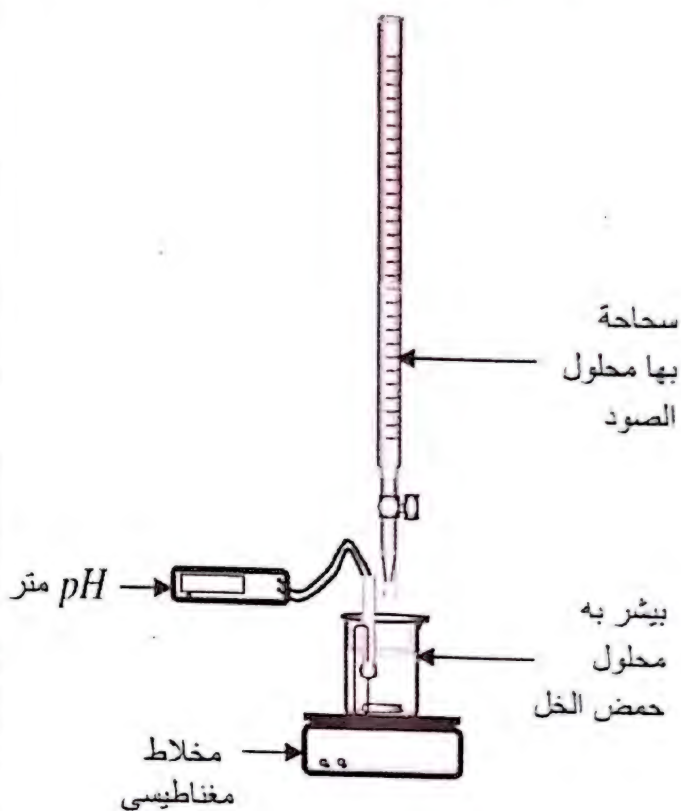
عند التكافؤ: $C_a V_a = C_b V_{bE}$

ملاحظة: يمكن تحديد نقطة التكافؤ باستعمال طريقة

المشتقة: $\frac{dpH}{dV_b} = f'(V_b)$ الممثلة في المنحنى السابق

بإسقاط القيمة القصوى على المنحنى $pH = f(V_b)$

6- المعايرة pH مترية: معايرة حمض ضعيف بأساس قوي



| معايرة حمض ضعيف بأساس قوي | معايرة أساس ضعيف بحمض قوي | معايرة حمض قوي بأساس قوي | |
|---|--|---|---------------------------|
| $AH + OH^- \rightarrow A^- + H_2O$ مثال: تفاعل حمض الايثانويك مع CH_3COOH مع الصود ($Na^+ + OH^-$) | $B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$ مثال: تفاعل حمض كلور الماء مع النشادر ($H_3O^+ + Cl^-$) NH_3 | $H_3O^+ + OH^- \rightarrow H_2O$ مثال: تفاعل حمض كلور الماء ($H_3O^+ + Cl^-$) مع الصود ($Na^+ + OH^-$) | معادلة التفاعل |
| $pH > 7$ $n(AH) = n(OH^-)$ فيكون قانون التعديل $C_a V_a = C_b V_{bE}$ | $pH < 7$ $n(H_3O^+) = n(B)$ فيكون قانون التعديل $C_a V_{aE} = C_b V_b$ | $n(H_3O^+) = n(OH^-)$ $pH = 7$ فيكون قانون التعديل $C_a V_a = C_b V_{bE}$ | نقطة التكافؤ |
| $[AH] = [A^-] \rightarrow pH = pka$ عند $V_b = \frac{V_{bE}}{2}$ | $[B] = [BH^+] \rightarrow pH = pka$ عند $V_a = \frac{V_{aE}}{2}$ | لا توجد نقطة نصف التكافؤ | 3- نقطة نصف التكافؤ |
| فينول فتالين $8,2 \leq pH \leq 10$ | الهيلياتين $3,1 \leq pH \leq 4,4$ | أزرق بروموتيمول $6,2 \leq pH \leq 7,6$ | الكاشف المناسب |

قسم التمارين

التمرين 01

1- نذهب كتلة قدرها $m = 0,046 \text{ g}$ من حمض الميثانويك HCOOH في حجم قدره $V_a = 100 \text{ mL}$ من الماء المقطر فنحصل على محلول (S_a) ناقلية النوعية $\sigma = 0,049 \text{ S/m}$ عند الدرجة 25°C .

1- أكتب معادلة انحلال الحمض في الماء مبينا الشائتين (أساس / حمض) الداخلتين في التفاعل.

2- أنشئ جدولاً لتقدم التفاعل.

3- أحسب التركيز المولي C_a للمحلول الحمضي (S_a) .

4- أوجد قيمة pH المحلول ثم أحسب نسبة التقدم النهائي τ_f . ماذا نستنتج؟

5- أوجد عبارة ثابت التوازن K بدلالة C_a ، τ_f ثم أحسب قيمته.

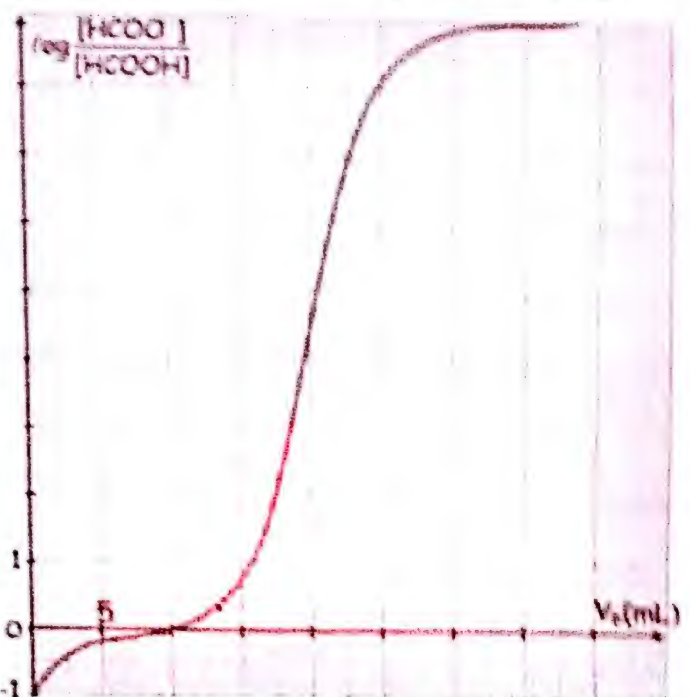
إستنتج قيمة الـ pK_a للشاية (أساس / حمض).

II- نعاير الحجم السابق V_a بمحلول هيدروكسيد الصوديوم

$(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)$ تركيزه C_b و نابع تطورات

$\log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]}$ بدلالة حجم الأساس المضاف V_b

فنهصل على المنحنى التالي:



1- أكتب معادلة تفاعل المعايرة الحادث

2- باستغلال البيان:

أ- أوجد حجم نصف التكافؤ ثم إستنتج قيمة pK_a

ب- قيمة pH_E المحلول عند التكافؤ

3- أ- أحسب التراكيز المولية للأيونات الكيميائية المتواجدة

في المزيج عند إضافة $V_a = 10 \text{ mL}$ من المحلول الأساسي

ب- أعد حساب قيمة الـ pK_a ثم قارنها مع تلك الحسوبة

في السؤال I- 5.

4- من بين الكواشف الملونة التالية، ما هو الكاشف

المناسب لهذه المعايرة مع التعليل؟

| الكاشف الملون | أزرق | فنيول | أفيليتين | أحمر |
|---------------|--------|----------|----------|----------|
| بروموثيمول | فثالين | أفيليتين | أفيليتين | أفيليتين |
| 6.2-7.6 | 8.2-10 | 3.1-4.4 | 4.2-6.2 | 4.2-6.2 |

بعض $M(C) = 12 \text{ g/mol}$

$M(H) = 1 \text{ g/mol}$

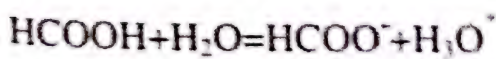
$M(O) = 16 \text{ g/mol}$

$\lambda_{\text{HCOO}^-} = 35 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$

$\lambda_{\text{HCOOH}} = 5,46 \text{ mS.m}^2 / \text{mol}$

الحل:

1-1 معادلة انحلال الحمض في الماء:



- الشائتين (أساس / حمض) الداخلتين في التفاعل هما:

$(\text{H}_3\text{O}^+ / \text{H}_2\text{O})$ و $(\text{HCOOH} / \text{HCOO}^-)$

2- جدول التقدم:

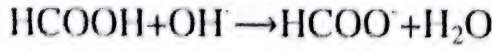
| المعادلة | $\text{HCOOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{HCOO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ | | | |
|-------------------|--|-------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_a V_a$ | زيادة | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $C_a V_a - x$ | زيادة | x | x |
| الحالة النهائية | $C_a V_a - x_f$ | زيادة | x_f | x_f |

حساب قيمة الـ pK_a :

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [base]_f}{[acide]_f} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = K$$

$$pK_a = -\log K_a = -\log 1,67 \cdot 10^{-4} = 3,8$$

II - 1 - معادلة تفاعل المعايرة هي:



2 - أ - عند حجم نصف التكافؤ يكون $pH = pK_a$ و من

$$\text{العلاقة } pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \text{ فإن}$$

$$\frac{V_{bE}}{2} = 10 \text{ mL} \text{ نجد من المنحنى } \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 0$$

- حساب التركيز المولي للأساس C_b :

$$\frac{V_{bE}}{2} = 10 \text{ mL} \longrightarrow V_{bE} = 20 \text{ mL}$$

$$C_a V_a = C_b V_{bE} \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_a}{V_{bE}} = \frac{0,01 \cdot 100}{20} = 0,05 \text{ mol / L}$$

ب - إيجاد قيمة pH_E :

$$\log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = 4,4 \text{ نجد أن } V_{bE} \text{ عند الحجم}$$

$$pH_E = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} \text{ و بالتالي:}$$

$$= 3,8 + 4,4 = 8,2$$

3 - أ - حساب التراكيز المولية عند إضافة $V_b = 10 \text{ mL}$ من

$$[H_3O^+]_f = 10^{-pH} = 10^{-3,8} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ mol / L} \text{ الأساس}$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-4}} = 6,25 \cdot 10^{-11} \text{ mol / L}$$

$$[Na^+]_f = \frac{C_b \cdot V_b}{V_a + V_b} = \frac{0,05 \cdot 10}{100 + 10} = 4,54 \cdot 10^{-3} \text{ mol / L}$$

3 - حساب التركيز المولي C_a :

$$C_a = \frac{m}{M \cdot V_a} = \frac{0,046}{46,01} = 0,01 \text{ mol / L}$$

4 - حساب pH المحلول (S_a) :

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_a} \text{ من جدول التقدم:}$$

$$\sigma = [H_3O^+]_f \cdot \lambda_{H_3O^+} + [HCOO^-]_f \cdot \lambda_{HCOO^-}$$

$$= [H_3O^+]_f (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})$$

$$\rightarrow [H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$= \frac{0,049}{(35 + 5,46) \cdot 10^{-3}}$$

$$= 1,21 \text{ mol / m}^3 = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ mol / L}$$

$$pH = -\log [H_3O^+]_f = -\log (1,21 \cdot 10^{-3}) = 2,9$$

- حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot V_a}{C_a V_a} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_a} = \frac{1,21 \cdot 10^{-3}}{0,01}$$

$$= 0,121 < 1$$

إذن حمض الميثانويك ضعيف.

5 - عبارة ثابت التوازن K :

$$[H_3O^+]_f = \tau_f \cdot C_a \text{ من عبارة نسبة التقدم النهائي}$$

من جدول التقدم:

$$[HCOOH]_f = \frac{C_a V_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a}$$

$$= C_a - [H_3O^+]_f = C_a - \tau_f C_a$$

$$= C_a (1 - \tau_f)$$

$$K = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_a (1 - \tau_f)} = \frac{C_a^2 \tau_f^2}{C_a (1 - \tau_f)}$$

$$K = \frac{C_a \cdot \tau_f^2}{1 - \tau_f} = \frac{0,01 \cdot 0,121^2}{1 - 0,121} = 1,67 \cdot 10^{-4}$$

بواسطة مقياس pH متر، نقوم بقياس pH خلطة مختلفة تم تحضيرها في بياشر حيث مُزج في كل منها حجم V_1 من المحلول (S_1) مع حجم V_2 من المحلول (S_2). النتائج المحصل عليها تم تلخيصها في الجدول التالي:

| المزيج | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| pH | 3,8 | 4,2 | 4,5 | 4,7 | 4,9 | 5,1 | 5,4 | 5,8 |
| V_1 (mL) | 4 | 10 | 20 | 30 | 40 | 40 | 40 | 40 |
| V_2 (mL) | 40 | 40 | 40 | 40 | 30 | 20 | 10 | 4 |

1- أكمل الجدول التالي:

| المزيج | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V_1/V_2 | | | | | | | | |
| $\text{Log} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$ | | | | | | | | |

2- أرسم البيان: $\text{pH} = f \left(\text{Log} \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \right)$

3- أثبت أن: $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2}$

4- إستنتج العلاقة النظرية بين pH و $\text{Log} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$

5- أكتب معادلة تفاعل الحمض AH مع الماء.

ب- أكتب عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية (AH/A)

ثم إستنتج العلاقة التي تربط pH المزيج و الثابت $\text{p}K_a$.

6- إستنتج قيمة تقريبية للثابت $\text{p}K_a$ لهذه الثنائية.

➤ التعرف على الثنائية (أساس/ حمض):

1- ما هي الثنائيات (أساس/حمض) المعطاة في الجدول التالي التي يمكن إستبعادها من كونها المعنية بالدراسة السابقة؟

| $\text{p}K_a$ | الكتلة المولية (g/mol) AH | الصيغة |
|---------------|---------------------------|---|
| 3,75 | 46 | HCOOH/HCOO ⁻ |
| 4,75 | 60 | H ₃ C-COOH/H ₃ C-COO ⁻ |
| 4,72 | 43 | HN ₃ / N ₃ ⁻ |
| 4,87 | 74 | H ₅ C ₂ -COOH/H ₅ C ₂ -COO ⁻ |
| 7,3 | 52,5 | HC(O)C(O) |

| | $\text{HCOOH} + \text{OH}^- = \text{HCOO}^- + \text{H}_2\text{O}$ | | | |
|-------------------|---|-----------------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_a V_a$ | $C_b V_b$ | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | $C_a V_a - x_f$ | $C_b V_b - x_f$ | x_f | x_f |

$$[\text{HCOO}^-] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{\text{OH}^-} = C_b V_b - x_f; \quad \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_T} = \frac{C_b V_b}{V_T} - \frac{x_f}{V_T}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{C_b V_b}{V_T} - [\text{HCOO}^-]$$

$$[\text{HCOO}^-] = \frac{C_b V_b}{V_T} - [\text{OH}^-] = \frac{0,05 \cdot 10}{110} - 6,25 \times 10^{-11}$$

$$[\text{HCOO}^-] = 4,54 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

$$[\text{HCOOH}]_0 = [\text{HCOO}^-] + [\text{HCOOH}]_{\text{متبقى}}$$

$$[\text{HCOOH}]_{\text{متبقى}} = [\text{HCOOH}]_0 - [\text{HCOO}^-]$$

$$[\text{HCOOH}]_{\text{متبقى}} = \frac{C_a V_a}{V_T} - [\text{HCOO}^-]$$

$$= \frac{0,01 \cdot 10}{110} - 4,54 \times 10^{-3} = 4,56 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

ب- حساب قيمة الـ $\text{p}K_a$:

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_f \cdot [\text{HCOO}^-]_f}{[\text{HCOOH}]_f} = \frac{1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 4,7 \cdot 10^{-3}}{4,4 \cdot 10^{-3}} = 1,7 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{p}K_a = -\log K_a = -\log 1,7 \cdot 10^{-4} = 3,8$$

وهي مساوية للقيمة المحسوبة في السؤال I-5

4- الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو فينول فتالين لأن

مجال تغير لونه يشمل $\text{pH}_E = 8,2$

التمرين 02

➤ تحديد الثابت $\text{p}K_a$ لثنائية (أساس/ حمض):

بغرض تحديد الثابت $\text{p}K_a$ لثنائية (أساس/ حمض) والتي

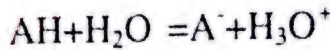
نرمز لها بالرمز (AH/A)، نقوم بقياس pH المحاليل المائية

التي تحتوي الفردين AH، A⁻ الموافقين لهذه الثنائية.

نستخدم محلولاً (S_1) يحتوي النوع A بتركيز $C_1 = 0,1 \text{ mol/L}$

و محلولاً (S_2) يحتوي النوع AH بتركيز $C_2 = 0,1 \text{ mol/L}$

5-أ- معادلة انحلال الحمض AH في الماء هي:



ب- عبارة ثابت الحموضة K_a : $K_a = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[AH]}$

- عبارة pH بدلالة pK_a :

$$-\log K_a = -\log [H_3O^+] - \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

$$pK_a = pH - \log \frac{[A^-]}{[AH]} \rightarrow pH = pK_a + \log \frac{[A^-]}{[AH]}$$

6- إستنتاج قيمة الثابت pK_a :

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2} \text{ من العلاقة السابقة وبتعويض}$$

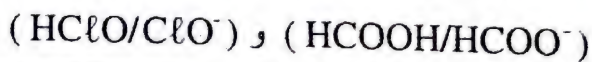
$$pH = pK_a + \log \frac{V_1}{V_2} \text{ نجد:}$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد: $b = pK_a = 4,7$

حيث $a=1$

- التعرف على الثنائية (أساس / حمض)

1- الثنائيات المستبعدة من الدراسة التجريبية هي:

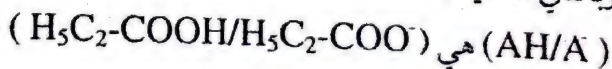


2- حساب الكتلة المولية للمركب AH: $m = MC_2V$

$$M = \frac{m}{C_2V} = \frac{1,87}{0,10,25}$$

$$= 74,8g / mol$$

وبالتالي الثنائية:



التمرين 03

1- محلولان مائيان لحمضين (S_1) و (S_2) أحدهما قوي

والآخر ضعيف، حيث الحمض الضعيف هو حمض

كربوكسيلي صيغته من الشكل $C_nH_{2n}O_2$. نمددهما

بالماء المقطر حتى يتضاعف حجم كل واحد 10 مرات.

قسنا PH كل محلول قبل وبعد التمديد وجمعنا النتائج في

الجدول التالي:

2- في الواقع قمنا بوزن 1,87g من الحمض AH لتحضير

250 mL من المحلول (S_2) ذي التركيز $C_2 = 0,1 mol/L$

والذي تم استخدام أحجام مختلفة منه V_2 للقيام بالدراسة

التجريبية السابقة.

- حدد الكتلة المولية للمركب AH ثم تعرف على الثنائية

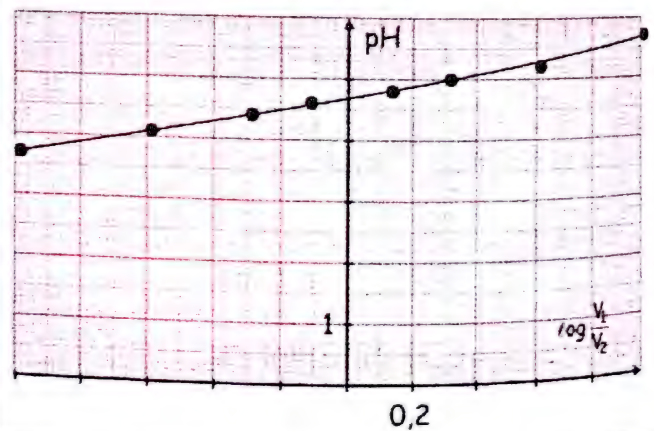
(AH/A^-) المعنية بالدراسة.

الحل:

1- إكمال الجدول:

| المزيج | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|
| $\frac{V_1}{V_2}$ | 0,10 | 0,25 | 0,50 | 0,75 | 1,33 | 2 | 4 | 10 |
| $\log \frac{V_1}{V_2}$ | -1,00 | -0,60 | -0,30 | -0,12 | 0,12 | 0,30 | 0,60 | 1,00 |

2- تمثيل البيان: $pH = f \left(\log \left(\frac{V_1}{V_2} \right) \right)$



3- إثبات أن $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_1}{V_2}$

$$\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = \frac{C_1V_1}{C_2V_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

حيث $C_1 = C_2$

4- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من

الشكل: $pH = a \log \frac{V_1}{V_2} + b$ حيث a معامل التوجيه.

2- حساب تركيز المحلول الحمضي:

$$C_a V_a = C_b V_b \quad \text{عند التكافؤ}$$

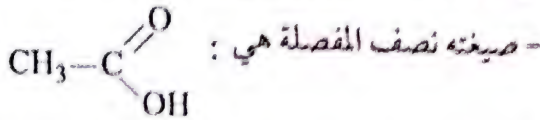
$$C_a = \frac{C_b V_b}{V_a} = \frac{0,1 \cdot 40}{25} = 0,16 \text{ mol/L}$$

ب/ حساب الكتلة المولية للحمض الضعيف:

$$C_a = \frac{m}{MV} \rightarrow M = \frac{m}{C_a \cdot V} = \frac{0,48}{0,16 \cdot 0,05} = 60 \text{ g/mol}$$

- صيغته الجزيئية المجهولة:

$$M = 12n + 2n + 32 = 60 \rightarrow n = 2$$



ج/ تعيين $\text{PK}_a(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-)$:

عند حجم نصف التكافؤ يكون $\text{PH} = \text{PK}_a$

$$\frac{V_b}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ mL} \rightarrow \text{PH} = \text{PK}_a = 4,8$$

د/ حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في مزيج

الجزء I.

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{PH}} = 10^{-4,8} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-5}}$$

$$= 6,25 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$$

| المعادلة | $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ | | | |
|-------------------|---|-------|-----|-----|
| الحالة الابتدائية | n | زيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | n-x | زيادة | x | x |
| الحالة النهائية | n-x_f | زيادة | x_f | x_f |

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{CH}_3\text{COO}^-] = \frac{x_f}{V} = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$\text{PH} = \text{PK}_a \rightarrow \log \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = 0 \rightarrow$$

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{CH}_3\text{COOH}] = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[\text{Na}^+] = \frac{C_b V_b}{V_f} = \frac{0,1 \times 40}{65} = 0,06 \text{ mol/L}$$

| الحمض | PH قبل التمديد | PH بعد التمديد |
|-------------------|----------------|----------------|
| (S ₁) | 3 | 4 |
| (S ₂) | 3,4 | 3,9 |

يبين أن (S₁) هو الحمض القوي.

2- نأخذ كمية كتلتها $m = 0,48 \text{ g}$ من الحمض الضعيف ونحللها في الماء المقطر، نتحصل على محلول حجمه 50 mL نقسمه لجزأين متساويين.

نضيف للجزء الأول 20 mL من محلول أساسي هيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي $0,1 \text{ mol/L}$ ، ثم نقيس PH هذا المزيج فنجد 4,8.

نعاير الجزء الثاني بواسطة نفس المحلول الأساسي، فيلزم لتكافؤ حمض-أساس 40 mL من المحلول الأساسي.

أ- أحسب التركيز المولي للحمض الضعيف.

ب- أوجد الكتلة المولية له واستنتج صيغته المجهولة واكتب صيغته نصف المفصلة.

ج- حدد PK_a الثنائية أساس/ حمض الخاصة بهذا الحمض.

د- أحسب تراكيز الأفراد الكيميائية الموجودة في مزيج الجزء الأول من المحلول المائي للحمض الضعيف من أجل

$$\text{pH} = 4,8$$

الحل:

1- إثبات أن المحلول (S₁) قوي: لدينا $\frac{C_1}{C_2} = 10$

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2} = \frac{10^{-\text{PH}_1}}{10^{-\text{PH}_2}} = \frac{10^{-3}}{10^{-4}} = 10: (S_1)$$

وبالتالي $[\text{H}_3\text{O}^+]_1 = C_1$ و $[\text{H}_3\text{O}^+]_2 = C_2$ إذن المحلول (S₁) قوي.

$$\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2} = \frac{10^{-\text{PH}_1}}{10^{-\text{PH}_2}} = \frac{10^{-3,4}}{10^{-3,9}} = 3,2: (S_2)$$

وبالتالي: $\frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ إذن المحلول (S₂) ضعيف.

$$8 = \frac{\tau_f^2}{(1 - \tau_f)^2} \quad : \tau_f \text{ حساب } / 5$$

$$\sqrt{8} = \frac{\tau_f}{1 - \tau_f}$$

$$\tau_f = 2,83 - 2,83\tau_f$$

$$3,83\tau_f = 2,83$$

$$\tau_f = 0,74$$

ب/ حساب x_f :

$$x_f = \tau_f \cdot x_{\max} = 0,74 \cdot 0,1 = 0,074 \text{ mol}$$

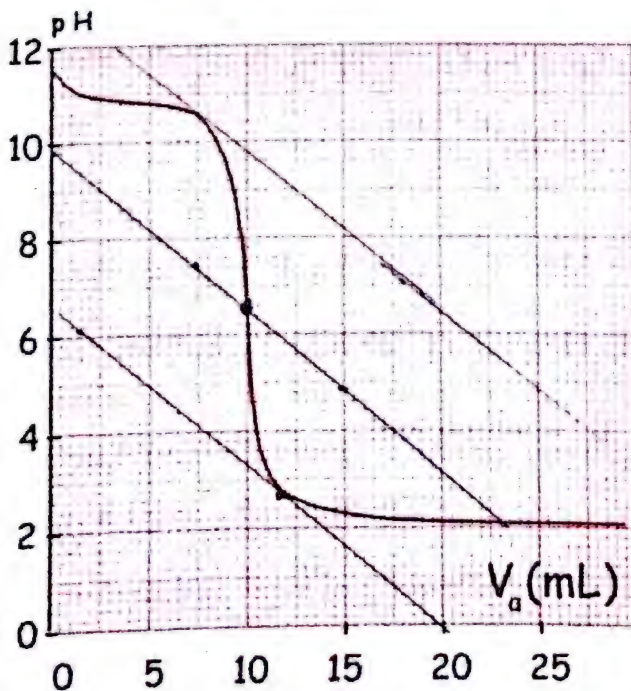
ج/ حساب التركيب المولي للمزيج:

$$n(\text{CH}_3\text{COOH}) = n(\text{HCOO}^-) = x_f = 0,074 \text{ mol}$$

$$n(\text{CH}_3\text{COO}^-) = n(\text{HCOOH}) = 0,1 - x_f \\ = 0,1 - 0,074 = 0,026 \text{ mol}$$

التمرين 05

نذيب كتلة m من الإيثيل أمين في الماء المقطر عند الدرجة 25°C ، للحصول على محلول (S_b) حجمه 100 mL وتركيزه C_b . نعاير حجما من المحلول (S_b) قدره $V_b = 5,0 \text{ mL}$ بواسطة محلول (S_a) لحمض كلور الماء تركيزه $C_a = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$ وذلك بواسطة قياس الـ pH بدلالة الحجم المضاف من الحمض.



التمرين 04

نريد دراسة التفاعل بين $0,1 \text{ mol}$ من شوارد الإيثانوات CH_3COO^- مع $0,1 \text{ mol}$ من حمض الميثانويك HCOOH .

1- أكتب معادلة التفاعل الممنذج للتحول السابق.

2- قَدِّم جدولاً لتقدم التفاعل السابق.

3- عين قيمة كسر التفاعل الابتدائي Q_{ri} .

4- أوجد عبارة ثابت التوازن K بدلالة نسبة التقدم النهائي τ_f .

5- علماً أن ثابت التوازن الموافق للتفاعل السابق هو $K=8$ ،

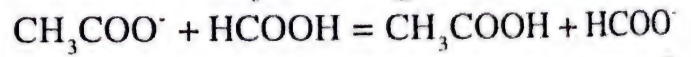
استنتج: أ/ النسبة النهائية للتقدم τ_f .

ب/ التقدم النهائي x_f .

ج/ التركيب المولي للمزيج في نهاية التفاعل.

الحل:

1- معادلة التفاعل الممنذج للتحول هي:



2- جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{CH}_3\text{COO}^- + \text{HCOOH} = \text{CH}_3\text{COOH} + \text{HCOO}^-$ | | | |
|-------------------|---|-------------------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $0,1 \text{ mol}$ | $0,1 \text{ mol}$ | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $0,1 - x$ | $0,1 - x$ | x | x |
| الحالة النهائية | $0,1 - x_f$ | $0,1 - x_f$ | x_f | x_f |

$$Q_{ri} = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_i [\text{HCOO}^-]_i}{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_i [\text{HCOOH}]_i} = 0 \quad : \text{حساب } Q_{ri}$$

4- عبارة K بدلالة τ_f :

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]_f [\text{HCOO}^-]_f}{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_f [\text{HCOOH}]_f} = \frac{\frac{x_f}{V} \cdot \frac{x_f}{V}}{\frac{0,1 - x_f}{V} \cdot \frac{0,1 - x_f}{V}}$$

$$= \frac{x_f^2}{(0,1 - x_f)^2} = \frac{x_f^2}{(x_{\max} - x_f)^2}$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} \longrightarrow x_f = \tau_f \cdot x_{\max}$$

$$K = \frac{\tau_f^2 \cdot x_{\max}^2}{(x_{\max} - \tau_f \cdot x_{\max})^2} = \frac{\tau_f^2}{(1 - \tau_f)^2}$$

$$[H_3O^+] = 10^{pH} = 10^{-10.8} = 1,6 \cdot 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-11}} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} = \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5}{5 + 5} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

حسب قانون الحفظ الشحنة

| | | | | |
|------|---|-----------------|-------|-------|
| | $C_2H_5NH_2 + H_3O^+ = C_2H_5NH_3^+ + H_2O$ | | | |
| ح. ا | $C_b V_b$ | $C_a V_a$ | 0 | 0 |
| ح. ب | $C_b V_b - x_f$ | $C_a V_a - x_f$ | x_f | x_f |

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{H_3O^+} = C_a V_a - x_f ; \frac{n_{H_3O^+}}{V_T} = \frac{C_a V_a}{V_T} - \frac{x_f}{V_T}$$

$$[H_3O^+] = [Cl^-] - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] - [H_3O^+]$$

$$= 1,25 \cdot 10^{-2} - 1,6 \cdot 10^{-11} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[C_2H_5NH_2]_0 = [C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2]_{\text{متفر}}$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{متفر}} = [C_2H_5NH_2]_0 - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{متفر}} = \frac{C_b V_b}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$= \frac{0,05 \cdot 5}{10} - 1,25 \cdot 10^{-2} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{متفر}} = [C_2H_5NH_3^+] \text{ عند التكافؤ يكون}$$

- حساب pK_a

$$pK_a = -\log K_a = -\log 1,45 \cdot 10^{-11} = 10,8$$

وهي نفسها الموجودة بياناً في السؤال 2-أ.

لحساب نسبة التقدم النهائي:

نستعين بجدول التقدم:

| المعادلة | $C_2H_5NH_2 + H_3O^+ = C_2H_5NH_3^+ + H_2O$ | | | |
|-------------------|---|-----------------|-------|--|
| الحالة الابتدائية | $C_b V_b$ | $C_a V_a$ | 0 | |
| الحالة الانتقالية | $C_b V_b - x$ | $C_a V_a - x$ | x | |
| الحالة النهائية | $C_b V_b - x_f$ | $C_a V_a - x_f$ | x_f | |

1- أكتب معادلة تفاعل المعايرة السابق.

2- حدّد اعتماداً على البيان:

أ/ إحداثي نقطة التكافؤ E .

ب/ التركيز C_b للمحلول (S_b) واسترجع الكتلة m .

ج/ pK_a الثنائية ($C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2$).

3- أ/ أحسب تراكيز كل الأنواع الكيميائية المتواجدة في

المزيج عند إضافة الحجم $V_{\text{اف}} = \frac{V_{\text{اف}}}{2}$.

ب/ أعد حساب قيمة الـ pK_a من جديد ثم قارنها مع تلك

الموجودة في السؤال 2-أ.

4- أحسب نسبة التقدم النهائي عند الحجم $V_{\text{اف}} = \frac{V_{\text{اف}}}{2}$.

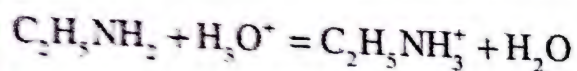
ماذا تستنتج؟

يعطى: $M_N = 14 \text{ g/mol}$ ، $M_{Cl} = 35,5 \text{ g/mol}$

$M_H = 1 \text{ g/mol}$ ، $M_C = 12 \text{ g/mol}$

الحل:

1- معادلة تفاعل المعايرة هي:



2- أ/ إحداثيات نقطة التكافؤ E هي:

$$V_{\text{اف}} = 10 \text{ mL} \text{ و } pH_E = 6,4$$

ب/ حساب التركيز المولي C_b :

$$C_a V_{\text{اف}} = C_b V_b \longrightarrow C_b = \frac{C_a V_{\text{اف}}}{V_b}$$

$$C_b = \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 10}{5} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

حساب الكتلة m

$$m = M \cdot C \cdot V = 45 \times 5 \cdot 10^{-2} \times 0,1 = 0,225 \text{ kg}$$

ج/ إيجاد pK_a الثنائية ($C_2H_5NH_3^+ / C_2H_5NH_2$):

$$V_a = \frac{V_{\text{اف}}}{2} = 5 \text{ mL} \text{ عند حجم نصف التكافؤ يكون}$$

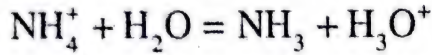
$$pH = pK_a = 10,8$$

3- أ/ حساب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية عند إضافة

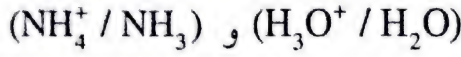
$$\text{الحجم } V_a = \frac{V_{\text{اف}}}{2} = 5 \text{ mL}$$

الحل:

1- معادلة تفاعل شاردة الأمونيوم مع الماء هي:



الثنائيات (أساس / حمض) الداخلة في التفاعل هي:



2- إثبات أن شاردة الأمونيوم حمض ضعيف:

نستعين بجدول التقدم:

| المعادلة | $\text{NH}_4^+ + \text{H}_2\text{O} = \text{NH}_3 + \text{H}_3\text{O}^+$ | | | |
|-------------------|---|-------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_0 V_0$ | زيادة | 0 | 0 |
| الحالة الإنتقالية | $C_0 V_0 - x$ | زيادة | x | x |
| الحالة النهائية | $C_0 V_0 - x_f$ | زيادة | x_f | x_f |

حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+] V_0}{C_0 V_0} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{C_0} = \frac{10^{-\text{pH}}}{C_0}$$

$$\tau_f = \frac{10^{-5,2}}{10^{-3}} = 6,3 \cdot 10^{-3} < 1$$

إذن شاردة الأمونيوم حمض ضعيف.

$$K_a = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

3- عبارة ثابت الحموضة:

$$K_a = \frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

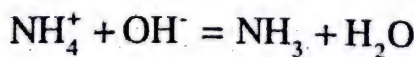
4- حساب النسبة:

$$\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]} = \frac{K_a}{[\text{H}_3\text{O}^+]} = \frac{10^{-\text{p}K_a}}{10^{-\text{pH}}} = 10^{\text{pH} - \text{p}K_a}$$

$$= 10^{5,2 - 9,2} = 10^{-4}$$

إذن يمكن إهمال $[\text{NH}_3]$ أمام $[\text{NH}_4^+]$.

5- معادلة التفاعل الحادث بين المحلولين هي:



$$K = \frac{[\text{NH}_3]_f}{[\text{NH}_4^+]_f [\text{OH}^-]_f}$$

ب/ عبارة ثابت التوازن هي:

- نعتبر $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$ متفاعل محدد:

$$x_{\max} = C_b V_b = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

- نعتبر H_3O^+ متفاعل محدد:

$$x_{\max} = C_a V_a = 2,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

إذن H_3O^+ متفاعل محدد ويكون

$$n(\text{H}_3\text{O}^+) = [\text{H}_3\text{O}^+] \cdot V_T = 1,6 \cdot 10^{-11} \cdot 0,01 = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ mol}$$

$$n(\text{H}_3\text{O}^+) = C_a V_a - x_f \rightarrow x_f = C_a V_a - n(\text{H}_3\text{O}^+)$$

$$x_f = 1,25 \cdot 10^{-4} - 1,6 \cdot 10^{-13} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{1,25 \cdot 10^{-4}}{1,25 \cdot 10^{-4}} = 1$$

نستنتج أن تفاعل المعايرة تام عند كل إضافة للحمض.

التمرين 06

محلول (S_0) من كلور الأمونيوم ($\text{NH}_4^+ + \text{Cl}^-$) حجمه

$$C_0 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol / L} \quad V_0 = 80 \text{ mL}$$

قياس pH هذا المحلول أعطى القيمة 5,2.

1- أكتب معادلة تفاعل شاردة الأمونيوم مع الماء وحدد

الثنائيات (أساس / حمض) الداخلة في التفاعل.

2- بين أن شاردة الأمونيوم حمض ضعيف.

3- أعط عبارة ثابت الحموضة K_a للثنائية ($\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3$).

4- إذا كان $\text{p}K_a$ للثنائية السابقة يساوي 9,2 ، أحسب

$$\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}$$

النسبة

- ما هو النوع الكيميائي الذي يمكن إهماله أمام الآخر؟

5- نضيف للمحلول السابق حجما $V_1 = 20 \text{ mL}$ من محلول

$$\text{الصود تركيزه المولي } C_1 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol / L}$$

أ/ أكتب معادلة التفاعل الحادث بين المحلولين.

ب/ أعط عبارة ثابت التوازن لهذا التفاعل واحسب قيمته.

ج/ إذا اعتبرنا أن هذا التفاعل تام ، أوجد قيمة pH المزيج

في نهاية التفاعل.

حساب قيمة ثابت التوازن:

$$K = \frac{[NH_3]_f [H_3O^+]_f}{[NH_4^+]_f [OH^-]_f [H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-9.2}}{10^{-14}}$$

$$K = 6,3 \cdot 10^4$$

ج/ إيجاد قيمة pH المزيج في نهاية التفاعل:

نستعين بجدول التقدم:

| المعادلة | $NH_4^+ + OH^- = NH_3 + H_2O$ | | |
|-------------------|-------------------------------|-----------------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_0 V_0$ | $C_1 V_1$ | 0 |
| الحالة النهائية | $C_0 V_0 - x_f$ | $C_1 V_1 - x_f$ | x_f |

نعتبر OH^- متفاعل محدد: $x_{\max} = C_1 V_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$

نعتبر NH_4^+ متفاعل محدد: $x_{\max} = C_0 V_0 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$

- إذن OH^- متفاعل محدد ويكون $x_{\max} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$

من جهة أخرى لدينا: $pH = pK_a + \log \frac{[NH_3]}{[NH_4^+]}$

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{\frac{x_f}{V_T}}{\frac{C_0 V_0 - x_f}{V_T}} = \frac{x_f}{C_0 V_0 - x_f}$$

بما أن التفاعل تام فإن $x_f = x_{\max}$ إذن:

$$\frac{[NH_3]}{[NH_4^+]} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-5}} = 0,33$$

$$pH = 9,2 + \log 0,33 = 8,72$$

التمرين 07

الخل ذو الدرجة n يعني أن 100 g منه تحتوي على n(g) من الحمض النقي.

نريد التحقق من درجة الخل التجاري مكتوب على لاصقة قارورته 6° ومن أجل ذلك إنطلاقاً من هذا الخل، نحضر محلولاً (S_0) ممدداً 10 مرات.

نعاير حجماً $V_0 = 20 \text{ mL}$ من المحلول (S_0) بواسطة

محلول الصود تركيزه المولي $C_1 = 0,10 \text{ mol/L}$ ، فنحصل على المنحنى:

1- أذكر البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول (S_0).

ب/ أرسم بشكل تخطيطي عملية المعايرة.

2- أكتب معادلة التفاعل النموذج لتحويل المعايرة.

ب/ أحسب ثابت التوازن K.

3- أوجد إحداثيات نقطة التكافؤ واستنتج التركيز المولي

للحمض في المحلول (S_0) و التركيز C للخل المدرس.

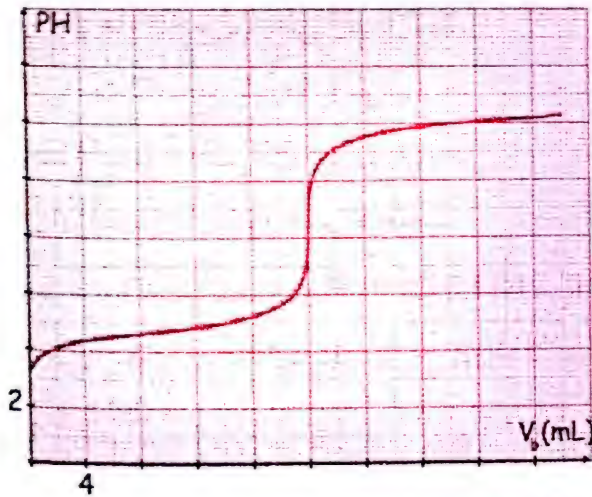
ب/ إستنتج كمية مادة الحمض في 100g من الخل التجاري.

ج/ أحسب درجة الخل التجاري.

د/ هل الخل المدرس مغشوش؟

تعطى:

الكتلة الحجمية للخل التجاري النقي: $\rho = 1,02 \cdot 10^3 \text{ g/L}$



الحل:

1- البروتوكول التجريبي لتحضير المحلول (S_0):

$$\delta = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = \delta \cdot V_1 = 10V_1$$

نأخذ بواسطة ماصة عيارية مزودة بإجاصة مص سعتها V_1 حجماً من المحلول (S) ثم نسكبه في حوجلة عيارية سعتها $10V_1$ ثم نكمل بالماء المقطر إلى غاية خط العيار مع الرج.

ب- كمية مادة الحمض في 100 g من الخل :

$$n = C \cdot V = \frac{C \cdot m}{\rho} = \frac{1,100}{1,02 \cdot 10^3} = 0,098 \text{ mol}$$

ج- درجة الخل التجاري :

$$m = nM = 0,098 \cdot 60 = 5,9 \text{ g}$$

بما أن هذه الكتلة موجودة في 100g من الخل التجاري

فإن درجة الخل هي : 5,9°

د- الخل المدرّس غير مغشوش لأن درجة الخل المتحصل

عليها مقارنة لتلك المكتوبة على الملصقة.

التمرين 08

الفيتامين C أو حمض الأسكوربيك يمكن إعتباره كحمض

ضعيف AH صيغته $C_6H_7O_6H$. يباع في الصيدليات على

شكل أقراص.

نقيس pH محلول لحمض الأسكوربيك تركيزه

$$C = 10^{-2} \text{ mol/L} \text{ فنجد } pH = 3,1$$

1- بين أن هذا الحمض ضعيف.

2- أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء موضحا

الثانية أساس / حمض الداخلة في التفاعل.

في بقية التمرين - للتبسيط - نرمز لحمض الأسكوربيك AH

ولأساسه المرافق A^- .

3- أحسب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية الموجودة في المحلول

ثم إستنتج قيمة PK_a للثانية AH/A^- .

4- نذيب قرصا من الفيتامين C في 100mL من الماء المقطر،

فنهصل على محلول S_A .

نعير هذا المحلول بمحلول S_B هيدروكسيد الصوديوم

تركيزه $C_B = 3 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L}$ ، فنهصل على التكافؤ

عند إضافة الحجم $V_B = 9,5 \text{ mL}$.

أ- أكتب معادلة التفاعل النموذج لتفاعل المعايرة.

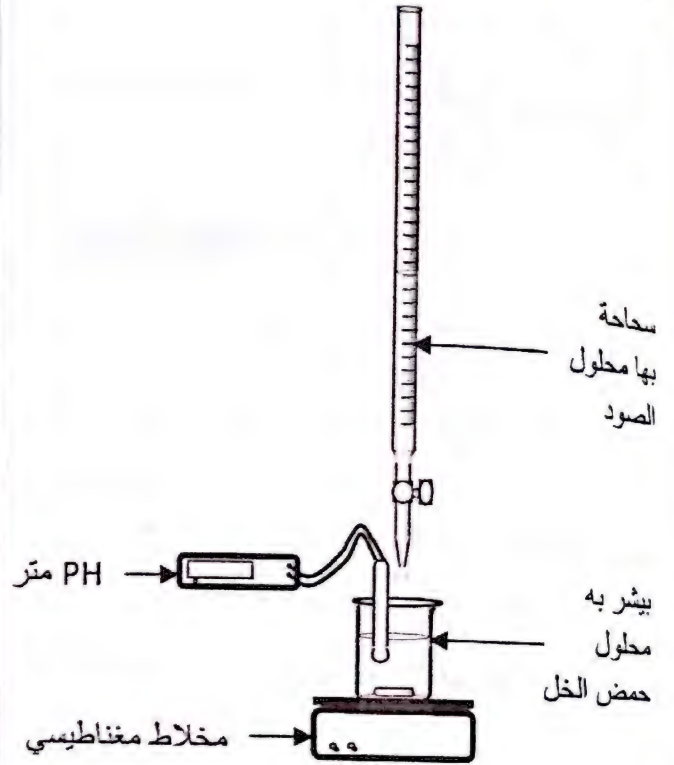
ب- أحسب تركيز المحلول S_A ثم إستنتج كتلة حمض

الأسكوربيك الموجودة في القرص.

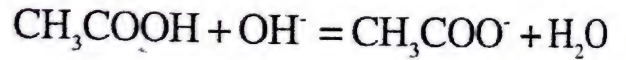
المعطيات:

$$M_H = 1 \text{ g/mol}, M_C = 12 \text{ g/mol}, M_O = 16 \text{ g/mol}$$

ب- الرسم التخطيطي لعملية المعايرة :



2- أ- معادلة التفاعل النموذج للتحول :



ب- حساب ثابت التوازن :

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f \cdot [OH^-]_f}$$

$$= \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f \cdot [OH^-]_f [H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-PK_a}}{K_e}$$

عند حجم نصف التكافؤ يكون $PH = PK_a = 4,8$

$$K = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 1,58 \cdot 10^9 \text{ وبالتالي:}$$

3- أ- إحداثيات نقطة التكافؤ $PH_E = 8,6$ و $V_{BE} = 20 \text{ mL}$

عند التكافؤ : $C_a \cdot V_a = C_b \cdot V_{BE}$

$$C_a = \frac{C_b \cdot V_{BE}}{V_a} = \frac{0,1 \times 20}{20} = 0,1 \text{ mol/L}$$

تركيز حمض الخل التجاري :

$$\delta = \frac{C}{C_a} = 10 \rightarrow C = 10 \cdot C_a = 10 \cdot 0,1 = 1 \text{ mol/L}$$

الحل:

حساب كتلة حمض الأسكوربيك الموجودة في القرص:

$$n = C_a V_a$$

$$\frac{m}{M} = C_a V_a \Rightarrow m = M \cdot C_a V_a = 176.2,85 \cdot 10^{-2} \cdot 0,1$$

$$\Rightarrow m = 0,5 \text{ g}$$

التمرين 09

نذيب كتلة m من ميثيل أمين CH_3NH_2 في الماء المقطر عند

الدرجة $25^\circ C$ فنحصل على محلول S_b حجمه $V_b = 500 \text{ mL}$

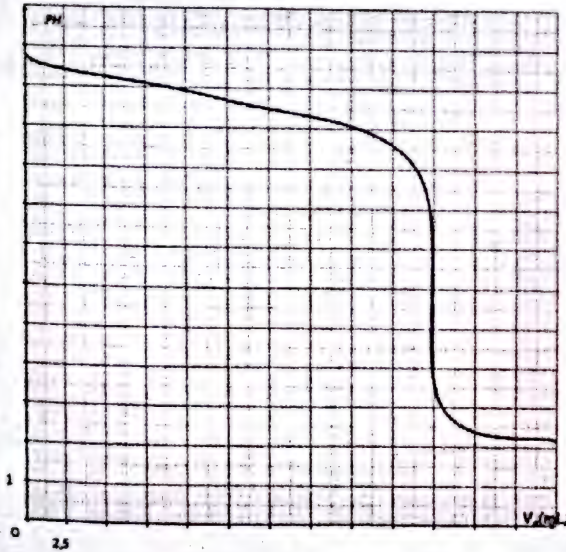
و تركيزه C_b .

نأخذ من المحلول S_b حجما قدره $V_b = 50 \text{ mL}$ ونعايره بواسطة

محلول S_a لحمض كلور الماء تركيزه $C_a = 0,1 \text{ mol/L}$.

نقيس pH المزيج بعد كل اضافة لتحصل على تمثيل المنحنى

البياني $pH = f(V_a)$.



1- ما الذي يدل على أن الميثيل أمين أساس؟

2- اعتمادا على المنحنى:

أ- حدد احداثيات نقطة التكافؤ E مبينا الطريقة المتبعة على

المنحنى البياني.

ب- استنتج قيمة الـ pK_a للثنائية $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$.

ج- استنتج قيمة التركيز C_b واحسب قيمة m .

د- تحقق أن تفاعل الميثيل أمين مع الماء غير تام.

$$pH = 3,1 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} \quad -1$$

$$= 10^{-3,1} = 7,94 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

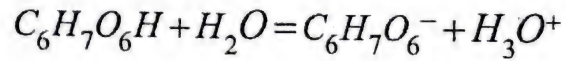
حساب نسبة التقدم النهائي:

$$\tau_f = \frac{X_f}{X_{\max}} = \frac{[H_3O^+]}{C} = \frac{7,94 \cdot 10^{-4}}{10^{-2}}$$

$$= 7,94 \cdot 10^{-2} < 1$$

إذن الحمض ضعيف.

2- معادلة التفاعل هي:



الثنائية أساس / حمض هي: $(C_6H_7O_6H / C_6H_7O_6^-)$

3- حساب تراكيز جميع الأنواع الكيميائية:

نستعين بجدول التقدم.

| المعادلة | $C_6H_7O_6H + H_2O = C_6H_7O_6^- + H_3O^+$ | | | |
|-------------------|--|----------|--------|--------|
| الحالة الابتدائية | CV | بالزيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $CV - x(t)$ | بالزيادة | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $CV - x_f$ | بالزيادة | x_f | x_f |

$$[H_3O^+] = [A^-]_f = \frac{X_f}{V} = 7,94 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[AH]_f = \frac{CV - X_f}{V} = C - \frac{X_f}{V} = C - [H_3O^+]_f$$

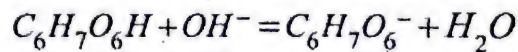
$$[AH]_f = 10^{-2} - 7,94 \cdot 10^{-4} = 9,21 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}$$

حساب K_a :

$$K_a = \frac{[A^-]_f [H_3O^+]_f}{[AH]_f} = \frac{(7,94 \cdot 10^{-4})^2}{9,21 \cdot 10^{-3}} = 6,84 \cdot 10^{-5}$$

$$pK_a = -\log K_a = 4,16 : \text{حساب } pK_a$$

4 - أ- معادلة تفاعل المعايرة:



ب- حساب C_a : عند التكافؤ: $C_a V_a = C_b V_b$

$$C_a = \frac{C_b V_b}{V_a} = \frac{3 \cdot 10^{-1} \cdot 9,5}{100} = 2,85 \cdot 10^{-2} \text{ mol/L}$$

3- معادلة تفاعل المعايرة :



4- حساب تراكيز الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج :

عند إضافة الحجم $V_a = 12,5 mL$ فإن $pH = 10,7$

$$[H_3O^+] = 10^{-10,7} = 2 \cdot 10^{-11} mol/L$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2 \cdot 10^{-11}} = 5 \cdot 10^{-4} mol/L$$

$$[Cl^-] = \frac{[Cl^-]_0 V_a}{V_T} = \frac{0,1 \cdot 12,5}{50 + 12,5} = 0,02 mol/L$$

إعتدادا على جدول التقدم :

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{x_f}{V_T}$$

$$n_{H_3O^+} = C_a V_a - x_f ;$$

$$[H_3O^+] = \frac{C_a V_a}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_3^+] = \frac{C_a V_a}{V_T} - [H_3O^+]$$

$$= 0,02 - 2 \times 10^{-11} = 0,02 mol/L$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المستقر}} = \frac{C_b V_b}{V_T} - [C_2H_5NH_3^+]$$

$$[C_2H_5NH_2]_{\text{المستقر}} = \frac{0,05 \times 50}{62,5} - 0,02 = 0,02 mol/L$$

5- حساب pK_a :

$$pK_a = pH - \log \frac{[CH_3NH_2]}{[CH_3NH_3^+]} = 10,7 - \log \frac{1,95 \cdot 10^{-2}}{2,05 \cdot 10^{-2}}$$

$$pK_a = 10,7$$

وهي نفس القيمة البيانية.

3- أكتب المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة .

4- أوجد تراكيز جميع الأفراد الكيميائية المتواجدة في المزيج

عند إضافة حجم $V_a = 12,5 mL$

5- أحسب من جديد قيمة الـ pK_a ثم قارنها مع القيمة البيانية الموجودة سابقا.

الحل:

1- قبل إضافة الحمض ($V_a = 0$) يكون $pH = 11,7 > 7$

إذن المثلث أمين أساس .

2- أ- نرسم مماسين متوازيين عند نقطتي الانعطاف .

- نرسم مستقيما ثالثا يوازي و يناظر المماسين .

- نقطة التكافؤ هي نقطة تقاطع المستقيم مع المنحنى :

$$V_{a,eq} = 2,5 \cdot 10 = 25 mL, \quad pH_E = 1,6 = 6$$

ب- عند حجم نصف التكافؤ يكون :

$$pH = pK_a \Rightarrow pK_a = 10,7$$

ج- عند التكافؤ :

$$C_a V_{a,eq} = C_b V_b \Rightarrow C_b = \frac{C_a V_{a,eq}}{V_b} = \frac{0,1 \cdot 25}{50}$$

$$\Rightarrow C_b = 0,05 mol/L$$

حساب الكتلة m :

$$C = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow m = C \cdot M \cdot V = 0,05 \times 31 \times 0,5$$

$$\Rightarrow m = 0,775 g$$

د- تفاعل المثلث أمين مع الماء غير تام وللتأكد نحسب

تركيز شوارد الهيدروكسيد :

من أجل $V_a = 0$ يكون $pH = 11,7$

$$[H_3O^+] = 10^{-11,7} = 2 \cdot 10^{-12} mol/L$$

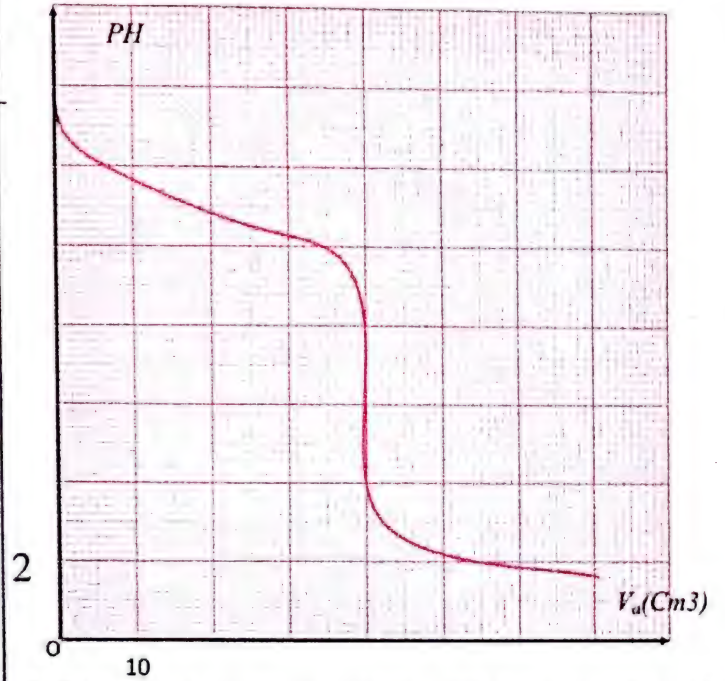
$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{2 \cdot 10^{-12}}$$

$$= 0,005 mol/L < C_b = 0,05 mol/L$$

إذن المثلث أمين أساس ضعيف .

التمرين 10

نعاير 50 cm^3 من محلول مائي (S) لأساس صيغته العامة $C_nH_{2n+3}N$ بمحلول حمض كلور الماء تركيزه المولي $0,1 \text{ mol/L}$ وباستعمال جهاز الـ pH متر نقيس pH المزيج بدلالة حجم الحمض المضاف.
1 أوجد من البيان التالي :



أ- إحداثيات نقطة التكافؤ، ماذا تستنتج بالنسبة للمحلول (S) ؟
ب- التركيز المولي للمحلول (S).

ج- قيمة ثابت الحموضة K_a الموافق للثنائية أساس / حمض .
2- من بين الكواشف الملونة التالية ، ما هو المناسب لهذه المعايرة ؟ علل.

| الكاشف | الهليانثين | فينول فتالين | أحمر الميثيل |
|-----------------|------------|--------------|--------------|
| مجال تغير اللون | 3,1 - 4,4 | 8,2 - 10 | 4,4 - 6,2 |

3- المحلول (S) تم تحضيره بإذابة $2,1 \text{ g}$ من الأساس في 600 mL من الماء المقطر تحت درجة الحرارة 25°C .
أ- استنتج الصيغة الجزيئية للأساس المستعمل .
ب- أكتب المعادلة الكيميائية الموافقة للمعايرة السابقة.

الحل:

1- أ- من البيان نجد: نقطة التكافؤ ($V_{eq} = 40 \text{ cm}^3, pH = 6$)
بما أن للمزيج عند التعديل $pH < 7$ نقول أن الأساس المستعمل ضعيف.

ب- حساب C_b :

عند التكافؤ: $C_a V_a = C_b V_b$

$$C_b = \frac{C_a V_a}{V_b} = \frac{0,1 \cdot 40}{50} = 0,08 \text{ mol/L}$$

ج- ثابت الحموضة :

عند حجم نصف التكافؤ $pH = pK_a = 10,8$

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-10,8} = 1,58 \cdot 10^{-11}$$

2- الكاشف المناسب للمعايرة هو: أحمر الميثيل لأن مجال تغيره اللوني يشمل نقطة التكافؤ .

3- أ- صيغة الأساس : $C_nH_{2n+3}N$

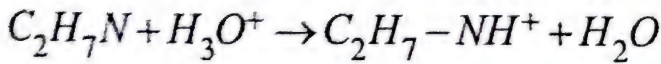
$$C_b = \frac{n}{V} \text{ و } n = \frac{m}{M}$$

$$C_b = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow M = \frac{m}{C_b \cdot V} = \frac{2,1}{0,08 \cdot 0,6} = 43,75 \text{ g/mol}$$

$$M = 14n + 17 = 43,75 \Rightarrow n \approx 2$$

المركب هو : C_2H_7N

ب- معادلة تفاعل المعايرة :



التمرين 11

نريد دراسة مسحوق أبيض لمزيل الكلس مكون أساساً من حمض صيغته H_2NSO_3H والذي نعتبره حمضاً أحادي الوظيفة، تام الانحلال في الماء .

نعاير محلول لهذا المركب من أجل ذلك نذيب $m = 1,7 \text{ g}$ في الماء المقطر حجمه 200 mL فنحصل على محلول S_a تركيزه C_a ، نأخذ منه 20 mL ثم نسكب عليه تدريجياً محلول الصود تركيزه : $C_b = 0,1 \text{ mol/L}$.

1- أ- أكتب المعادلة الإجمالية لتفاعل هذا الحمض مع الماء.

ب- أذكر الشائتين أساس / حمض المشاركة في هذا التفاعل .

ج- ماذا يمكنك القول فيما يخص ثابت التوازن K الموافق لهذا التفاعل ؟

- نملأ السحاحة بالمحلول الأساسي ذي التركيز

$$C_b = 0,1 \text{ mol/L}$$

- نصب تدريجيا بواسطة السحاحة المحلول الأساسي

مع تحريك المزيج بواسطة المخلاط المغناطيسي و نقيس

عند كل إضافة قيمة الـ pH .

3-أ- نعم يمكن تحديد قوة الحمض من المنحنى لأنه:

من أجل $V_b = 0 \text{ mL}$ يكون $pH = 1$ (مقدار خاص

بالأحماض القوية).

ب- إحداثيات نقطة التكافؤ: ($V_{bE} = 17 \text{ mL}$; $pH = 7$)

- حساب التركيز C_a :

$$C_a V_a = C_b V_b \text{ : عند التكافؤ}$$

$$C_a = \frac{C_b V_b}{V_a} = \frac{0,1 \cdot 17}{20} = 0,085 \text{ mol/L}$$

ج- حساب كتلة الحمض:

$$\frac{m}{M} = C_a \cdot V_a \Rightarrow m = M \cdot C_a \cdot V_a$$

$$M_{H_2NSO_3H} = 97 \text{ g/mol} \text{ : علما أن}$$

$$m = 0,087 \times 0,2 \times 97 = 1,649 = 1,65 \text{ g}$$

- النسبة المئوية للحمض:

$$1,7 \text{ g} \rightarrow 100\%$$

$$1,65 \text{ g} \rightarrow \alpha$$

$$\alpha = 97,06\%$$

و عليه:

التمرين 12

نعاير حجما قدره $V_a = 40 \text{ mL}$ من محلول حمض الإيثانويك

CH_3COOH بمحلول البوتاس KOH تركيزه:

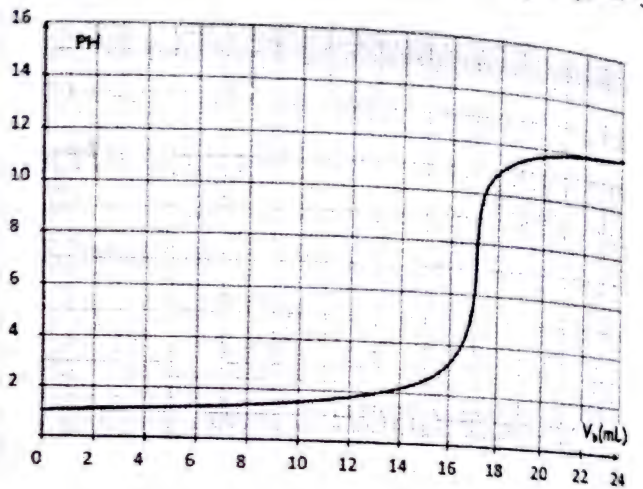
$$C_b = 2,10^{-2} \text{ mol/L}$$

المعايرة الـ pH متريّة تمكّنا من رسم المنحنى البياني أدناه:

2- ما هو البروتوكول التجريبي لتتم معايرة هذا الحمض

بواسطة أساس؟

3- المعايرة التي تمّت أعطت المنحنى الموضح في الشكل التالي:



أ- هل شكل المنحنى يسمح بمعرفة إذا كان الحمض تام

الإنحلال في الماء؟

ب- عين إحداثيات نقطة التكافؤ ثم استنتج التركيز C_a

للمحلول S_a .

ج- ما هي كتلة الحمض H_2NSO_3H النقي الموجود في

المحلول S_a واستنتج النسبة المئوية الكتلية للحمض في

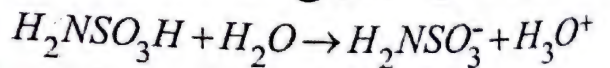
المسحوق.

$$M(S) = 32 \text{ g/mol} \quad M(N) = 14 \text{ g/mol} \text{ : يعطى}$$

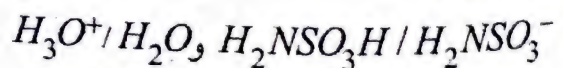
$$M(H) = 1 \text{ g/mol} \quad M(O) = 16 \text{ g/mol}$$

الحل:

1-أ- معادلة تفاعل الحمض مع الماء:



ب- الشناتيان هما:



ج- بما أن التفاعل تام يكون ثابت التوازن: $K > 10^4$

2- البروتوكول التجريبي:

- نضع في بيشر حجم $V_a = 20 \text{ mL}$ من المحلول الحمضي

تركيزه C_a .

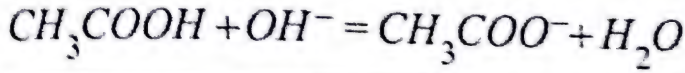
$$[H_3O^+] = 10^{-3,4} = 4.10^{-4} \text{ mol/L} < C_a$$

إذن الحمض ضعيف.

3- عند حجم نصف التكافؤ يكون: $pH = pK_a$

$$pH = pK_a = 4,8 \text{ mL}$$

4- معادلة المعايرة:



5- حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f}$$

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f [OH^-]_f [H_3O^+]_f}$$

$$K = \frac{K_a}{K_e} = \frac{10^{-4,8}}{10^{-14}} = 1,58.10^9$$

6- حساب نسبة التقدم النهائي: $\tau_f = \frac{x_f}{x_{\max}}$

من أجل: $V_b = 16 \text{ mL}$ يكون: $pH = 5$

$$[H_3O^+]_f = 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-]_f = \frac{10^{-14}}{10^{-5}} = 10^{-9} \text{ mol/L}$$

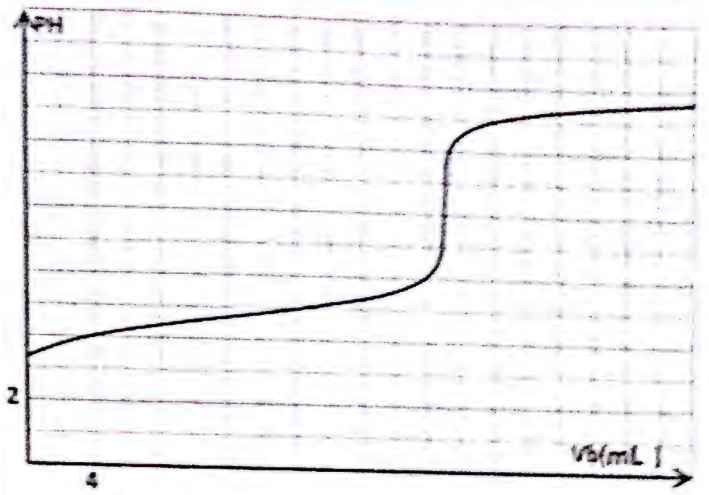
$$n(OH^-) = [OH^-]_f \cdot V_T = 10^{-9} \cdot (40 + 16) \cdot 10^{-3}$$

$$n(OH^-) = 5,6 \cdot 10^{-11} \text{ mol}$$

| المعادلة | $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$ | | | |
|-------------------|--------------------------------------|-----------------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_a V_a$ | $C_b V_b$ | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | $C_a V_a - x_f$ | $C_b V_b - x_f$ | x_f | x_f |

- حساب التقدم الأعظمي: باعتبار الأساس متفاعل محدود (عند نقطة نصف التكافؤ).

$$C_b V_b - x_{\max} = 0 \Rightarrow x_{\max} = C_b V_b = 2.10^{-2} \cdot 16 \cdot 10^{-3} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$



1- عين إحداثيات نقطة التكافؤ مع توضيح الطريقة المتبعة.

2- استنتج تركيز حمض الإيثانويك و بين أنه حمض ضعيف.

3- عين pK_a الثنائية (CH_3COOH / CH_3COO^-).

4- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

5- أحسب ثابت التوازن K لهذا التفاعل.

6- أحسب نسبة التقدم النهائي لتفاعل المعايرة عند

سكب الحجم $V_b = 16 \text{ mL}$ من الأساس. ماذا تستنتج؟

7- في غياب جهاز pH متر، ما هو الكاشف المناسب لهذه

المعايرة؟ علل.

| الكاشف اللون | أزرق بروموتيمول | الفيول فتالين | الميثيلين | أحمر الميثيل |
|-----------------|-----------------|---------------|-----------|--------------|
| بجاء تغير اللون | 6,2-7,6 | 8,2-10 | 3,1-4,4 | 4,2-6,2 |

الحل:

1- إحداثيات نقطة التكافؤ هي $E(25 \text{ mL}, 8)$

➤ نرسم مماسان متوازيان في نقطتي الانعطاف.

➤ نرسم مستقيماً ثالثاً يناظر المماسين.

➤ نقطة تقاطع المستقيم مع المنحنى تحدد نقطة التكافؤ E .

2- حساب تركيز الحمض:

عند التكافؤ: $C_a V_a = C_b V_b$

$$C_a = \frac{C_b V_{b \text{ eq}}}{V_a} = \frac{2.10^{-2} \cdot 25}{40} = 1,25.10^{-2} \text{ mol/L}$$

الحمض المستعمل ضعيف لأن:

أو $V_b = 0$ يكون $pH = 3,4$ (المحلول حمضي)

الحل:

1 معادلة انحلال الحمض في الماء :



الثنائية أساس / حمض هي : $R-COOH / R-COO^-$

2- حساب تراكيز الأنواع الكيميائية المتواجدة عند النقطة A.

$$pH=3.4 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-3.4} = 4.10^{-4} \text{ mol/L}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{4.10^{-4}} = 2.5.10^{-11} \text{ mol/L}$$

حسب قانون إنحفاظ الشحنة وبإهمال $[OH^-]$ أمام $[H_3O^+]$

$$[RCOO^-] = [H_3O^+] = 4.10^{-4} \text{ mol/L} \text{ نجد :}$$

$$\log \frac{[R-COO^-]}{[R-COOH]} = -1.35$$

$$\frac{[R-COO^-]}{[R-COOH]} = 10^{-1.35} = 4.5.10^{-2}$$

$$[R-COOH] = \frac{[R-COO^-]}{4.5.10^{-2}} = \frac{4.10^{-4}}{4.5.10^{-2}}$$

$$[R-COOH] = 8.9.10^{-3} \text{ mol/L}$$

3 - عندما يكون pH المزيج مساويا 4,75 يكون :

$$\log \frac{[R-COO^-]}{[R-COOH]} = 0$$

$$V_b = \frac{V_{b,eq}}{2} = 10 \text{ mL} \text{ و عليه : } pH = pK_a \text{ أي أن :}$$

$$V_{b,eq} = 2V_b = 20 \text{ mL} \text{ ومنه :}$$

أ- حساب تركيز المحلول الحمضي :

$$C_a V_a = C_b V_{b,eq} \Rightarrow C_a = \frac{C_b V_{b,eq}}{V_a} = \frac{0.01.20}{20}$$

$$C_a = 0.01 \text{ mol/L}$$

$$C_b V_b - x_f = 5.6.10^{-11} = 0 \text{ - حساب التقدم النهائي :}$$

$$C_b V_b = x_f = 3.2.10^{-4} \text{ mol} = x_{\max}$$

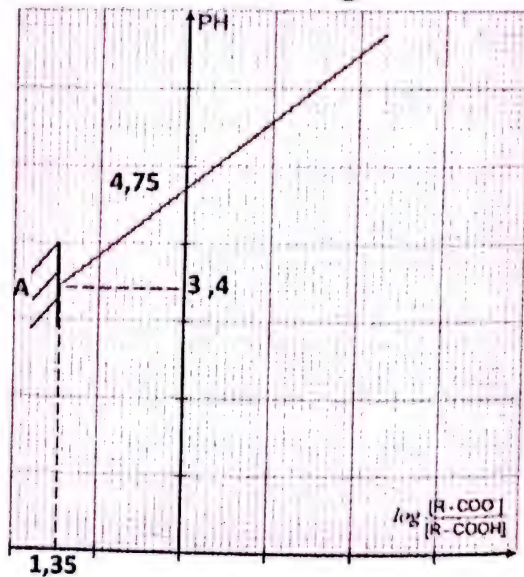
إذن التفاعل تام.

-الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو الفينول فتالين لأن مجال تغير لونه يشمل pH_E .

التمرين 13

1- نحل في الماء المقطر 0,6 g من حمض عضوي صيغته من الشكل $R-COOH$ ، ونحصل بذلك على محلول مائي حجمه 1L.

أكتب معادلة الانحلال في الماء موضحا الثنائية (أساس/حمض).
2- نأخذ 20 mL من المحلول الناتج ونعايره بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه المولي 0.01 mol/L وعند كل إضافة للمحلول الأساسي نأخذ قياسات معينة عند الدرجة $25^\circ C$ تسمح بتمثيل البيان المرسوم في الشكل التالي :



حيث $[R-COOH]$ هو التركيز المولي للحمض المتبقي.

- أحسب تراكيز الأفراد الكيميائية عند النقطة A.

3- عندما نضيف 10 mL من المحلول الأساسي يكون pH المزيج يساوي إلى 4,75.

أ- أحسب التركيز المولي للمحلول الحمضي.

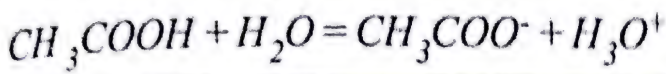
ب- أوجد الصيغة المجملة للحمض العضوي، ثم اكتب صيغته نصف المفصلة واذكر إسمه.

يعطى : $H = 1 \text{ g/mol}, C = 12 \text{ g/mol}, O = 16 \text{ g/mol}$

ملاحظة : كل المحاليل مأخوذة في درجة حرارة $25^\circ C$.

الحل:

1- كتابة معادلة انحلال الحمض في الماء :



2- جدول التقدم :

| المعادلة | $CH_3COOH + H_2O = CH_3COO^- + H_3O^+$ | | | |
|-------------------|--|----------|--------|--------|
| الحالة الابتدائية | n_0 | بالزيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $n_0 - x(t)$ | بالزيادة | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $n_0 - x_f$ | بالزيادة | x_f | x_f |

حساب τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot N}{C_0 \cdot N} = \frac{10^{-pH}}{C_0} = \frac{10^{-2,9}}{C_0} = 1,26 \cdot 10^{-2}$$

3- عبارة التركيز C :

$$C \cdot V = C_0 \cdot V_0$$

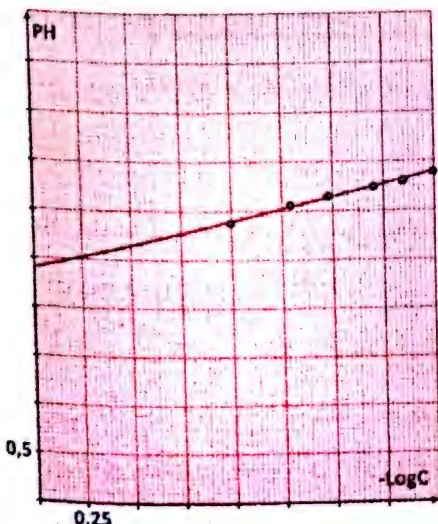
$$C \cdot (V_0 + V(H_2O)) = C_0 \cdot V_0$$

$$C = \frac{C_0 \cdot V_0}{V_0 + V(H_2O)}$$

4- إكمال الجدول :

| C | 0,100 | 0,050 | 0,033 | 0,20 | 0,014 | 0,010 |
|-----------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| $-\log C$ | 1,00 | 1,30 | 1,48 | 1,70 | 1,85 | 2,00 |

ب- تمثيل المنحنى :



المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته

من الشكل :

$$pH = a(-\log C) + b$$

حيث a معامل

التوجيه .

ب- إيجاد الصيغة الجزيئية للحمض :

$$C_a = \frac{m}{MV} \Rightarrow M = \frac{m}{C_a V} = \frac{0,6}{0,01,1} = 60 \text{ g/mol}$$

$$M = 14n + 32 \Rightarrow n = 2$$

إذن صيغة الحمض الجزيئية هي : $C_2H_4O_2$.

صيغته نصف المفصلة هي : $CH_3-\overset{\overset{O}{\parallel}}{C}-OH$ حمض الإيثانويك :

التمرين 14

نحضر محلولاً (S_0) من حمض الإيثانويك تركيزه المولي :

$$C_0 = 10^{-1} \text{ mol/L} \quad pH \text{ هذا المحلول فنجد } 2,9$$

1- أكتب معادلة انحلال الحمض في الماء .

2- أنشئ جدول تقدم التفاعل وأوجد نسبة التقدم النهائي

للتفاعل τ_f بدلالة pH و C_0 ، ثم أحسبها .

3- إنطلاقاً من المحلول السابق (S_0) نحضر محاليل (S_i)

ممددة وذلك بأخذ في كل مرة حجماً $V_0 = 10 \text{ mL}$ من (S_0)

ونضيف حجماً مناسباً من الماء المقطر .

أوجد عبارة التركيز C للمحاليل (S_i) بدلالة :

$$V(H_2O), V_0, C_0$$

4- بعد حدوث التوازن الكيميائي في المحاليل السابقة

نقوم بقياس pH كل محلول فنحصل على النتائج التالية :

| $V(H_2O) \text{ mL}$ | 0 | 10 | 20 | 40 | 60 | 90 |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| pH | 2,90 | 3,05 | 3,15 | 3,25 | 3,30 | 3,40 |
| $C(\text{mol/L})$ | | | | | | |
| $-\log C$ | | | | | | |

أ- أكمل الجدول السابق .

ب- مثل البيان $pH = f(-\log C)$. ماذا تستنتج ؟

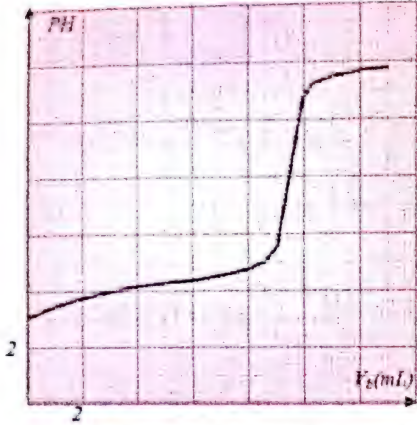
$$K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C_0}$$

ج- أثبت أن :

د- إستنتج قيمة pK_a الثنائية (أساس/ حمض) الداخلة في

التفاعل .

هيدروكسيد الصوديوم المضاف فنحصل على البيان المقابل :



1- حدد البروتوكول التجريبي مبرزا بدقة الوسائل و المواد المستعملة.

2- حدد نقطة التكافؤ واستنتج تركيز الحمض.

3- يبين أن حمض البنزويك حمض ضعيف.

4- استنتج بيانيا قيمة الـ pK_a للثنائية (أساس/حمض) الموافقة ثم أحسب الـ K_a .

5- أكتب المعادلة النمذجة لتفاعل المعايرة.

6- لتحضير محلول حمض البنزويك السابق قمنا بوضع كتلة m من الحمض النقي في وعاء سعته 100 mL به كمية قليلة من الماء المقطر ثم أكملنا الحجم إلى غاية خط العيار.

- أحسب الكتلة m .

يعطى : $M(O) = 16 \text{ g/mol}$, $M(C) = 12 \text{ g/mol}$,

$M(H) = 1 \text{ g/mol}$

الحل:

1- نضع في بيشر حجما قدره $V_a = 500 \text{ mL}$ من محلول حمض البنزويك، نغمر فيه مسبار جهاز الـ pH متر ثم نشغل المخلاط المغناطيسي.

- نملا السحاحة بمحلول الصود تركيزه :

$$C_b = 0,1 \text{ mol/L}$$

ثم نصب تدريجيا بواسطة السحاحة محلول الصود ونقيس pH المزيج بعد كل إضافة.

2- نقطة التكافؤ هي : $(V_{b,eq} = 9,5 \text{ mL}; pH_E = 8,2)$:
حساب تركيز الحمض: عند التكافؤ تكون :

$$C_a V_a = C_b V_{b,eq}$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0} \quad \text{ج- إثبات أن :}$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f [CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f}$$

$$[H_3O^+]_f = [CH_3COO^-]_f = \frac{x_f}{V}$$

$$[CH_3COOH]_f = C_0 - \frac{x_f}{V} = C_0 - [H_3O^+]_f$$

$$\frac{C_0}{[H_3O^+]_f} = \frac{10^{-1}}{10^{-2,9}} = 79,4 \quad \text{وبما أن :}$$

إذن تركيز $[H_3O^+]_f$ مهمل أمام C_0 .

$$K_a = \frac{[H_3O^+]_f^2}{C_0}$$

د- استنتاج قيمة pK_a :

$$K_a C = [H_3O^+]_f^2 \quad \text{من العلاقة السابقة :}$$

$$-\log K_a - \log C = -\log [H_3O^+]_f^2$$

$$-\log K_a - \log C = 2pH$$

$$pH = -\frac{1}{2} \log C + \frac{1}{2} pK_a$$

بالمطابقة مع العلاقة البيانية نجد :

$$b = \frac{1}{2} pK_a \Rightarrow pK_a = 2b$$

$$pK_a = 2.(4,8,0,5) = 4,8$$

التمرين 15

1- نضع في إناء حجما $V_a = 500 \text{ mL}$ من محلول حمض البنزويك C_6H_5COOH ونعايره بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه $C_b = 0,1 \text{ mol/L}$

نتابع تغيرات pH المزيج بدلالة حجم محلول

$$C_a = \frac{C_b V_{b,eq}}{V_a} = \frac{0,1,9,5}{500} = 0,0019 \text{ mol / L}$$

3- إثبات أن حمض البنزويك ضعيف :

عند الحجم $V_b = 0$ يكون $pH = 3$ و عليه :

$$[H_3O^+] = 10^{-3} \text{ mol / L}$$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+] \cdot N}{C_a \cdot N} = \frac{10^{-3}}{1,9 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \tau = 0,526 < 1$$

إذن حمض البنزويك ضعيف

4- استنتاج بيانيا قيمة الـ pK_a :

عند حجم نصف التكافؤ يكون : $pH = pK_a$

بعد الإسقاط على البيان نجد : $pK_a = 4,2$

استنتاج قيمة الـ K_a :

$$K_a = 10^{-pK_a} = 10^{-4,2} = 6,31 \cdot 10^{-5}$$

5- معادلة تفاعل المعايرة هي :



$$C_a = \frac{m}{M \cdot V} \Rightarrow m = M \cdot V \cdot C_a : m \text{ حساب الكتلة}$$

$$m = 122,1,9 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 = 0,023g$$

التمرين 16

الإيبوبروفين (*Ibuprofène*) حمض كربوكسيلي صيغته الإجمالية $C_{13}H_{18}O_2$ دواء يعتبر من المضادات للالتهابات إضافة إلى كونه مسكنا للآلام و مخفضا للحرارة .

تباع مستحضرات الإيبوبروفين في الصيدليات على شكل مسحوق في أكياس تحمل المقدار $200mg$ قابل للذوبان في الماء .

نرمز للإيبوبروفين بـ $RCOOH$ ولأساسه المرافق $RCOO^-$ تعطى الكتلة المولية للحمض $M(RCOOH) = 206g/mol$

تمت جميع العمليات عند درجة الحرارة $25^\circ C$.

الجزء I :

تحديد ثابت التوازن لتفاعل حمض الإيبوبروفين مع الماء .

نذيب محتوى كيس من الإيبوبروفين والذي يحتوي على $200mg$ من الحمض في كأس من الماء المقطر، فنحصل على محلول مائي (S_0) تركيزه C_0 وحجمه $V_0 = 100mL$

1- أحسب C_0 .

2- أعطى قياس pH المحلول (S_0) القيمة $3,17$.

أ- تحقق باستعمال جدول التقدم أن تفاعل الإيبوبروفين مع الماء تفاعل محدود .

ب- أكتب عبارة كسر التفاعل Q_r لهذا التحول .

ج- بين أن عبارة Q_r عند التوازن يكتب على الشكل التالي :

$$Q_{r,f} = \frac{x_{max} \cdot \tau_f^2}{V_0 \cdot (1 - \tau_f)}$$

حيث τ_f نسبة التقدم النهائي للتفاعل .

د- استنتج قيمة ثابت التوازن K للتفاعل المدروس .

الجزء II :

التحقق من صحة المقدار المسجل على كيس الإيبوبروفين .
للتحقق من صحة المقدار المسجل على الكيس، نأخذ حجما $V_b = 60,0mL$ من محلول مائي (S_b) لهيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + OH^-)_{aq}$ تركيزه $C_b = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol / L}$ و نذيب فيه كليا محتوى كيس الإيبوبروفين فنحصل على محلول مائي (S) .

1- أكتب معادلة تفاعل الحمض $RCOOH$ والمحلول (S_b) .

2- بين أن كمية المادة الابتدائية لشوارد الهيدروكسيد $n_i(OH^-)$ المتواجدة في المحلول (S_b) أكبر من كمية المادة الابتدائية للحمض $n_i(RCOOH)$.

3- لمعايرة شوارد الهيدروكسيد المتبقية في المحلول (S) نأخذ

حجما $V = 20,0mL$ من هذا المحلول ونضيف إليه محلولاً مائياً (S_a) لحمض كلور الماء $(H_3O^+ + Cl^-)_{aq}$ تركيزه :

$$C_a = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol / L}$$

نحصل على التكافؤ عند سكب الحجم $V_{a,eq} = 27,7 mL$ من

المحلول (S_a) .

$$\Rightarrow [RCOOH]_f = C_0 - \tau_f C_0 = C_0(1 - \tau_f)$$

$$Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0^2}{C_0(1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1 - \tau_f)} : Q_r \text{ نعوض في عبارة}$$

$$x_{max} = C_0 V_0 \Rightarrow C_0 = \frac{x_{max}}{V_0} : \text{علما أن}$$

$$Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1 - \tau_f)} \Rightarrow Q_{r,f} = \frac{x_{max} \cdot \tau_f^2}{V_0(1 - \tau_f)} : \text{و عليه}$$

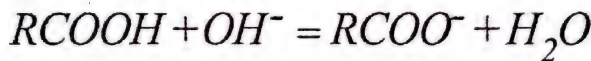
د- حساب K :

$$K = Q_{r,f} = \frac{\tau_f^2 C_0}{(1 - \tau_f)} = \frac{0,07^2 \times 9,71 \cdot 10^{-3}}{1 \times 0,07}$$

$$\Rightarrow K = 5,12 \times 10^{-5}$$

الجزء II

1- معادلة تفاعل الحمض مع محلول الصود:



2- حساب $n_i(OH^-)$:

$$n_i(OH^-) = C_b V_b = 3,0 \cdot 10^{-2} \cdot 0,06$$

$$\Rightarrow n_i(OH^-) = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

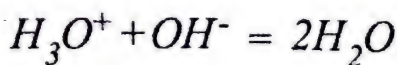
حساب $n_i(RCOOH)$:

$$n_i(RCOOH) = \frac{m}{M} = \frac{0,2}{206}$$

$$\Rightarrow n_i(RCOOH) = 9,71 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$n_i(OH^-) > n_i(RCOOH)$$

3- أ- كتابة معادلة تفاعل المعايرة :



ب- حساب كمية مادة شوارد OH^- المتفاعلة مع حمض

$$n = C_a V_{a,eq} = 1,0 \cdot 10^{-2} \cdot 0,0277 : \text{كلور الماء}$$

$$\Rightarrow n = 2,77 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

أ- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب- أوجد كمية مادة شوارد الهيدروكسيد التي تفاعلت مع الحمض $RCOOH$ المتواجدة في الكيس.

ج- احسب الكتلة m لحمض الإيوبروفين المتواجدة في الكيس. ماذا نستنتج؟

الحل:

الجزء 1: حساب C_0 :

1-

$$C_0 = \frac{m}{MV_0} = \frac{0,2}{206 \times 0,1} \Rightarrow C_0 = 9,71 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

2- أ- جدول التقدم :

| المعادلة | $RCOOH + H_2O = RCOO^- + H_3O^+$ | | | |
|-------------------|----------------------------------|----------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | $C_0 V_0$ | بالزيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $C_0 V_0 - x$ | بالزيادة | x | x |
| الحالة النهائية | $C_0 V_0 - x_f$ | بالزيادة | x_f | x_f |

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f V_0}{C_0 V_0} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} = \frac{10^{-3,17}}{9,71 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \tau_f = 0,07 < 1$$

إذن تفاعل الإيوبروفين مع الماء محدود.

$$Q_r = \frac{[H_3O^+][RCOO^-]}{[RCOOH]} : \text{ب- عبارة كسر التفاعل}$$

$$Q_{r,f} = \frac{[H_3O^+]_f [RCOO^-]_f}{[RCOOH]_f} : \text{ج- عبارة } Q_{r,f}$$

$$[H_3O^+]_f = [RCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_0} : \text{من جدول التقدم}$$

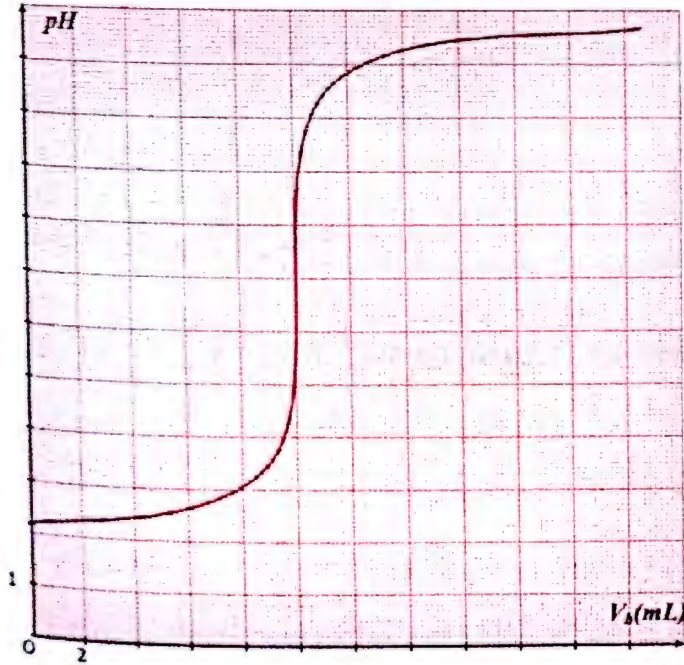
من جهة أخرى :

$$\tau_f = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0} \Rightarrow [H_3O^+]_f = \tau_f \cdot C_0$$

$$[RCOOH]_f = \frac{C_0 V_0 - x_f}{V_0} = C_0 - \frac{x_f}{V_0} = C_0 - [H_3O^+]_f$$

| الكاشف الملون | لون الحمض | منطقة الإنعطاف | لون الأساس | PK_a |
|--------------------|--------------|----------------|-------------|--------|
| الهيلينتين | أصفر برتقالي | 4,4 - 3,1 | أحمر | 3,7 |
| أخضر البروموكريزول | أصفر | 5,4 - 3,8 | أزرق | 4,7 |
| أزرق البروموتيمول | أصفر | 7,6 - 6,0 | أزرق | 7,0 |
| الفينول فتالين | عديم اللون | 10 - 8,2 | وردي بنفسجي | 9,4 |

II- نعتبر محلولاً تجارياً (S) لحمض كلور الماء تركيزه C ، كثافته $d=1,16$ ، درجة نقاوته P . نخفف المحلول التجاري 1000 مرة فنحصل على محلول (S_1) تركيزه C_1 .
1- نأخذ حجماً $V_1 = 10 \text{ mL}$ من المحلول (S_1) ونضيف له بواسطة سحاحة محلولاً لهيدروكسيد الصوديوم تركيزه $(Na^+ + OH^-)_{aq} = 10^{-2} \text{ mol/L}$ ، نسجل قيمة pH المزيج عند كل إضافة للحجم V_b ، ثم نمثل المنحنى البياني $pH = f(V_b)$ الموضح في الشكل أدناه:



- أ- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.
ب- حدّد بيانياً إحداثيات نقطة التكافؤ E .
ج- هل الكاشف الملون الذي تعرفنا عليه في السؤال (I-5) مناسب لهذه المعايرة؟ إذا كان الجواب بالنفي، حدّد من بين الكواشف الملونة الواردة في الجدول أعلاه الكاشف الملون المناسب مع تبرير إجابتك.

حساب كمية مادة شوارد OH^- المتبقية في المحلول (S):

$$n(OH^-) = 3n = 3.2,77.10^{-4}$$

$$\Rightarrow n(OH^-) = 8,31.10^{-4} \text{ mol}$$

وعليه كمية مادة شوارد الهيدروكسيد المتفاعلة مع الحمض

$$n'(OH^-) = n_i(OH^-) - n(OH^-) \text{ هي: } RCOOH$$

$$n'(OH^-) = 1,8.10^{-3} - 8,31.10^{-4}$$

$$n'(OH^-) = 9,69.10^{-4} \text{ mol}$$

$$n'(OH^-) = n(RCOOH): m \text{ حساب الكتلة}$$

$$n(RCOOH) = \frac{m}{M} \Rightarrow m = M.n(RCOOH)$$

$$m = 206 \times 9,69 \times 10^{-4} \Rightarrow m = 0,2 \text{ g} = 200 \text{ mg}$$

إذن المقدار المسجل على الكيس صحيح.

التمرين 17

I- تحتوي قارورة على محلول لكاشف ملون مجهول تركيزه:

$$C_0 = 2,9 \times 10^{-4} \text{ mol/L} \text{ وحجمه } V = 100 \text{ mL}$$

نقيس الـ pH محلول فنجد $pH = 4,18$.

1- أحسب تركيز شوارد الهيدرونيوم H_3O^+ في محلول الكاشف الملون.

2- نرسم للشثائية (حمض-أساس) لهذا الكاشف بالرمز

$$(HIn / In^-)$$

تم تحضير محلول الكاشف بإذابة HIn في الماء.

- أكتب معادلة تفاعل الكاشف HIn مع الماء.

3- حدّد نسبة التقدم النهائي τ_r للتفاعل الحادث.

- هل هذا التفاعل تام؟ علّل جوابك.

4- أكتب عبارة ثابت الحموضة K_i للشثائية (HIn / In^-)

بدلالة C_0 ، τ_r ، ثم بيّن أنه يساوي $K_i = 1,99.10^{-5}$.

5- إعتماداً على الجدول التالي، تعرّف على هذا الكاشف

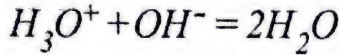
الملون.

5- التعرف على الكاشف المناسب :

$$pK_i = -\log K_i = -\log 1,99 \times 10^{-5} = 4,7$$

إذن الكاشف الملون هو أخضر البروموكريزول .

II-1-أ- كتابة معادلة تفاعل المعايرة :



ب- إحداثيات نقطة التكافؤ هي :

$$PH_E = 6,9 ; V_{b,E} = 10 \text{ mL}$$

ج- الكاشف أخضر البروموكريزول غير مناسب لهذه المعايرة .
وعليه الكاشف المناسب لهذه المعايرة هو أزرق البروموتيمول
لأن مجال تغير لونه يشمل نقطة التكافؤ .

2- حساب C_1 :

$$C_1 V_1 = C_b V_{b,E} \text{ عند التكافؤ :}$$

$$C_1 = \frac{C_b V_{b,E}}{V_1} = \frac{10^{-2} \cdot 10}{10} \Rightarrow C_1 = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

- حساب C للمحلول التجاري :

$$\delta = \frac{C}{C_1} \Rightarrow C = \delta C_1 = 1000 \cdot 10^{-2} \Rightarrow C = 10 \text{ mol/L}$$

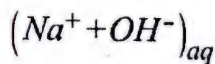
3- حساب P :

$$C = \frac{10Pd}{M} \Rightarrow p = \frac{CM}{10d} = \frac{10 \cdot 36,5}{10 \cdot 1,16} \Rightarrow p = 31,47\%$$

التمرين 18

محلول مائي لحمض النمل $HCOOH$ حجمه V_a وتركيزه
المولي C_a قيمة الـ pH له عند الدرجة $25^\circ C$ هي 2,9 .
نعايره (معايرة pH مترية) بواسطة محلول هيدروكسيد

الصوديوم



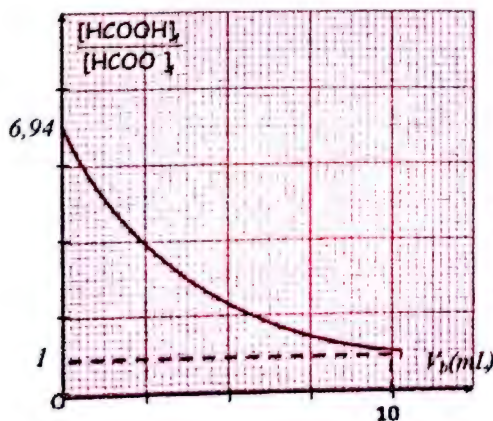
تركيزه المولي

$$C_b = 10^{-2} \text{ mol/L}$$

بالاعتماد على نتائج

المعايرة نمثل

البيان المقابل :



2- أحسب التركيز C_1 للمحلول (S_1) واستنتج التركيز C
للمحلول التجاري لحمض كلور الماء .

3- أحسب درجة النقاوة P لحمض كلور الماء في المحلول التجاري .
يعطى : $M(Cl) = 35,5 \text{ g/mol}$, $M(H) = 1 \text{ g/mol}$

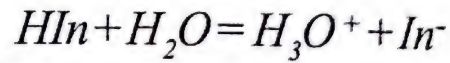
الحل :

1-1- حساب $[H_3O^+]$:

$$[H_3O^+] = 10^{-PH} = 10^{-4,18}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+] = 6,61 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

2- معادلة تفاعل HIn مع الماء :



3- حساب نسبة التقدم النهائي τ_f :

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]_f \cdot N}{C_0 \cdot N} = \frac{[H_3O^+]_f}{C_0}$$

$$= \frac{6,61 \times 10^{-5}}{2,9 \times 10^{-4}} = 0,23$$

$\tau_f < 1$ إذن هذا التفاعل ليس تاما .

4- عبارة K_i : نستعين بجدول التقدم :

| المعادلة | $HIn + H_2O = H_3O^+ + In^-$ | | | |
|-------------------|------------------------------|----------|--------|--------|
| الحالة الابتدائية | $C_0 V$ | بالزيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $C_0 V - x(t)$ | بالزيادة | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $C_0 V - x_f$ | بالزيادة | x_f | x_f |

$$[H_3O^+]_f = [In^-]_f = \frac{x_f}{V} = \tau_f \cdot C_0$$

$$[HIn]_f = \frac{C_0 V - x_f}{V}$$

$$[HIn]_f = C_0 - \frac{x_f}{V} = C_0 - \tau_f C_0 = C_0 (1 - \tau_f)$$

$$K_i = \frac{[H_3O^+]_f [In^-]_f}{[HIn]_f} = \frac{\tau_f^2 C_0^2}{C_0 (1 - \tau_f)} = \frac{\tau_f^2 C_0}{1 - \tau_f}$$

$$K_i = \frac{0,23 \cdot 2,9 \cdot 10^{-4}}{1 - 0,23} = 1,99 \cdot 10^{-5}$$

ج- حساب C_a : $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = \frac{C_a}{10^{-pH}} - 1$

$C_a = 10^{-pH} \left(\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} + 1 \right)$

$C_a = 10^{-2.9} (6.94 + 1) = 10^{-2} \text{ mol/L}$

حساب K_a : $K_a = \frac{[H_3O^+]_f [HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$

$K_a = \frac{10^{-pH}}{\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}} = \frac{10^{-2.9}}{6.94} = 1.81 \times 10^{-4}$

حساب pK_a :

$pK_a = -\log K_a = -\log 1.81 \times 10^{-4} = 3.74$

2-أ- معادلة تفاعل المعايرة :



ب- إيجاد $V_{b,E}$: $pH = pK_a + \log \frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$

عند حجم نصف التكافؤ يكون :

$\frac{[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f} = 1$

أي : $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = 1$

وعليه : $\frac{V_{b,E}}{2} = 10 \text{ mL}$ ومنه $V_{b,E} = 20 \text{ mL}$

ج- حساب V_a :

عند التكافؤ تكون :

$C_a V_a = C_b V_{b,E}$

$\Rightarrow V_a = \frac{C_b V_{b,E}}{C_a} = \frac{10^{-2} \times 20}{10^{-2}} = 20 \text{ mL}$

1-أ- أكتب معادلة انحلال حمض النمل في الماء ثم أنجز جدولاً لتقدم التفاعل.

ب- أوجد العلاقة بين النسبة $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}$ والتركيز المولي

C_a وقيمة الـ pH .

ج- بالإعتقاد على البيان حدد قيمة التركيز المولي C_a لمحلول حمض النمل.

د- أحسب قيمة ثابت الحموضة K_a للشائبة $(HCOO^-)$ ثم استنتج قيمة الـ pK_a لها.

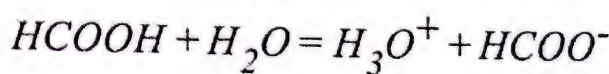
2-أ- أكتب معادلة تفاعل المعايرة.

ب- استنتج قيمة الحجم $V_{b,E}$ اللازم لبلوغ التكافؤ

ج- أحسب قيمة الحجم V_a لمحلول حمض النمل.

الحل:

1-أ- معادلة انحلال حمض النمل في الماء :



- جدول التقدم :

| المعادلة | $HCOOH + H_2O = H_3O^+ + HCOO^-$ | | | |
|-------------------|----------------------------------|----------|--------|--------|
| الحالة الابتدائية | $C_a V_a$ | بالزيادة | 0 | 0 |
| الحالة الانتقالية | $C_a V_a - x(t)$ | بالزيادة | $x(t)$ | $x(t)$ |
| الحالة النهائية | $C_a V_a - x_f$ | بالزيادة | x_f | x_f |

ب- إيجاد علاقة $\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f}$ بدلالة C_a و pH :

$[HCOO^-] = [H_3O^+] = \frac{x_f}{V}$

$[HCOOH]_f = \frac{C_a V_a - x_f}{V_a} = C_a - \frac{x_f}{V_a}$
 $= C_a - [H_3O^+]_f$

$\frac{[HCOOH]_f}{[HCOO^-]_f} = \frac{C_a - [H_3O^+]_f}{[H_3O^+]_f} = \frac{C_a}{[H_3O^+]_f} - 1$
 $= \frac{C_a}{10^{-pH}} - 1$

التمرين 19

ماء جافيل محلول مائي قاعدي يحتوي على شوارد ClO^- و Na^+ و شوارد Cl^- ، يتميز بخصائص مطهرة للجلد، فهو فعال ضد العدوى البكتيرية و الفيروسية. تعطي شوارد الهيوكلوريت ClO^- لماء جافيل الصفة المؤكسدة كما أنها تتميز بالصفة الأساسية.

يجر ماء جافيل غاز ثنائي الكلور وفق معادلة التفاعل التالية:
 $ClO^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)} = 3H_2O_{(l)} + Cl_{2(g)}$
 كتب على محلول (S_1) ماء جافيل الدرجة الكلورومتريّة $11,2^\circ$ حيث الدرجة الكلورومتريّة هي حجم غاز ثنائي الكلور مقدر بوحدة الـ L الذي يجره لتر واحد من ماء جافيل في الشروط التي من أجلها الحجم المولي هو $22,4 L / mol$.
 1- ماهي قيمة التركيز المولي C_1 بشوارد ClO^- في المحلول (S_1)؟

2- لتحضير $1L$ من محلول جديد لماء جافيل و ليكن (S_2) تركيزه المولي :

$C_2 = 6,67 \cdot 10^{-2} mol / L$ نأخذ حجما من المحلول (S_1) ونمدده بالماء.

أحسب حجم الماء اللازم لذلك.

3- إن صيغة الحمض الذي أساسه المرافق ClO^- هي $HClO$.

أ- أكتب معادلة انحلال الحمض $HClO$ في الماء.

ب- أكتب عبارة ثابت الحموضة للثنائية ($HClO / ClO^-$).

ج- إذا كانت قيمة pH المحلول (S_2) تساوي $10,8$

وثابت حموضة الثنائية ($HClO / ClO^-$) هو $3,2 \cdot 10^{-8}$

أوجد قيمة النسبة $\frac{[ClO^-]}{[HClO]}$

الحل:

1- قيمة التركيز المولي C_1 :

$$C_1 = \frac{Vg}{V_M \times V} = \frac{11,2}{22,4 \times 1} = 0,5 mol / L$$

2- حساب حجم V_1 الواجب أخذه من (S_1):

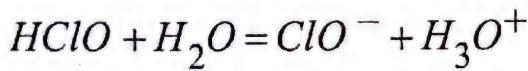
$$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1}$$

$$V_1 = \frac{6,67 \times 10^{-2} \times 1}{0,5} = 0,1334 L = 133,4 mL$$

حساب حجم الماء الواجب أخذه :

$$V_{eau} = V_2 - V_1 = 1000 - 133,4 = 866,6 mL$$

3- أ- معادلة انحلال الحمض في الماء :



$$K_a = \frac{[ClO^-]_f [H_3O^+]_f}{[HClO]_f} \quad \text{ب- عبارة ثابت الحموضة :}$$

$$\text{ج- حساب النسبة } \frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f}$$

$$\begin{aligned} \frac{[ClO^-]_f}{[HClO]_f} &= \frac{K_a}{[H_3O^+]_f} = \frac{K_a}{10^{-pH}} \\ &= \frac{3,2 \times 10^{-8}}{10^{-10,8}} = 2019,1 \end{aligned}$$

تطور جملة ميكانيكية

الوحدة
5



عندما يقترب Δt من الصفر يصبح التسارع المتوسط عبارة عن تسارع لحظي حيث $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ حامله وجهته هما نفسا حامل وجهته $\Delta \vec{v}$ ، وحدته (m/s^2) .

ملاحظة: $\vec{a} \cdot \vec{v} < 0$ تكون الحركة متباطئة

$\vec{a} \cdot \vec{v} = 0$ تكون الحركة منتظمة

$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$ تكون الحركة متسارعة

- شعاع التسارع الناظمي \vec{a}_n والمماسي \vec{a}_t

كل نقطة مادية تتحرك بحركة دائرية فإن شعاع تسارعها \vec{a} له مركبتان أحدهما مماسية للمسار الدائري تدعى التسارع

المماسي $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt}$ والأخرى ناظمية تتجه نحو مركز المسار الدائري $\vec{a}_n = \frac{v^2}{r} \vec{n}$

ملاحظة: في الحركة الدائرية المنتظمة يكون:

$$a_n = cte \text{ و } a_t = 0 (v = cte)$$

3- قوانين نيوتن:

- القانون الأول لنيوتن: إذا كان $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ فإن \vec{v}

يكون معدوما أو ثابتا والعكس صحيح.

- القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ حيث m كتلة الجملة المادية.

- القانون الثالث لنيوتن: مبدأ الفعلين المتبادلين

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

ملاحظة: القوتان $\vec{F}_{A/B}$ و $\vec{F}_{B/A}$ لهما نفس الحامل ومن نفس الطبيعة ومتساويتان مهما كانت الحالة الحركية للجملة.

شرح حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

أ- قانون الجذب العام: يتجاذب جسمان A و B البعد بينهما

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{d^2}$$

ب- دور الحركة الدائرية المنتظمة: هو المدة اللازمة لانجاز دورة كاملة.

$$T = \frac{2\pi r}{v} \text{ حيث } r \text{ نصف قطر المسار الدائري}$$

1- تذكير:

- الجملة الميكانيكية: عبارة عن جسم أو جزء من جسم أو مجموعة أجسام محددة حيث كل جسم منها يعتبر منتما إلى الوسط الداخلي وكل جسم خارج عنها يعتبر منتما للوسط الخارجي فإذا كانت أبعاد هذا الجسم مهمة أمام مرجع الدراسة ندعوه نقطة مادية.

- القوى الداخلية والخارجية: القوة الخارجية هي قوة يؤثر بها الوسط الخارجي على الجملة الميكانيكية المعينة والقوة الداخلية هي كل قوة يؤثر بها جزء من الجملة الميكانيكية على الجزء الآخر من نفس الجملة.

- مبدأ العطالة: عندما تكون جملة ميكانيكية معزولة (لا تخضع لأية تأثيرات خارجية) فإن مركز عطالة هذه الجملة يكون في حالة سكون أو في حالة حركة مستقيمة منتظمة المرجع الغاليلي: نقول عن مرجع انه غاليلي إذا تحقق فيه مبدأ العطالة.

2- مفاهيم حركية:

- شعاع الموضع \vec{OM} : هو الشعاع الذي يشير إلى مواضع التحرك حيث يربط بين مبدأ معلم الدراسة والموضع M عند اللحظة t.

- شعاع الانتقال $\vec{M_1M_2}$: هو الشعاع الذي يربط بين موضعين في لحظتين مختلفتين

- شعاع السرعة المتوسطة \vec{v}_{moy} واللحظية \vec{v} : هو النسبة بين

$$\vec{v}_{moy} = \frac{\vec{M_1M_2}}{\Delta t}$$

شعاع الانتقال والمجال الزمني الموافق له

عندما يقترب Δt من الصفر تصبح السرعة المتوسطة عبارة

عن سرعة لحظية \vec{v} حيث: $\vec{v} = \frac{d}{dt}(\vec{M_1M_2})$

حاملها مماس للمسار وجهتها هي جهة الحركة، وحدتها (m/s)

- شعاع التسارع المتوسط \vec{a}_{moy} واللحظي \vec{a} :

شعاع التسارع المتوسط \vec{a}_{moy} هو النسبة بين شعاع التغير في السرعة اللحظية والمجال الزمني الموافق له

$$\vec{a}_{moy} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

4 - قوانين كيبلر:

القانون الأول (قانون المسارات)

إن الكواكب تتحرك وفق مدارات اهليلجية تمثل الشمس إحدى محرقها.

القانون الثاني (قانون المساحات)

المساحات التي يمسحها المستقيم الرابط بين مركز الكوكب ومركز الشمس تكون متساوية في مجالات زمنية متساوية، أي أن سرعة الكوكب تزداد عندما يقترب من الشمس وتنقص عندما يبتعد عنها.

القانون الثالث (قانون الأدوار).

تكون النسبة بين مربع دور الكوكب T ومكعب نصف

المحور الكبير a للمسار دائيا ثابتة $\frac{T^2}{a^3} = k$

ملاحظة: من أجل مسار دائري لكوكب، يكتب القانون

الثالث لكيبلر على الشكل: $\frac{T^2}{r^3} = k$

واعتمادا على ما سبق: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$ إذن: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$

وعليه $k = \frac{4\pi^2}{GM_T} = cte$

5- دراسة حركة السقوط الشاقولي لجسم صلب في مائع:

أ- القوى المطبقة على الجسم في حالة السقوط:

كل جسم كتلته m يتحرك في مائع يخضع لـ 3 قوى هي:

- قوة الثقل \vec{P} : قيمتها $P = mg$ حيث g تسارع الجاذبية الأرضية يقدر بـ m/s^2 وتكون شاقولية متجهة نحو الأسفل

- دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ قيمتها $\pi = \rho_f \cdot V \cdot g$ حيث: ρ_f

الكتلة الحجمية للمائع، V حجم المائع المزاح (وهو مساو

لحجم الجسم المغمور كليا) وتكون شاقولية متجهة نحو الأعلى.

- قوة احتكاك المائع \vec{f} : قيمتها $f = kv$ وتكون $f = kv$

في حالة السرعة صغيرة، $f = kv^2$ في حالة السرعة كبيرة،

حيث k ثابت يتعلق بطبيعة المائع وأبعاد الجسم.

وتكون شاقولية في الجهة المعاكسة لجهة الحركة.

علاقة الدور بالتسارع الناظمي: $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2}$$

وبما أن: $a_n = \frac{v^2}{r}$ فإن: $T^2 = \frac{4\pi^2 r}{a_n}$

ج- حركة كوكب أو قمر اصطناعي:

في دراستنا نعتبر حركة قمر اصطناعي (نقطة مادية) كتلته m

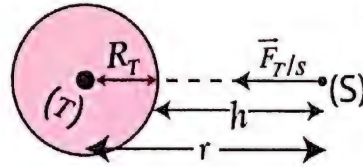
يدور حول الأرض كتلتها M_T نصف قطرها R_T .

- مرجع الدراسة هو الجيو مركزي الذي نعتبره غاليليا.

- نعتبر حركة القمر حول الأرض دائرية منتظمة.

- يخضع القمر الاصطناعي إلى قوة وحيدة $\vec{F}_{T/S}$ عبارتها

$$\vec{F}_T / s = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} \vec{n}$$



حيث $r = R_T + h$ نصف قطر المسار الدائري

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad / \quad \vec{F}_{T/S} = m\vec{a}$$

بما أن حركة القمر الإصطناعي دائرية منتظمة فإن $a_t = 0$

$$\text{إذن: } G \frac{mM_T}{r^2} \vec{n} = ma_n \vec{n}$$

من جهة أخرى $a_n = \frac{v^2}{r}$

$$\text{وعليه } \frac{GM_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad \text{ومنه: } v^2 = \frac{GM_T}{r}$$

$$\text{إذن: } v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_T}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$$

$$\text{إذن: } T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

ملاحظة: في حالة دوران كوكب حول الشمس كتلتها M_s

تصبح عبارة الدور من الشكل: $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_s}}$ حيث r

البعد بين مركزي الشمس والكوكب.

ج- حل المعادلة التفاضلية:

نكامل المعادلة التفاضلية السابقة فنحصل على المعادلة

$$v_z = gt + v_{0z}$$

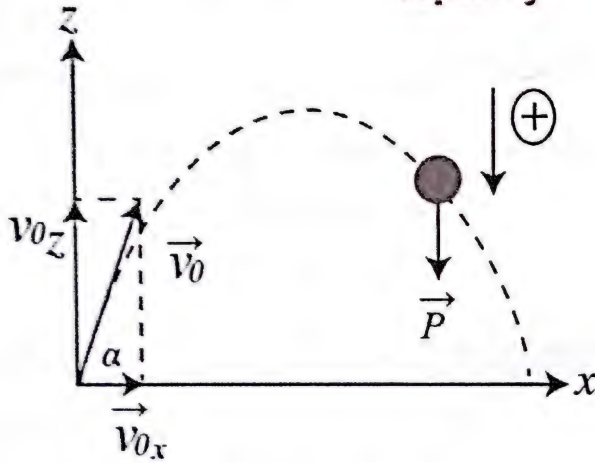
نكامل المعادلة الزمنية للسرعة فنحصل على المعادلة الزمنية

$$z = \frac{1}{2}gt^2 + v_{0z}t + z_0$$

ملاحظة:

$$\text{في حالة: } v_{0z} = 0 \text{ و } z_0 = 0 \text{ فإن } z = \frac{1}{2}gt^2 \text{ و } v_z = gt$$

7- حركة القذيفة:



- معلم الدراسة هو المعلم السطحي الأرضي، نعتبره غاليليا

- القوى المطبقة

- قوة الثقل \vec{p}

- الشروط الابتدائية: ($t = 0$)

اعتمادا على الشكل:

$$\overline{OM_0} \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases}, \quad \vec{v}_0: \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_{0z} = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة

$$\vec{p} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين ox و oz نجد: $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_{0z} = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

ب- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الساقط المنسوبة

حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه

$$p - \pi - f = ma$$

$$mg - \rho_f Vg - kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_f Vg}{m} - \frac{k}{m}v$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$$

تكون عبارة سرعتها الحدية من اجل $\frac{dv}{dt} = 0$ من الشكل:

$$v_L = \frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$$

أما عندما تكون قوة الاحتكاك من الشكل $f = kv^2$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v^2 = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)$$

$$V_L = \sqrt{\frac{mg}{k} \left(1 - \frac{\rho_f V}{m}\right)}$$

6- حركة السقوط الحر:

أ- تعريف: نقول عن جسم يسقط سقوطا حرا إذا كان

خاضعا لقوة ثقله \vec{p} فقط.

ب- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم الساقط المنسوبة

حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه (oz)

$$p = ma_z \quad g = a_z \quad \leftarrow \quad mg = ma_z$$

$$\frac{dv_z}{dt} = g$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية:

$$\overline{OM} \begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t + x_0 = v_0 \cos \alpha t \quad (1) \\ z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t + z_0 = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t \quad (2) \end{cases}$$

معادلة المسار: من المعادلة (1): $x = v_0 \cos \alpha t$

$$t = \frac{x_0}{v_0 \cos \alpha}$$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + v_0 \sin \alpha \frac{x}{v_0 \sin \alpha}$$

$$z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x$$

الذروة: هي أعظم ارتفاع يبلغه الجسم المقذوف وتكون

$$\text{عندها } v_z = 0 \quad \text{إذن: } -gt + v_0 \sin \alpha = 0$$

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتين (1) و (2) فنتحصل على إحداثيتي الذروة.

المدى: هو أقصى مسافة أفقية تقطعها القذيفة عن موضع

القذف وتكون عندها $z = 0$

$$-\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin \alpha t = 0$$

$$t \left(-\frac{1}{2} g t + v_0 \sin \alpha \right) = 0$$

(لحظة القذف) $t = 0$

$$\text{أو } -\frac{1}{2} g t + v_0 \sin \alpha = 0$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

نعوض الزمن في المعادلة (1) نجد:

$$x = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \cdot 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

8- حدود ميكانيك نيوتن:

إن توازن قمر اصطناعي أثناء دورانه حول الأرض على بعد

معين r من مركزها يعطي له سرعة معينة تعطى بالعلاقة:

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

وتكون الطاقة الحركية له $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ وهذه العلاقة تبين

أنه لا حدود للطاقة الحركية المكتسبة فهي متغيرة بتغير الارتفاع ويمكن وضع القمر على أي ارتفاع نريده، ويحدث

هذا بالنسبة لأية جملة (كوكب - قمر).

يمكن للإلكترون أن يدور حول النواة في مسارات مختلفة وعلى أبعاد مختلفة مما يجعل لذرات الهيدروجين حجوما مختلفة لكن الدراسات أثبتت أن ذرات وشوارد العنصر الواحد متماثلة الحجم تماما حيث أطيايف الإصدار أو الامتصاص تكون ذات أطوال موجات محددة تماما مما يبين أن الطاقة كمومية ولا يمكن أن تكون مستمرة، ويبقى ميكانيك نيوتن صالحا للتطبيق على الجسام التي تكون سرعتها أقل بكثير من سرعة الضوء.

إن الضوء عبارة عن موجات كهرومغناطيسية تحمل طاقة على شكل كمات، هذه الكمات من الطاقة محمولة من طرف جسيمات دقيقة لاسحنة ولا كتلة لها تنتقل في الفراغ بسرعة الضوء تدعى الفوتونات، تعطى طاقة الفوتون الواحد

$$\text{بالعلاقة: } E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

حيث: h : ثابت بلانك قيمته $6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

" تواتر الإشعاع وحدته H_z

" سرعة الضوء في الفراغ

" طول الموجة وحدتها m

تدور الإلكترونات في الذرة على مدارات معينة تدعى المدارات المستقرة أو مستويات الطاقة حيث يتميز كل منها

بطاقة معينة تعطى بالعلاقة: $E_n = -\frac{E_0}{n}$ حيث:

E_0 الطاقة في الحالة الأساسية

E_n الطاقة في الحالة المثارة

" رقم المدار الذي يشغله الإلكترون

عندما ينتقل الإلكترون من مستوى طاقة E_n إلى مستوى

طاقة E_m فإنه يشع أو يمتص طاقة تعطى بالعلاقة $\Delta E = h\nu$

لما $\Delta E > 0$ فإن الإلكترون يمتص طاقة

لما $\Delta E < 0$ فإن الإلكترون يصدر طاقة

قسم التمارين

التمرين 01

أ- قمر إصطناعي يدور حول الأرض نصف قطرها R_T في مدار دائري على إرتفاع h عن سطح الأرض.

1- مثل شكلا لمساره حول الأرض موضحا القوة المطبقة على القمر الإصطناعي.

2- أثبت أن سرعة القمر الإصطناعي تعطى بالعلاقة:

$$v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

حيث g_0 تسارع الجاذبية على سطح الأرض.

- أحسب قيمتها علما أن:

$$h=500\text{Km}, g_0=9,81\text{m/s}^2, R_T=6370\text{Km}$$

3- تأكد أن القانون الثالث لكبلر محقق، ثم أحسب قيمة

ثابت التناسب k .

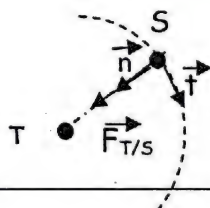
- إستنتج قيمة الدور T .

ب- 1- ما هي شروط أن يكون قمر إصطناعي مستقرا أرضيا؟

2- كم يجب أن يكون إرتفاعه عن سطح الأرض؟

الحل:

أ- 1- الشكل التخطيطي:



2- إيجاد عبارة v :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي المنسوبة حركته إلى معلم مركزي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$F_{T/S} \vec{n} = m(a_n \vec{n} + a_t \vec{t})$$

$$F_{T/S} = ma_n$$

$$G \frac{m \cdot M_T}{(R_T + h)^2} = m \frac{v^2}{R_T + h} \quad / \quad v^2 = \frac{G \cdot M_T}{R_T + h}$$

من جهة أخرى:

$$F_{T/S} = G \frac{m \cdot M_T}{R_T^2} = mg_0 \rightarrow g_0 = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}$$

إذن: $GM_T = g_0 \cdot R_T^2$ نعوض في علاقة السرعة نجد:

$$v^2 = \frac{g_0 R_T^2}{R_T + h} \rightarrow v = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R_T + h}}$$

- حساب السرعة:

$$v = 6370 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{9,81}{6870 \cdot 10^3}} = 7611,94 \text{ m/s}$$

3- التأكد من القانون الثالث لكبلر:

$$v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T^2} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{T^2}$$

$$v^2 = \frac{g_0 R_T^2}{R_T + h} = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{T^2} \rightarrow \frac{T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2}$$

- حساب قيمة ثابت التناسب:

$$k = \frac{4\pi^2}{g_0 R_T^2} = \frac{4,3,14^2}{9,81(6370 \cdot 10^3)^2} = 9,92 \cdot 10^{-14} \text{ SI}$$

- حساب قيمة الدور:

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = k \rightarrow T = \sqrt{k(R_T + h)^3}$$

$$T = \sqrt{9,92 \cdot 10^{-14} \cdot (6870 \cdot 10^3)^3} = 5671,41 \text{ s}$$

ب- 1- شروط أن يكون قمر إصطناعي مستقر أرضيا هي:

- يدور فوق خط الاستواء.

- يدور في نفس إتجاه دوران الأرض حول نفسها.

- دوره يساوي تقريبا دور الأرض اليومي ($T=24\text{h}$).

2- حساب إرتفاع القمر الجيو مستقر عن الأرض:

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = k \rightarrow (R_T + h) = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{T^2}{k}} - R_T = \sqrt[3]{\frac{(24 \cdot 3600)^2}{9,92 \cdot 10^{-14}}} - 6370 \cdot 10^3$$

$$= 3,58 \cdot 10^7 \text{ m}$$

الحل:

1-أ- تحديد طبيعة الحركة في كل مرحلة:

- المرحلة الأولى: $0 \leq t \leq 0,5s$

$v = 4,8 \text{ m/s} = \text{Cte}$ إذن الحركة مستقيمة منتظمة.

- المرحلة الثانية: $0,5s \leq t \leq 1,25s$

المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من

الشكل $v = At + B$ حيث A معامل التوجيه.

حساب معامل التوجيه:

$$a_1 = A_1 = -\frac{4,8}{0,75} = -6,4 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 < 0 \\ v > 0 \end{array} \right\} a_1 \cdot v < 0 \quad \text{إذن الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام}$$

- المرحلة الثالثة: $1,25s \leq t \leq 2,25s$

$$a_2 = A_2 = -\frac{1,5 \cdot 2,4}{0,25 \cdot 4} = -3,6 \text{ m/s}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} a_2 < 0 \\ v < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a_2 \cdot v > 0 \quad \text{إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام}$$

ب- حساب المسافة المقطوعة في المراحل الثلاثة:

$$d_1 = 4,8 \cdot 0,5 = 2,4 \text{ m} \quad (\text{نستعمل طريقه المساحات})$$

$$d_2 = \frac{4,8 \cdot 0,75}{2} = 1,8 \text{ m}$$

$$d_3 = \frac{1,5 \cdot 2,4 \cdot 1}{2} = 1,8 \text{ m}$$

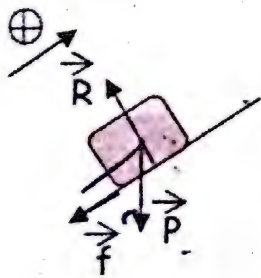
$$d = 2,4 + 1,8 + 1,8 = 6 \text{ m} \quad \text{وبالتالي:}$$

2-أ- إيجاد زاوية الميل α :

بتطبيق القانون الثاني على الجسم (S) النسوبة حركته إلى

معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

- المرحلة الثانية:



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_1$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m \vec{a}_1$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$-f - mg \sin \alpha = m a_1 \quad \text{-----(1)}$$

التمرين 02

يتحرك جسم (S) كتلته $m = 200 \text{ g}$ على المسار (ABC)

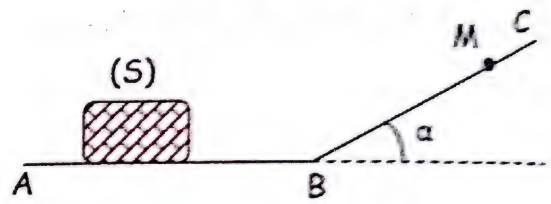
ويخضع أثناء حركته على طول هذا المسار إلى قوة احتكاك \vec{f}

حاملها يوازي محور الحركة وجهتها معاكسة لجهة الحركة

وشدتها ثابتة.

يتكون المسار (ABC) من جزئين: الجزء (AB) مستقيم

تقي، والجزء (BC) مائل عن الأفق بزاوية α .



يتحرك الجسم (S) على الجزء (AB) بسرعة ثابتة تحت تأثير

قوة جاذبية \vec{F} شدتها ثابتة.

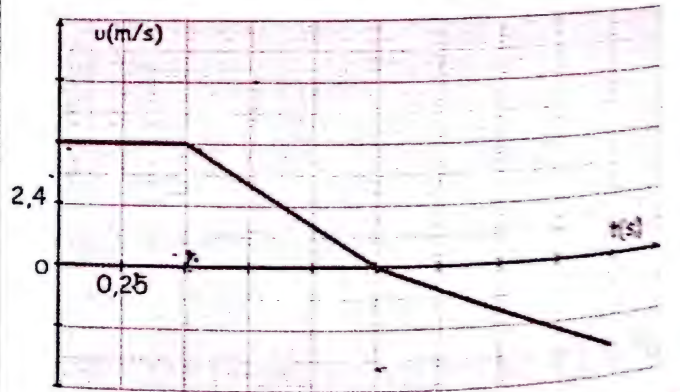
بعدم تأثير \vec{F} عندما يصل الجسم (S) إلى النقطة (B)

ويصعد بعد ذلك وفق المستوي المائل (BC) ويغير جهة

حركته عندما يصل إلى النقطة (M).

يعطى المخطط التالي تغيرات سرعة الجسم (S) بدلالة الزمن

خلال الأطوار الثلاثة للحركة.



1- استج اعتمادا على البيان: أ- طبيعة الحركة في كل مرحلة.

ب- المسافة الكلية المقطوعة خلال المراحل الثلاثة.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد: أ- زاوية الميل α

للمستوي المائل (BC).

ب- شدة قوة الاحتكاك \vec{f} .

ج- شدة قوة الجر \vec{F} .

يعطى $g = 10 \text{ m/s}^2$

ندرس حركة مركز عتالة G في معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا. ونهمل تأثير الهواء على المجموعة (S).

المعطيات: كتلة المجموعة (S) : $m = 1200 \text{ Kg}$

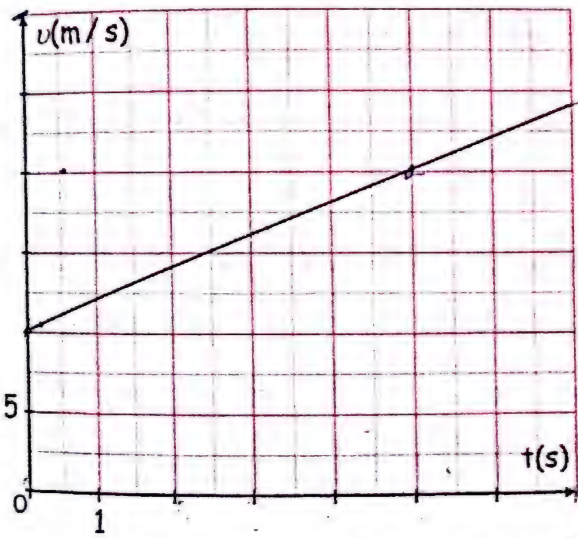
الزاوية $\alpha = 10^\circ$

شدة الجاذبية الأرضية $g = 9,80 \text{ m/s}^2$

1- دراسة الحركة المستقيمة للمجموعة (S):

تمر المجموعة (S) عند اللحظة $t_0 = 0$ من النقطة A وعند اللحظة $t_1 = 9,45 \text{ s}$ من النقطة B.

يمثل الشكل تغيرات السرعة v لحركة G على القطعة AB بدلالة الزمن.



1-1- ما طبيعة حركة G على القطعة AB ؟

2-1- حدد بيانيا قيمة التسارع a لحركة G.

3-1- أحسب المسافة AB.

4-1- تخضع المجموعة (S) على القطعة BO لقوة الدفع \vec{F}

للمحرك وقوة احتكاك \vec{f} شدتها $f = 500 \text{ N}$

نعتبر القوتين ثابتتين و موازيتين للقطعة BO.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد شدة قوة الدفع \vec{F} لكي تبقى للمجموعة (S) نفس التسارع a لحركتها على القطعة AB

2- دراسة حركة المجموعة (S) في مجال حقل الجاذبية الأرضية:

تصل المجموعة (S) إلى النقطة O بسرعة $v_0 = 30 \text{ m/s}$

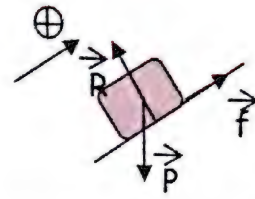
وتتابع حركتها لتسقط في النقطة E التي تبعد عن النقطة C

بالمسافة $CE = 43 \text{ m}$.

نأخذ لحظة بداية تجاوز الخندق كمبدأ للأزمنة الجديد حيث

يكون G منطبقا على O مبدأ المعلم (\vec{Ox}, \vec{Oz}) .

- المرحلة الثالثة :



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}_2$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} = m\vec{a}_2$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$f - mg \sin \alpha = ma_2 \quad \text{----- (2)}$$

نجمع العلاقتين (2) و (1) نجد

$$-2 mg \sin \alpha = m(a_2 + a_1)$$

$$\sin \alpha = \frac{a_2 + a_1}{-2g} = \frac{-3,6 - 6,4}{-2 \cdot 10} = 0,5 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

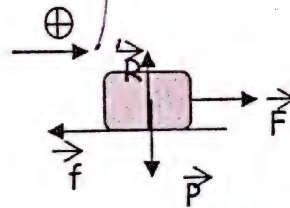
ب- إيجاد شدة الإحتكاكات \vec{f} :

من العلاقة (1) نجد: $f = -mg \sin \alpha - ma_1$

$$f = -0,2 (10 \cdot 0,5 + 6,4) = 0,28 \text{ N}$$

ج- إيجاد شدة قوة الجر \vec{F} :

- المرحلة الأولى:



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

$$\vec{f} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$$

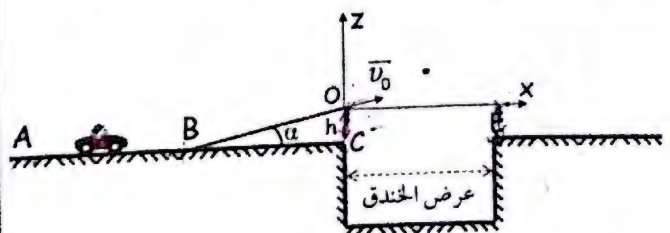
بعد الإسقاط على المحور الموجه: $F = f = 0,28 \text{ N}$

التمرين 03

يعتبر القفز على الخنادق أو الحواجز بواسطة السيارات أو الدراجات النارية أحد التحديات التي يواجهها المجازفون.

يهدف هذا التمرين إلى التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

يتكون مدار للمجازفة من قطعة AB مستقيمة ومن قطعة BO مائلة بزاوية α بالنسبة للمستوي الأفقي AC وخندق عرضه D.



نمذج (السيارة + السائق) بمجموعة (S) كتلتها m مركز عتالتها G.

إذن: $z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$ -إحداثيات الذروة هي:

عند الذروة تكون $v_z = 0$ إذن $t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

بعد التعويض نجد: $t = \frac{30 \sin 10^\circ}{9,80} = 0,53s$

$\begin{cases} x = 30 \cos 10^\circ \cdot 0,53 = 15,66m \\ z = -\frac{1}{2} 9,80 \cdot 0,53^2 + 30 \sin 10^\circ \cdot 0,53 = 1,38m \end{cases}$
2-2- حساب h:

من معادلة المسار:
 $z = -\frac{9,80}{2 \cdot 30^2 \cos^2 10^\circ} 43^2 + 43 \tan 10^\circ = -2,8m$
إذن $h = 2,8m$

التمرين 04

قطرة ماء نفرضها كروية الشكل نصف قطرها $r = 1mm$ تسقط من سحابة موجودة على إرتفاع $h = 1000m$ عن سطح الأرض، نفرض أن سرعة القطرة عند اللحظة $t = 0$ معدومة، كما نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة إنطلاق القطرة ومبدأ الفواصل نقطة إنطلاق القطرة وأن الحركة تتم شاقولياً. 1/ نفرض أن القوة الوحيدة التي تؤثر على القطرة هي قوة الثقل \vec{P} .

1-1/ كيف تسمى الحركة في هذه الحالة؟

2-1/ أوجد المعادلات الزمنية $x(t)$ و $v(t)$ لحركة سقوط الكرة.

3-1/ أحسب السرعة التي تصل بها القطرة إلى سطح الأرض.

2/ في الواقع إن سرعة القطرة عند وصولها سطح الأرض هي $v = 10m/s$.

2-1/ إشرح لماذا تختلف السرعة عند سطح الأرض عن تلك المحسوبة سابقاً؟

2-2/ ماذا نسمي السرعة التي تصل بها القطرة سطح الأرض؟

3-2/ قارن بين قوة دافعة أرخميدس وقوة الثقل للقطرة.

ماذا تستنتج؟

1-2- أكتب المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ ، $z(t)$ لحركة G في المعلم السابق ثم استنتج معادلة المسار وحدد إحداثي الذروة.
2-2- حدد الإرتفاع $h = OC$

الحل:

1-1- المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $v = At + B$ حيث A معامل التوجيه، وهي تطابق المعادلة $v = at + v_0$ إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

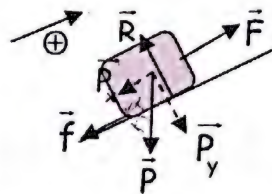
2-1- معامل توجيه المنحنى $v(t)$ يمثل تسارع الحركة.

$A = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20-10}{5-0} = 2m/s^2$

3-1- حساب المسافة AB:

$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} 2 \cdot 9,45^2 + 10 \cdot 9,45 = 183,80m$

4-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S):



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$
 $\vec{F} + \vec{f} + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

بعد الإسقاط على محور الحركة $F - f - mg \sin \alpha = ma$

$F = f + mg \sin \alpha + ma$

$= 500 + 1200 \cdot 9,80 \cdot 0,17 + 1200 \cdot 2 = 4942,10N$

2-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S):

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$
 $\vec{P} = m\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحورين (\vec{Ox}, \vec{Oz}) نجد: $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية $\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية $\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha t \\ z = -\frac{1}{2} gt^2 + v_0 \sin \alpha t \end{cases}$

معادلة المسار هي: $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$


و عند وصولها إلى قيمة معينة تكون شدة قوة الثقل مساوية لشدة القوى المعاكسة للحركة.

2-2- نسمي السرعة التي تصل بها القطرة إلى سطح الأرض السرعة الحدية.

3-2- مقارنة قوة الثقل مع قوة دافعة أرخيدس:

$$\frac{P}{\pi \rho_0 V g} = \frac{\rho V}{\rho_0 V} = \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1000}{1,2} = 833,3 > 50$$

إذن دافعة أرخيدس مهمة أمام ثقل القطرة.

1-3- تمثيل القوى المطبقة على قطرة الماء: 

2-3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القطرة:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد: $-f + P = ma$

$$-kru + mg = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{kr}{m} v = g$$

$$3-3- \text{عبرة السرعة الحدية: } v_L = \frac{mg}{kr}$$

4-3- حساب قيمة k:

$$k = \frac{mg}{v_L r} = \frac{\rho V g}{v_L r} = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3 g}{v_L r} = \frac{4 \rho \pi r^2 g}{3 v_L}$$

$$k = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 3,14 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 9,8}{3 \cdot 10} = 4,1 \cdot 10^{-3} \text{ SI}$$

$$\text{وحدة k: } k = \frac{mg}{v_L r}$$

$$[k] = \frac{[m] \cdot [g]}{[v] \cdot [r]} = \frac{[M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2}}{[L] \cdot [T]^{-1} \cdot [L]}$$

$$[k] = \frac{[M]}{[T] \cdot [L]} = \frac{\text{Kg}}{\text{s} \cdot \text{m}}$$

5-3- قيمة التسارع $a_0 = g = 9,8 \text{ m/s}^2$

3/ نمذج قوى الاحتكاك التي تخضع لها القطرة بقوة وحيدة تعطى عبارتها بالشكل: $f = kru$ حيث k ثابت و v سرعة القطرة.

1-3/ مثل على رسم القوى التي تخضع لها القطرة.

2-3/ أوجد المعادلة التفاضلية ل سرعة القطرة.

3-3/ استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية.

4-3/ أحسب قيمة الثابت k مع تحديد وحدته في جملة

الوحدات الدولية.

5-3/ باستعمال المعادلة التفاضلية السابقة، أوجد قيمة تسارع

القطرة عند اللحظة $t=0$.

تعطى: الكتلة الحجمية للماء $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_0 = 1,2 \text{ kg.m}^{-3}$

$$g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

الحل:

1- كل جسم خاضع لقوة ثقله فقط تكون حركته سقوطا حرا.

1-2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القطرة المنسوبة

حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{ext} &= m\vec{a} \\ \vec{P} &= m\vec{a} \end{aligned} \quad \text{Diagram: } \text{circle with } \oplus \text{ and } \downarrow \text{ arrow labeled } \vec{P}$$

بعد الإسقاط على محور الحركة نجد: $a = g$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية: $v = gt$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية: $x = \frac{1}{2} gt^2$

1-3- سرعة وصول القطرة إلى سطح الأرض:

$$v^2 - v_0^2 = 2gx$$

$$v = \sqrt{2gx} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1000} = 140 \text{ m/s}$$

2-1- سبب اختلاف سرعة وصول القطرة إلى سطح الأرض

عن تلك المحسوبة سابقا لوجود قوى أخرى تعاكس جهة

الحركة تعرقل سقوط القطرة وبالتالي تنقص من قيمتها.

5- أحسب المسافة الأفقية C'D حيث D هي النقطة التي يصطدم عندها الجسم (S) بالأرض.

يعطى: $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$

الحل:

1- حساب v_B :

معادلة إنحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B هي:

$$E_{CA} + W(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_A^2 + 2gh = v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gh}$$

حيث $h = r(1 - \cos\theta)$ إذن:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gr(1 - \cos\theta)}$$

$$= \sqrt{12^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0,5 \cdot (1 - \cos 60^\circ)} = 12,21 \text{ m/s}$$

2- حساب شدة قوة الاحتكاك:

معادلة إنحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C هي:

$$E_{CB} - |W(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f \cdot (BC) = \frac{1}{2}mv_C^2$$

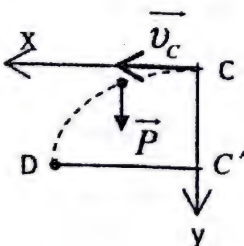
$$f = \frac{m}{2(BC)}(v_B^2 - v_C^2)$$

$$f = \frac{0,05}{2 \cdot 1}(12,21^2 - 2,50^2) = 3,57 \text{ N}$$

3- معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن النسوبة حركتها إلى معلم

سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

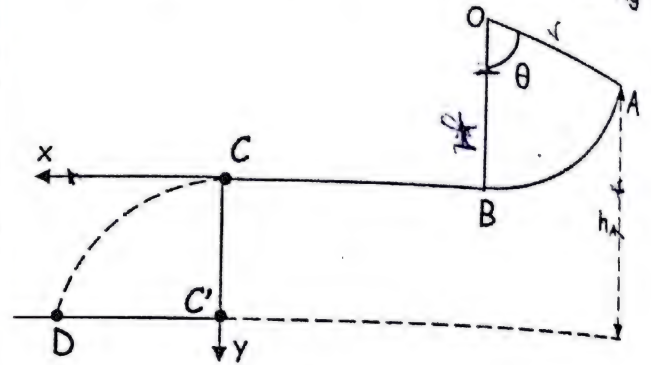


$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

التمرين 05

يتزلج جسم صلب (S)، يمكن إعتباره نقطيا، كتلته $m = 0,05 \text{ Kg}$ على مسار ABC يقع في المستوي الشاقولي.



AB قوس من دائرة مركزها O ونصف قطرها

$r = 0,50 \text{ m}$ ، وحيث $\theta = 60^\circ$ ، نعتبر الإحتكاكات

مهملة على هذا الجزء.

BC طريق أفقي طوله $BC = 1 \text{ m}$ ، توجد على هذا الجزء

قوى إحتكاك تكافئ قوة وحيدة ومعاكسة لجهة الحركة (S)

ونعتبرها ثابتة ونرمز لها بـ \vec{f} .

ندفع الجسم (S) من النقطة A بسرعة إبتدائية مماسية

للمسار عند النقطة A $\|\vec{v}_A\| = 12 \text{ m.s}^{-1}$.

1- أحسب القيمة $\|\vec{v}_B\|$ لسرعة الجسم (S) عند النقطة B.

2- يصل (S) إلى النقطة C بسرعة $\|\vec{v}_C\| = 2,50 \text{ m.s}^{-1}$.

3- أحسب قيمة قوة الإحتكاك \vec{f} على المسار BC.

3- يغادر (S) المسار BC عند النقطة C ليسقط في الهواء،

بإهمال تأثير الهواء على الجسم (S):

- أكتب معادلة مسار المتحرك في المعلم (\vec{C}_x, \vec{C}_y) معتبرا

مبدأ الأزمنة لحظة مرور الجسم (S) بالنقطة C.

4- في أية لحظة يصل (S) إلى الأرض علما أن A ترتفع عن

الأرض بـ $h_A = 2 \text{ m}$ ؟ (باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة

المتحرك المسار BC).

بعد الإسقاط على المحورين \overline{Cx} و \overline{Cy} نجد:

$$\begin{cases} a_y = g \\ v_y = gt \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ v_x = v_c \\ x = v_c \cdot t \end{cases}$$

$$t = \frac{x}{v_c}$$

$$y = \frac{g}{2v_c^2} x^2 = \frac{10}{2.2,50^2} x^2 = 0,8x^2$$

4- لحظة وصول (S) إلى الأرض:

$$y = h_A - r(1 - \cos\theta) = 2 - 0,5(1 - 0,5) = 1,75m$$

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,75}{10}} = 0,59s$$

5- حساب المسافة الأفقية:

$$x = v_c \cdot t = 2,50 \cdot 0,59 = 1,475m$$

التمرين 06

نضع داخل أنبوب زجاجي سائلان لا يمتزجان هما:

الزيت و مشروب الرمان (grenadine) حيث الكتلة

الحجمية للزيت $\rho_1 = 0,92g.mL^{-1}$ و للمشروب

$$\rho_2 = 1,20g.mL^{-1}$$

إرتفاع كل سائل هو $h = 15cm$.

نغمركرية صغيرة من الفولاذ في الزيت ثم نتركها بدون

سرعة ابتدائية لتسقط شاقوليا.

نعتبر أن قوة الإحتكاك المطبقة من طرف السائل على الكرية

تعطى بالعلاقة $\vec{f} = -k\vec{v}$ حيث k ثابت يتعلق بكل سائل

و v سرعة مركز عطالة الكرية.

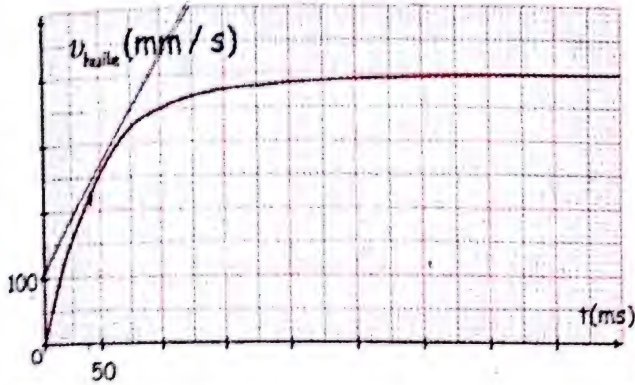
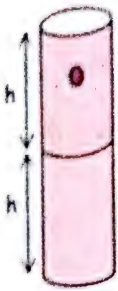
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن برهن أن المعادلة التفاضلية

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv$$

حيث A و B ثابتان.

2- أحسب قيمة A لكل سائل.

3- يمثل البيان التالي تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن خلال حركتها في الزيت.



أ/ عين بيانيا قيمة السرعة الحدية للكرية في الزيت $v_L(huile)$.

ب/ إستنتج قيمة الثابت B_{huile} .

4- في اللحظة $t = 0,4s$ تنتقل الكرية من الزيت إلى مشروب

الرمان حيث الثابت k لقوة الإحتكاك يعطى بالعلاقة:

$$k_{grenadine} = 1,8 k_{huile}$$

أحسب قيمة $B_{grenadine}$ و قيمة السرعة الحدية للكرية في

مشروب الرمان $v_L(grenadine)$.

يعطى: الكتلة الحجمية للفولاذ $\rho = 7,8g.mL^{-1}$

شدة الجاذبية الأرضية $g = 9,8m.s^{-2}$

الحل:

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها

إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{\pi} + \vec{P} = m \vec{a}$$

- 1- أكتب عبارة قوة الجذب العام التي تطبقها الأرض على القمر الإصطناعي.
- 2- بين أن حركة القمر الإصطناعي دائرية منتظمة.
- 3- أوجد العبارة الحرفية لسرعة القمر الإصطناعي v في مداره ثم أحسب قيمتها.
- 4- أوجد عبارة دور هذا القمر T حول الأرض بدلالة: ثابت الجذب العام G ، كتلة الأرض M_T ، ونصف قطره r .
- 5- هل يمكن اعتبار هذا القمر الإصطناعي جيو مستقر؟
- 6- ما هو القانون الذي يمكن استنتاجه من عبارة الدور السابقة؟ ذكر بالقانونان المتبقيان.

يعطى: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$

$$R_T = 6400 \text{ km}$$

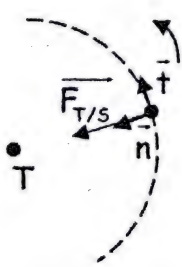
$$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

الحل:

1- عبارة قوة الجذب العام هي: $F_{T/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2}$

2- إثبات أن حركة القمر دائرية منتظمة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي المنسوبة حركته إلى معلم مركزي أرضي نعتبره غاليليا:



$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/C} = m \vec{a}$$

$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{r^2} \vec{n} = m \cdot (a_n \vec{n} + a_t \vec{t})$$

$$G \cdot \frac{M_T}{r^2} \vec{n} = a_n \vec{n} + a_t \vec{t}$$

بالمطابقة بين الطرفين نجد: $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه $v = \text{Cte}$ إذن حركة القمر دائرية منتظمة.

3- إيجاد عبارة سرعة القمر: $G \cdot \frac{M_T}{r^2} \vec{n} = a_n \vec{n}$

$$G \cdot \frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \quad / \quad v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$mg - \rho Vg - kv = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{\rho_f Vg}{m} - \frac{k}{m} v$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_f V}{\rho V} \right) - \frac{k}{m} v$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho} \right) - \frac{k}{m} v$$

2. بالمطابقة نجد:

$$A_1 = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho} \right) = 9,8 \left(1 - \frac{0,92}{7,8} \right) = 8,64 \text{ m/s}^2$$

$$A_2 = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho} \right) = 9,8 \left(1 - \frac{1,20}{7,8} \right) = 8,29 \text{ m/s}^2$$

3. أ/ السرعة الحدية في الزيت هي:

$$v_{L1} = 400 \text{ mm/s} = 0,4 \text{ m/s}$$

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv \quad : B_{huile} \text{ حساب الثابت}$$

$$0 = A_1 - B_1 v_{L1}$$

$$B_1 = \frac{A_1}{v_{L1}}$$

$$B_1 = \frac{8,64}{0,4} = 21,6 \text{ s}^{-1}$$

4. حساب قيمة $B_{grenadine}$:

$$B_2 = \frac{k_2}{m} = \frac{1,8k_1}{m} = 1,8 B_1 \text{ إذن } B_1 = \frac{k_1}{m}$$

$$B_2 = 1,8 \cdot 21,6 = 38,88 \text{ s}^{-1}$$

حساب السرعة الحدية للكرية في مشروب الرمان:

$$v_{L2} = \frac{A_2}{B_2} = \frac{8,29}{38,88} = 0,213 \text{ m/s}$$

التمرين 07

قمر إصطناعي Spot 4 كتلته $m = 2800 \text{ kg}$ يرسم مسارا دائريا نصف قطره r بالنسبة لمركز الأرض حيث:

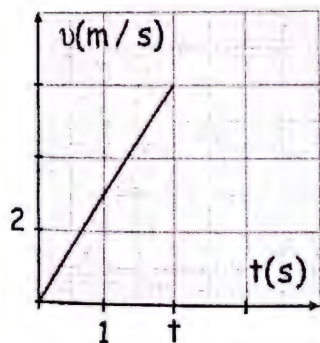
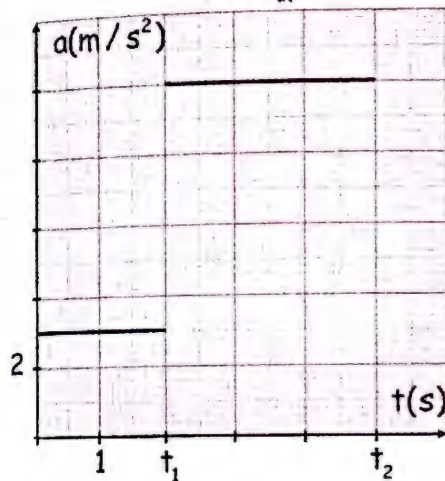
$$r = (832 + R_T) \text{ km}$$

خيط عديم الإمتطاط يمر على محز بكرة مهمة الكتلة بإمكانها الدوران حول محور ثابت أفقي.

أثناء الحركة وعند اللحظة t_1 تنفصل الكتلة m_2 عن الجملة.

البيان (1) يمثل تغيرات تسارعها بدلالة الزمن ، و البيان (2) يمثل تغيرات السرعة بدلالة الزمن للمرحلة الأولى من الحركة.

البيان (1)



البيان (2)

1- أوجد عبارة التسارع الذي تخضع له الكتلتين في المرحلة الأولى بتطبيق:

أ - القانون الثاني لنيوتن.

ب - معادلة إنحفاظ الطاقة.

2- استنتج شدة قوة الاحتكاك \vec{f} على الطاولة .

3- بأخذ لحظة و موضع إنقطاع الخيط مبدأ الأزمنة $t = 0$ و الفواصل، أكتب المعادلة الزمنية لسرعة الكتلة m_2 ، $v(t)$ و المعادلة الزمنية للحركة $y(t)$.

4- مثل المنحنى البياني $v = f(t)$ للمرحلة الثانية.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

- حساب سرعة القمر:

$$v = \sqrt{G \cdot \frac{M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{7232 \cdot 10^3}} = 7438.9 \text{ m/s}$$

4- إيجاد عبارة دور القمر:

$$\begin{cases} v^2 = G \cdot \frac{M_T}{r} \\ v = \frac{2\pi r}{T} \end{cases} \longrightarrow \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G \cdot \frac{M_T}{r}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} \longrightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_T}}$$

5- حساب دور القمر:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 7232 \cdot 10^3}{7438.9} = 6105.3 \text{ s} = 1.7 \text{ h}$$

لا يمكن إعتبار هذا القمر جيومستقرا لأن دوره لا يساوي 24h.

6- القانون الذي يمكن استنتاجه من عبارة الدور السابقة

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = k$$

- القانون الأول لكلمر: تحرك الكواكب وفق مدارات

إهليلجية تكون الشمس إحدى محرقها.

- القانون الثاني: المساحات التي يمسحها المستقيم الرابط

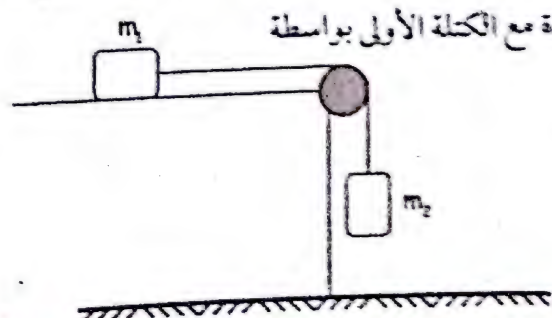
بين الكوكب ومركز الشمس تكون متساوية في مجالات زمنية متساوية.

التمرين 08

تتكون جملة ميكانيكية من كتلة $m_1 = 150 \text{ g}$ يمكنها الحركة

على سطح خشن لطاولة أفقية و كتلة ثانية $m_2 = 100 \text{ g}$

مشدودة مع الكتلة الأولى بواسطة



2- حساب شدة قوة الاحتكاك \vec{f} :

من البيان (1): $a = 3 \text{ m/s}^2$

$$f = m_2 \cdot g - (m_1 + m_2) a$$

$$= 0,1 \cdot 10 - 0,25 \cdot 3 = 0,25 \text{ N}$$

3- بعد إنقطاع الخيط:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة m_2 :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_2 \vec{a}'$$

$$\vec{P}_2 = m_2 \vec{a}'$$

$$m_2 \vec{g} = m_2 \vec{a}'$$

$$a' = g$$

بالتكامل و من الشروط الابتدائية نجد:

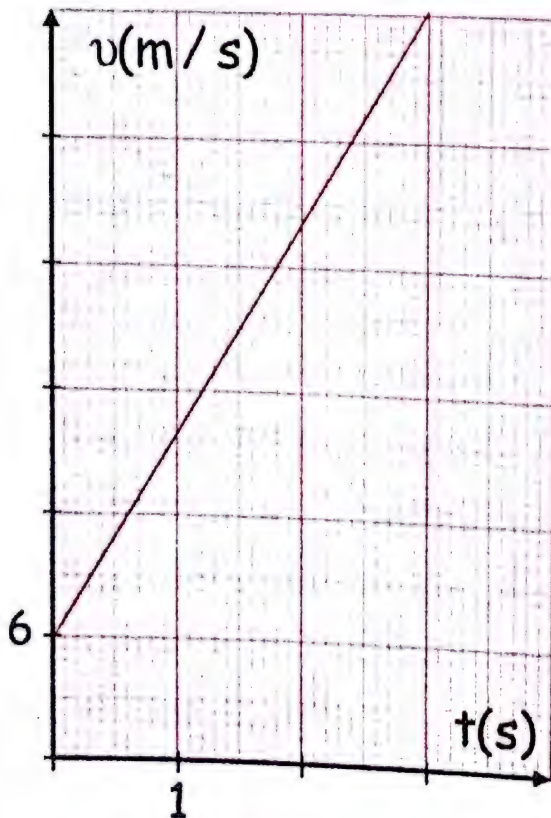
$$v = 10t + 6$$

بالتكامل و من الشروط الابتدائية نجد:

$$Y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t$$

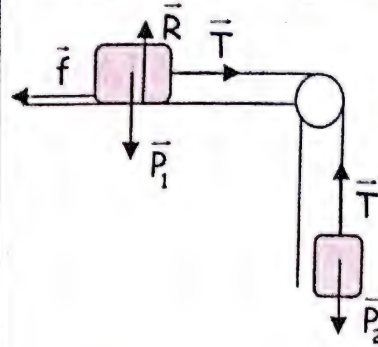
$$Y = 5t^2 + 6t$$

4- تمثيل البيان $v = f(t)$ في المرحلة الثانية:



الحل:

1- إيجاد عبارة التسارع الذي تخضع له الكتلتين في المرحلة الأولى:



أ/ بتطبيق القانون

الثاني لنيوتن

على $(m_1 + m_2)$ (الحبل)

النسبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبر غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

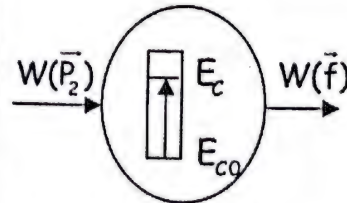
$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{f} + \vec{R} = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

$$P_2 - f = (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 \cdot g - f = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{m_2 \cdot g - f}{m_1 + m_2}$$

ب/ الحصيلة الطاقوية هي:



معادلة إنحفاظ الطاقة هي:

$$E_{c0} + W(\vec{P}_2) - |W(\vec{f})| = E_c$$

$$m_2 g h - f \cdot d = \frac{1}{2} m v^2$$

من جهة أخرى: $h = d$

$$m_2 g d - f \cdot d = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \quad \text{إذن:}$$

$$m_2 g - f = \frac{1}{2 \cdot d} (m_1 + m_2) v^2$$

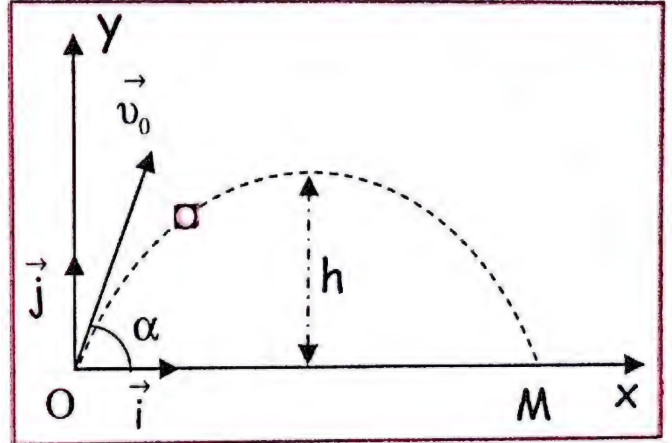
وحسب علاقة محذوفية الزمن نجد: $v^2 = 2ad$

$$a = \frac{v^2}{2d}$$

$$m_2 g - f = a(m_1 + m_2) \rightarrow a = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2} \quad \text{ومنه:}$$

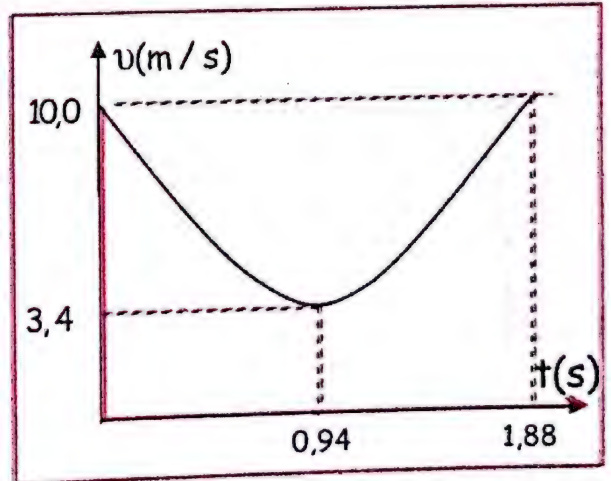
✓ التمرين 09

نقذف جسماً صلباً، كتلته m و مركز عطالته G ، بسرعة ابتدائية \vec{v}_0 من نقطة O كما هو مبين على الشكل المقابل. نعتبر أن حركة الجسم تتم في المستوي (O, \vec{i}, \vec{j}) وتدرس بالنسبة للمرجع الأرضي الذي نعتبر مرجعاً غاليليا.



نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس.

يمثل البيان الموالي تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن بين الوضعين (O) و (M) .



1 - مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم الصلب.

2 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين طبيعة الحركة

بالنسبة للمحور (O, \vec{i}) وكذلك بالنسبة للمحور (O, \vec{j})

3 - أوجد من البيان :

أ / القيمة v_0 لشعاع السرعة \vec{v}_0

ب / القيمة v_{0x} للمركبة الأفقية لشعاع السرعة \vec{v}_0

4 - استنتج قيمة كل من الزاوية α التي قذف بها الجسم وقيمة v_{0y} .

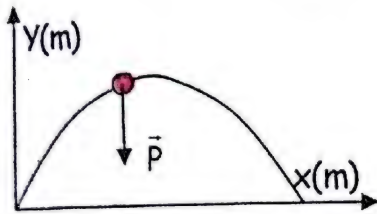
5 - مثل كل من $v_x(t)$ و $v_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \leq t \leq 1,88)$ s.

6 - استنتج من المنحنيين كل من المسافة الأفقية OM والذروة h .

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

الحل:

1 - تمثيل القوى الخارجية المطبقة على الجسم الصلب



2 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المقذوف

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين (O, \vec{i}) و (O, \vec{j}) نجد:

$$a_x = 0 \leftarrow \text{الحركة منتظمة.}$$

$$a_y = -g \leftarrow \text{الحركة متغيرة بانتظام.}$$

3 - من البيان: $v_0 = 10 \text{ m/s}$ / أ

ب / $v_{0x} = 3,4 \text{ m/s}$

4 - إيجاد زاوية القذف α : $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$

$$\cos \alpha = \frac{v_{0x}}{v_0} = \frac{3,4}{10} = 0,34$$

$$\alpha = 70,12^\circ$$

- حساب v_{0y} :

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha = 10 \cdot \sin 70,12^\circ = 9,4 \text{ m/s}$$

5 - تمثيل المنحنى $v_x = f(t)$:

بمعاملة العلاقة $a_x = 0$ نجد $v_x = v_{0x} = 3,4 \text{ m/s}$

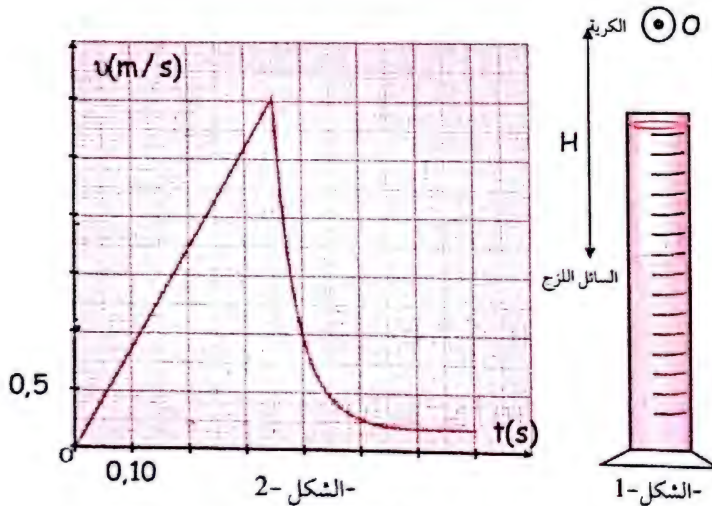
تصل الكرة إلى السطح الحر للسائل اللزج عند اللحظة t_1 بسرعة v_1 .

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة شدة \vec{f} بدلالة: t_1 ، v_1 ، g تسارع الجاذبية الأرضية، P_1 الكتلة الحجمية للكرة، V حجم الكرة.

ب/ باستغلال البيان $v = f(t)$ ، أحسب شدة \vec{f} .

2- دراسة حركة الكرة داخل السائل اللزج:

تخضع الكرة أثناء سقوطها داخل السائل اللزج بالإضافة إلى ثقلها \vec{P} إلى دافعة أرخميدس $\vec{\pi}$ وقوة احتكاك السائل \vec{f} شدتها تعطى بالعبارة $f = k v$ حيث k ثابت.



أ/ باستغلال البيان: أثبت أن ثابت الزمن τ يقدر بـ $0,04s$
ب/ أوجد العبارة الحرفية للمعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز ثقل الكرة و أثبت أنها تحقق العلاقة:

$$\frac{dv}{dt} = 5,2 - 25 v$$

ج/ أحسب قيمة الثابت k ثم أوجد وحدته باستعمال التحليل البعدي.

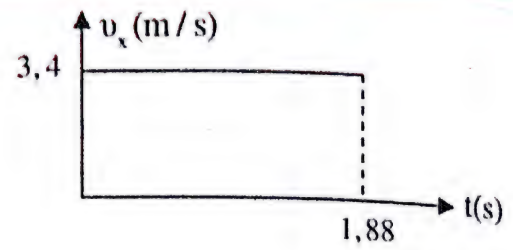
يعطى:

$$\rho_2 = 1,26.10^3 \text{ kg / m}^3 \text{ الكتلة الحجمية للسائل اللزج}$$

$$\rho_1 = 2,70.10^3 \text{ kg / m}^3$$

$$g = 9,80 \text{ m / s}^2$$

$$V = 4,20.10^{-6} \text{ m}^3$$

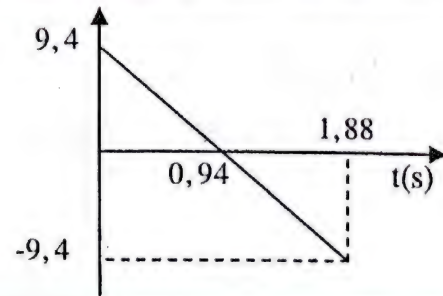


تمثيل المنحنى $v_y = g(t)$:

بمكاملة العلاقة $a_y = -g$ ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$v_y = -gt + v_{0y}$$

| t(s) | 0 | 0,94 | 1,88 |
|-------------|-----|------|------|
| v_y (m / s) | 9,4 | 0 | -9,4 |



6- حساب المسافة OM:

بمكاملة العلاقة $v_x = v_0 \cos \alpha$ ومن الشروط الابتدائية

$$x = v_0 \cos \alpha t = v_{0x} t \quad \text{نجد:}$$

$$OM = x = 3,4.1,88 = 6,39 \text{ m}$$

- حساب الارتفاع h:

بمكاملة العلاقة $v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$ ومن الشروط

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y} t \quad \text{نجد:}$$

$$h = y = -\frac{1}{2}.10.0,94^2 + 9,4.0,94 = 4,42 \text{ m}$$

التمرين 10

عند لحظة $t = 0$ نحرّر كرة نقطية معدنية من موضع O منطبق على مركز ثقلها، توجد على إرتفاع H من السطح الحر للسائل اللزج الذي يوجد في أنبوب طويل شفاف كما في الشكل 1- يمثل منحنى الشكل 2- تطور سرعة الكرة خلال سقوطها في الهواء و داخل السائل اللزج.

1- دراسة حركة الكرة في الهواء:

ننمذج تأثير الهواء على الكرة أثناء سقوطها بقوة شاقولية \vec{f} شدتها ثابتة (تُهمل دافعة أرخميدس).

الحل:

1-أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبر غاليليا:

$$\begin{aligned} \vec{f} \uparrow \quad \vec{p} \downarrow \quad \oplus \quad \downarrow \quad \sum \vec{F}_{ext} &= m \vec{a} \\ \vec{p} + \vec{f} &= m \vec{a} \\ P - f &= m a \\ a &= \frac{P - f}{m} = g - \frac{f}{m} = Cte \end{aligned}$$

إذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام (متسارعة) وبالتالي:

$$v_1 = at_1 \longrightarrow a = \frac{v_1}{t_1}$$

$$a = g - \frac{f}{m} = \frac{v_1}{t_1} \longrightarrow \frac{f}{m} = g - \frac{v_1}{t_1} \quad \text{ومنه:}$$

$$f = m \cdot \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right) = \rho_1 \cdot V \left(g - \frac{v_1}{t_1} \right)$$

ب/ حساب شدة f:

$$f = 2,7 \cdot 10^3 \cdot 4,2 \cdot 10^{-6} \left(9,8 - \frac{3}{0,35} \right)$$

$$f = 4,86 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 0,014 \text{ N}$$

التمرين 11

نريد تحديد حركة كوكب يدور حول الشمس .

1- عرف المرجع المناسب لدراسة حركة هذا الكوكب .

2- أعط العبارة الشعاعية لقوة الجذب $\vec{F}_{S/P}$ التي تطبقها

الشمس على هذا الكوكب ومثلها برسم .

3- برهن أن عبارة التسارع a لمركز عطالة الكوكب تكتب

$$\text{على الشكل: } a = A \cdot \frac{1}{r^2}$$

حيث r المسافة الفاصلة بين مركز الشمس ومركز الكوكب .

4- يمثل الشكل التالي منحنى تغيرات التسارع a بدلالة $\frac{1}{r^2}$

- أوجد باستعمال البيان كتلة الشمس .

2-أ/ باستغلال البيان نجد أن زمن النظام الإنتقالي في المرحلة

$$t = 2,0,1 = 0,2 \text{ s}$$

$$\text{وبالتالي: } t = 5\tau \longrightarrow \tau = \frac{t}{5} = \frac{0,2}{5} = 0,04 \text{ s}$$

ب/ إيجاد المعادلة التفاضلية التي تحققها v :

بتطبيق القانون الثاني على الكرة:

$$\begin{aligned} \vec{f}' \uparrow \quad \vec{p} \downarrow \quad \oplus \quad \downarrow \quad \sum \vec{F}_{ext} &= m \vec{a} \\ \vec{p} + \vec{f}' + \vec{\pi} &= m \vec{a} \\ P - f' - \pi &= m a \end{aligned}$$

$$mg - kv - \rho_2 \cdot Vg = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k}{m} v - \frac{\rho_2 \cdot Vg}{\rho_1 \cdot V}$$

بما أن $d = r$ و بالإسقاط على المحور الناظمي نجد :

$$A = GM_s \quad \text{حيث} \quad a = \frac{GM_s}{r^2} = GM_s \cdot \frac{1}{r^2}$$

4- إيجاد كتلة الشمس : $A = GM_s \rightarrow M_s = \frac{A}{G}$

حساب A :

$$A = \frac{\Delta a}{\Delta \left(\frac{1}{r^2} \right)} = \frac{14 \cdot 10^{-3}}{10,2 \cdot 10^{-23}} = 1,37 \cdot 10^{+20} \text{ SI}$$

ومنه : $M_s = \frac{1,37 \cdot 10^{+20}}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 2,05 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

5-أ- نص القانون الثالث لكبلر :

تكون النسبة بين مربع دور الكوكب ومكعب نصف المحور الكبير للمسار دائيا ثابتة .

- إكمال الجدول : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_s} \rightarrow r^3 = \frac{T^2 GM_s}{4\pi^2}$

| الأرض | المريخ | المشتري | الكواكب |
|--------|---------------------|---------------------|---------|
| $r(m)$ | $2,3 \cdot 10^{11}$ | $7,8 \cdot 10^{11}$ | $r(m)$ |

ب- لتحديد الكوكب المعني بالدراسة تتبع الطريقة التالية :

$$m_p = \frac{F_{s/p} \cdot r^2}{GM_s} = \frac{F_{s/p} \cdot r^2}{A}$$

$$m_p = \frac{42 \cdot 10^{22}}{1,37 \cdot 10^{20}} \cdot r^2 = 3065,7 \cdot r^2$$

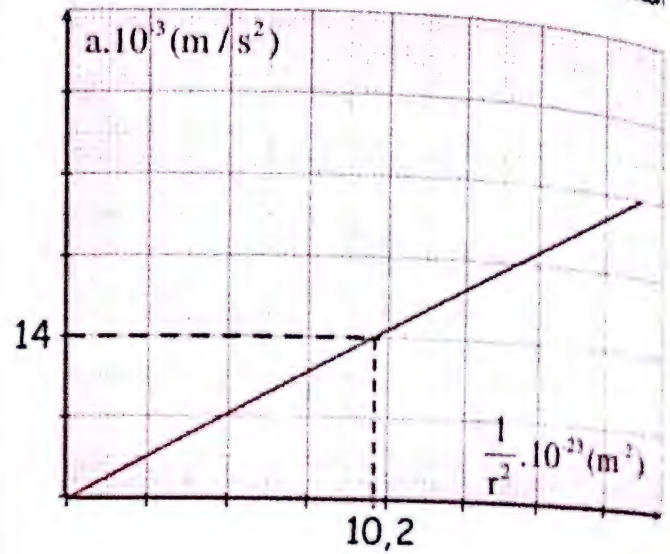
| الأرض | المريخ | المشتري | الكواكب |
|-----------|-----------------------|-----------------------|-----------|
| $m_p(Kg)$ | $1,621 \cdot 10^{26}$ | $1,865 \cdot 10^{27}$ | $m_p(Kg)$ |

- الكوكب المعني بالدراسة : المشتري

التمرين 12

(a) نحرّر عند نفس اللحظة $t = 0$ ، كرتين زجاجيتين
و (b) في أنبوب شفاف أسطواني به زيت .

5-أ- أذكر نص القانون الثالث لكبلر ، ثم أكمل الجدول
أسفله .



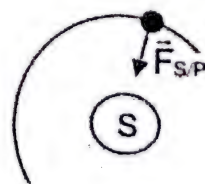
| الأرض | المريخ | المشتري | إسم الكوكب |
|-------------------|---------------------|----------------------|----------------|
| 1 | 1,9 | 11,8 | T (ans) الدور |
| $6 \cdot 10^{24}$ | $6,4 \cdot 10^{23}$ | $1,86 \cdot 10^{27}$ | M (kg) الكتلة |
| | | | r(m) نصف القطر |

ب- إذا علمت أن قوة الجذب العام $F_{S/P} = 42 \cdot 10^{22} \text{ N}$
حدد الكوكب المعني بهذه الدراسة من بين الكواكب الواردة
في الجدول السابق .

يعطى : ثابت الجذب العام : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2 / \text{kg}^2$

الحل :

1- المرجع المناسب لهذه الدراسة هو المرجع الهيليومركزي .
وهو مرجع مركزه الشمس ومحاوره الثلاثة تتجه نحو ثلاثة
نجوم نعتبرها ثابتة في الفضاء .



2- العبارة الشعاعية لقوة الجذب :

$$\vec{F}_{s/p} = G \frac{M_s \cdot m_p}{d^2} \vec{n}$$

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_p \vec{a}$$

$$\vec{F}_{s/p} = m_p \vec{a}_n$$

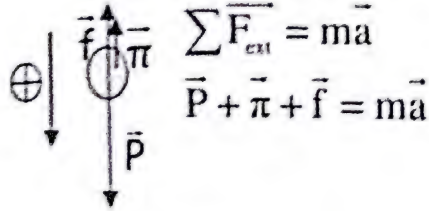
$$G \frac{M_s \cdot m_p}{d^2} \vec{n} = m_p \vec{a}_n$$

3- عبارة التسارع :

الحل:

1-1- المعادلة التفاضلية :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة (a) المسوية حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:



بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد: $P - \pi - f = ma$

$$mg - \rho_0 Vg - 6\pi\eta r v = m \frac{dv}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_0 Vg}{m} - \frac{6\pi\eta r}{m} v = \frac{dv}{dt}$$

$$g - \frac{\rho_0 Vg}{\rho V} - \frac{6\pi\eta r}{\rho V} v = \frac{dv}{dt}$$

$$g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right) - \frac{6\pi\eta r}{\rho \frac{4}{3}\pi r^3} v = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho r^2} v = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة نجد:

$$C = g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right), \frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho r^2} \rightarrow \tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta}$$

2- حساب الزمن المميز لحركة الكرة (a):

$$\tau = \frac{2\rho r^2}{9\eta} = \frac{2 \cdot 2600 \cdot (0,25 \cdot 10^{-2})^2}{9 \cdot 8,0 \cdot 10^{-2}} = 0,045 \text{ s}$$

3- تحديد السرعة الحدية v_L :

$$\frac{dv}{dt} = 0 \leftarrow v = \text{Cte} : \text{في النظام الدائم}$$

$$\frac{1}{\tau} v_L = C \rightarrow v_L = \tau \cdot C = \tau g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho} \right)$$

$$v_L = 0,045 \cdot 9,81 \cdot \left(1 - \frac{970}{2600} \right) = 0,28 \text{ m/s}$$

لتفحص الكرة (a) أثناء حركتها داخل الزيت إلى :

- دافعة أرخيدس ،

- قوة احتكاك المائع $\vec{f} = -6\pi\eta r \vec{v}$ حيث v سرعة الكرة.

- ثقلها.

نرمز للزمن المميز لحركة الكرة (a) بـ τ ، ونعتبر أن سرعة

الكرة تبلغ القيمة الحدية v_L بعد مرور المدة الزمنية 5τ .

1-1- أثبت أن المعادلة التفاضلية للكرة (a) تكتب على

الشكل $C \frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = C$ مع تحديد عبارتي الثابتين C و τ .

2- احسب قيمة τ علما أن نصف قطر الكرة (a) هو

$$r = 0,25 \text{ cm}$$

3- احسب قيمة السرعة الحدية v_L للكرة (a).

11- إذا علمت أن نصف قطر الكرة (b) هو $r' = 2r$

1- حدد ، معللا جوابك ، الكرة التي تستغرق أطول مدة زمنية لتبلغ سرعتها الحدية.

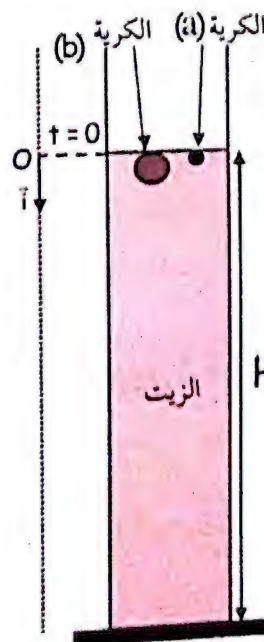
2- خلال النظام الإنتقالي تقطع :

- الكرة (a) المسافة $d_1 = 5,0 \text{ cm}$

- الكرة (b) المسافة $d_2 = 80,0 \text{ cm}$

احسب المدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكرتين (a) و (b) إلى قعر الأنبوب.

المعطيات: الكتلة الحجمية للزجاج : $\rho = 2600 \text{ kg.m}^{-3}$



الكتلة الحجمية للزيت :

$$\rho_0 = 970 \text{ kg.m}^{-3}$$

معامل لزوجة الزيت :

$$\eta = 8,0 \cdot 10^{-2} \text{ N.s.m}^{-2}$$

تسارع الجاذبية الأرضية :

$$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$$

ارتفاع الزيت في الأنبوب :

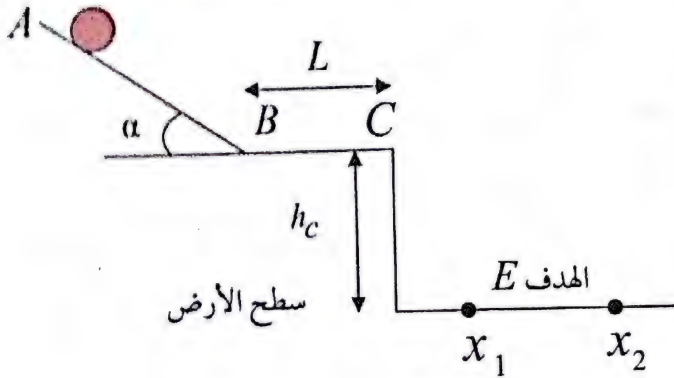
$$H = 1,00 \text{ m}$$

حجم كرة نصف قطرها r :

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

التمرين 13

توضع كرة كتلتها $m = 10g$ في موضع A على مستوي مائل يميل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30^\circ$ وتترك لتندرج بدون سرعة ابتدائية حيث $AB = D = 50cm$.



1- نختار المستوي BC مرجعا للطاقت الكامنة الثقالية.

أ- أعط عبارة الطاقة الكامنة الثقالية للكرة عند الموضع A ثم أحسبها.

ب- استنتج عبارة وشدة الطاقة الميكانيكية للكرة عند نفس الموضع.

ج- بين أن عبارة السرعة عند الموضع B هي $v_B = \sqrt{2gD \sin \alpha}$ 2- ما طبيعة حركة الكرة على المستوي (BC) ؟

3- نقوم بدراسة حركة مركز عطالة الكرة G بعد الموضع C

حيث نعتبر مبدأ الأزمنة هو لحظة وجود الكرة في الموضع C

أ- باعتبار مقاومة الهواء مهملة ، ماهي معادلة مسار الكرة ؟

ب- نريد أن نعرف هل تصيب الكرة الهدف E فاصلتها

محسوبة بين $x_1 = 0.55m$ و $x_2 = 0.60m$ ويرتفع

عن المستوي (BC) ب $h_c = 0.4m$

ج- أحسب الزمن اللازم لكي تصل الكرة إلى سطح الأرض

د- استنتج الفاصلة x_f للكرة عند ملامسة الأرض ، هل

تصيب الهدف ؟

4- ماهي المسافة D' التي يجب أخذها من أجل إصابة الهدف

فاصلته $x_f = 0.57m$ مع العلم أن زمن السقوط يبقى

نفسه

يعطى : $g = 9.8m/s^2$: $L = 20cm$

II-1- أيا يصل الأول :

$$\tau' = \frac{2\rho r'^2}{9\eta} = \frac{2\rho(2r)^2}{9\eta} = 4 \cdot \frac{2\rho r^2}{9\eta} = 4\tau$$

وبالتالي الكرة (b) هي التي تستغرق مدة أطول لتبلغ سرعتها الحدية.

2- المسافة المقطوعة في النظام الإنتقالي للكرة (a) هو

$d_1 = 5cm$ وبالتالي مسافة النظام الدائم هي $x_1 = 95cm$

- الزمن الذي تستغرقه الكرة (a) من بداية سقوطها إلى غاية

وصولها إلى قعر الإناء هو :

$$t_1 = 5\tau + \frac{x_1}{v_L} = 5.0,045 + \frac{0,95}{0,28} = 3,62s$$

بالنسبة للكرة (b) :

- الزمن المميز : $\tau' = 4\tau = 4.0,045 = 0,18s$

المسافة المقطوعة في النظام الإنتقالي للكرة (b) هو

$d_2 = 80cm$ وبالتالي مسافة النظام الدائم هي $x_2 = 20cm$

- السرعة الحدية :

$$v'_L = \tau'g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 4\tau g \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) = 4v_L$$

$$= 4.0,28 = 1,12m/s$$

- الزمن الذي تستغرقه الكرة (b) من بداية سقوطها إلى

غاية وصولها إلى قعر الإناء هو :

$$t_2 = 5\tau' + \frac{x_2}{v'_L} = 5.0,18 + \frac{0,2}{1,12} = 1,08s$$

فالدة الزمنية الفاصلة بين وصول الكرتين إلى قعر الأنبوب

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 3,62 - 1,08 = 2,54s$$

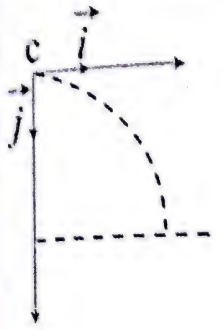
3-1- معادلة المسار: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور (c, \vec{i}, j) حيث (c, j) موجه

$$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \quad \text{نحو الأسفل:}$$

$$p = ma_y \Rightarrow a_y = g$$



$$v_x = c_1 \quad \text{بالتكامل:}$$

$$v_y = gt + c_2$$

من الشروط الابتدائية لما $t = 0$

$$v_{x0} = v_c = c_1 \quad \text{يكون:}$$

$$v_{y0} = 0 = c_2$$

$$v_x = v_c \dots\dots 1$$

$$v_y = gt \dots\dots 2$$

$$x = v_c t + c_3 \quad \text{بالتكامل نجد:}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 + c_4$$

من الشروط الابتدائية:

$$x_0 = 0 = c_3 \quad \text{لما } t = 0 \text{ يكون}$$

$$x = v_c \times t \quad \text{ومنه } 3 \dots\dots\dots$$

$$y_0 = 0 = c_4 \quad \text{وكذلك}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad \dots\dots\dots 4$$

$$t = \frac{x}{v_c} \quad \text{من العلاقة 3 نجد:}$$

$$y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_c^2} \quad \text{نعوض الزمن t في العلاقة 4 فنجد:}$$

ب- حساب الزمن اللازم لوصول الكرة إلى سطح

الأرض: من العلاقة 4 نجد:

$$t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.4}{9.8}} = 0.286s$$

الحل:

1- أ- الطاقة الكامنة الثقالية: $E_{pp} = mgh = mgD \sin \alpha$

$$= 0.01 \times 9.8 \times 0.5 \times 0.5 = 2.45 \times 10^{-2} \text{ J}$$

ب- الطاقة الميكانيكية: عند الوضع A تكون $E_c = 0$

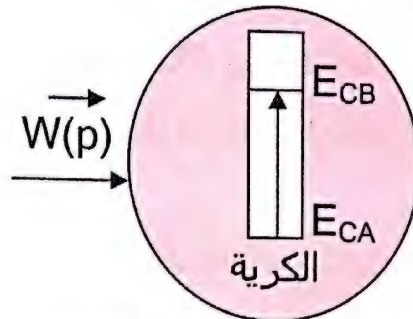
$$E_{m_A} = E_{c_A} + E_{pp_A}$$

$$E_{m_A} = E_{pp_A} + mgD \sin \alpha = 2.45 \times 10^{-2} \text{ J}$$

$$E_m = E_{pp} + E_c$$

$$E_m = E_{pp} = 2.45 \times 10^{-2} \text{ J} \quad \text{وعليه:}$$

ج- عبارة السرعة عند B:

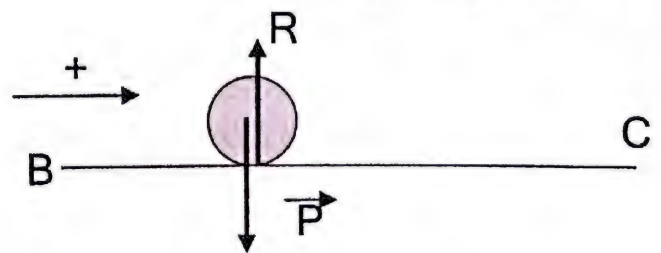


معادلة انحفاظ الطاقة هي: $E_{c_A} + W(\bar{p}) = E_{c_B}$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$gD \sin \alpha = \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2gD \sin \alpha}$$

2- طبيعة حركة الكرة على (BC):



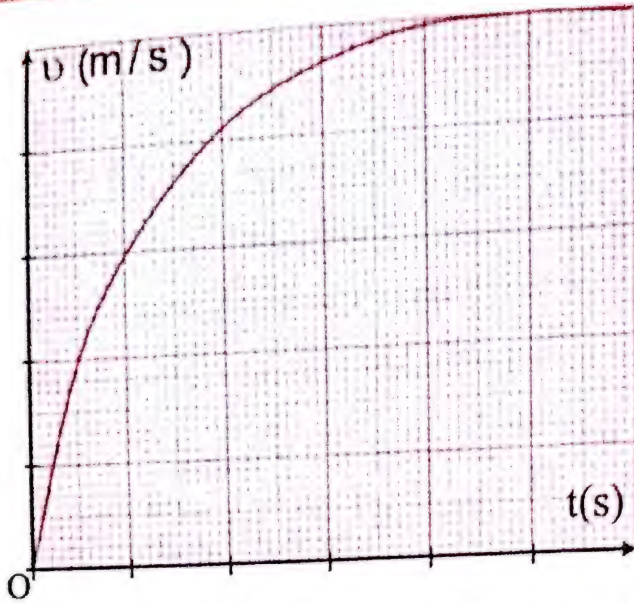
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه: $0 = ma \Rightarrow a = 0$

ومنه: $v = cte$

إذن الحركة مستقيمة منتظمة على المستوي (BC).



- أ- ماذا يمثل ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ ؟
 - استنتج قيمته .
 ب- أكمل الرسم المبين في الشكل -1- مع تمثيل الزمن المميز τ ، أعط عبارته ثم أحسب قيمته .
 5- أن تسجيل الحركة قد بين أنه في اللحظة $t_1 = 0.50s$
 تكون سرعة الكرة $v_1 = 4.25m/s$
 أ- أحسب التسارع a_1 للكرة في اللحظة t_1 .
 ب- أحسب سرعة الكرة v_2 في اللحظة $t_2 = 0.51s$.

المعطيات :

كتلة الكرة: $m = 2.5g$ ، قطرها: $D = 3.8cm$ الكتلة

الحجمية للهواء: $\rho_f = 1.3 kg/m^3$

$g = 9.81m/s^2$

الحل:

1- إثبات أن دافعة أرخيدس π مهملة أمام الثقل $P = mg$:

$$\pi = \rho_f \times V \times g = \rho_f \times \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 \times g$$

$$\frac{P}{\pi} = \frac{3mg}{4 \times \pi \times \rho_f \times R^3 \times g} = \frac{3m}{4 \times \pi R^3 \times \rho_f}$$

$$= \frac{3 \times 2.5 \times 10^{-3}}{4 \times 3.14 (1.9 \times 10^{-2})^3 \times 1.3} = 67$$

د- حساب الفاصلة: X_f

$$v_C = v_B = \sqrt{2gD \sin \alpha}$$

$$= \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.5 \times 0.5}$$

$$= 2.21m/s$$

ومن العلاقة 3 نكتب :

$$x_f = v_C \times t = 2.21 \times 0.286 = 0.63m$$

الكرة لا تصيب الهدف لأن $x_f > x_2$

4- حساب D' :

$$v_C' = \frac{x_f}{t} = \frac{0.57}{0.286} = 2m/s : v_C'$$

$$v_C' = \sqrt{2gD' \sin \alpha}$$

$$D' = \frac{v_C'^2}{2g \sin \alpha} = \frac{2^2}{2 \times 9.8 \times 0.5} = 0.41m$$

التمرين 14

تسقط كرة تنس بدون سرعة ابتدائية فكانت سرعتها

$$v_L = 7.12m/s$$

1- بين أن دافعة أرخيدس المطبقة على الكرة مهملة أمام ثقلها .

2- إن القوة المطبقة على الكرة من طرف الهواء تعطى

$$f = kv^2$$

أ- مثل القوى المطبقة على الكرة أثناء سقوطها .

ب- أوجد المعادلة التفاضلية لحركة الكرة .

3- عبر عن k بدلالة: m, g, v_L ثم أحسب قيمتها .

4- ليكن τ الزمن المميز للحركة، نعطي في الشكل -1- منحنى تغيرات السرعة v بدلالة الزمن t .

إيجاد τ :

$$a_0 = \frac{v_L}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{v_L}{a_0} = \frac{7.12}{9.81} = 0.726s$$

5-أ- حساب التسارع a_1 :

$$a_1 + \frac{k}{m} v_1^2 = g \Rightarrow a_1 = g - \frac{k}{m} v_1^2$$

$$a_1 = 9.81 - \frac{4.8 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-3}} \times 4.25^2 = 6.34 m/s^2$$

ب- حساب سرعة الكرة v_2 :

حسب طريقة اولر: $v_2 = a_1 \Delta t + v_1$ حيث

$$\Delta t = 0.51 - 0.50 = 0.01s$$

$$v_2 = 6.34 \times 0.01 + 4.25 = 4.31 m/s$$

التمرين 15

نعتبر الجملة (الدارج و دراجته) نقطة مادية كتلتها 120 Kg.

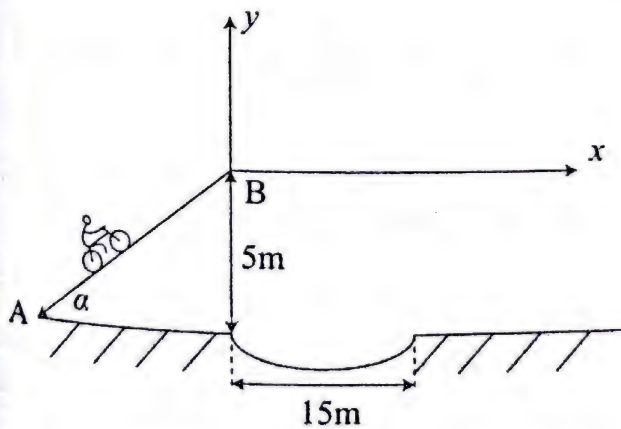
تنتقل الجملة من النقطة A ابتداء من السكون على مستوى يميل

عن الأفق بزاوية $\alpha = 23^\circ$ ، قوى الاحتكاك

تكافئ قوة وحيدة شدتها ثابتة وتساوي 12 N.

تصل الجملة من النقطة B الموجودة على ارتفاع 5m من سطح

الأرض بسرعة \vec{v}_B كما في الشكل التالي:



1-أ- أوجد معادلة مسار الجملة في المعلم السابق (همل مقاومة الهواء)

ب- ماهي أصغر شدة للسرعة \vec{v}_B التي تسمح للجملة باجتياز

خندق طوله 15m موجود على سطح الأرض؟

إذن $p = 67\pi$

ومنه دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الكرة

2-أ- تمثيل القوى المطبقة على الكرة:

المعادلة التفاضلية: بتطبيق القانون

الثاني لنيوتن على الكرة المنسوبة حركتها

الى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا نكتب:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على جهة الحركة نجد:

$$p - f = ma \Rightarrow mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g$$

3- إيجاد عبارة k: لما $v = v_L$ يكون $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\frac{k}{m} v_L^2 = g \Rightarrow k = \frac{mg}{v_L^2}$$

- حساب k:

$$k = \frac{2.5 \times 10^{-3} \times 9.81}{7.12^2} = 4.8 \times 10^{-4} kg/m$$

4-أ- ميل المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند المبدأ يمثل تسارع

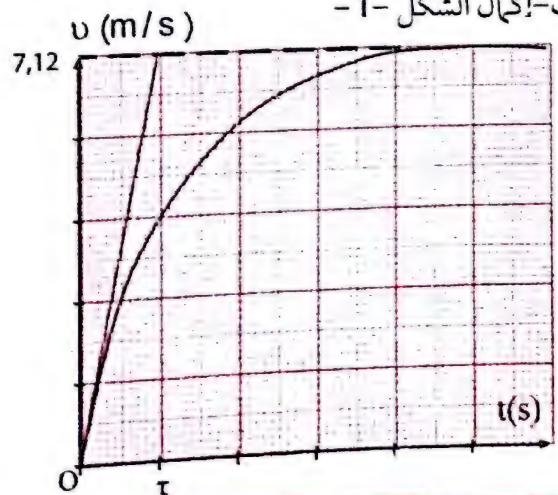
الكرة عند اللحظة $t_0 = 0$

$$a_0 + \frac{k}{m} v_0^2 = g$$

حيث: $v_0 = 0$

وعليه: $a_0 = g = 9.81 m/s^2$

ب- إكمال الشكل 1-



$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_B \sin \alpha \times t \dots\dots 2$$

من 1 نجد: $t = \frac{x}{v_B \cos \alpha}$ نعوض في المعادلة 2:

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_B \cos \alpha}\right)^2 + v_B \sin \alpha \frac{x}{v_B \cos \alpha}$$

$$y = \frac{-g}{2v_B^2 \cos^2 \alpha} x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

- حساب قيمة السرعة v_B : نعوض في معادلة المسار:

$$y = -5m; \alpha = 23^\circ; x = 15m$$

$$-5 = \frac{-10}{2 \cdot \cos^2 23^\circ v_B^2} 15^2 + 15 \cdot \tan 23$$

$$-5 = \frac{-1327,5}{v_B^2} + 6,37; v_B = 10.8m/s$$

2- أ - حساب تسارع الجملة على المستوى AB: بما أن

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام تكون:

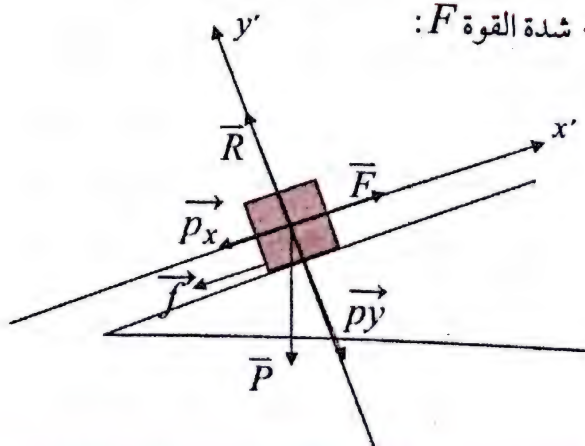
$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB) \Rightarrow a = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2AB}$$

$$AB = \frac{5}{\sin \alpha} \text{ و } v_A = 0$$

$$AB = \frac{5}{\sin \alpha} = \frac{5}{0.3907} = 12.797 \approx 12.8m \text{ إذن:}$$

$$a = \frac{(10.8)^2}{2 \times 12.8} = 4.56 m/s^2 \text{ ومنه:}$$

ب- شدة القوة F :



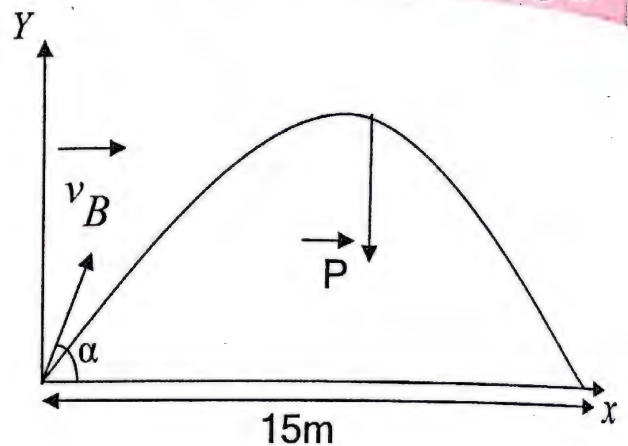
2- علما أن حركة الجملة على المستوي المائل AB كانت متغيرة بانتظام وشدة القوة المحركة للدراجة \vec{F} ثابتة أوجد:

أ- تسارع الجملة.

ب- شدة القوة \vec{F} .

تعطى: $g = 10m/s^2$

الحل:



1- أ - معادلة المسار:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (دراج+الدراجة) النسوية حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا يكون:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (ox): ($m \neq 0$)

$$ma_x = 0$$

$$a_x = 0$$

ومنه الحركة مستقيمة منتظمة معادلتها من الشكل:

$$x = vt + x_0$$

باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة القذف تكون: $x_0 = 0$

$$v = v_{Bx} = v_B \cos \alpha \text{ و}$$

$$x = v_B \cos \alpha \times t \dots\dots 1 \text{ ومنه}$$

بالإسقاط على المحور oy:

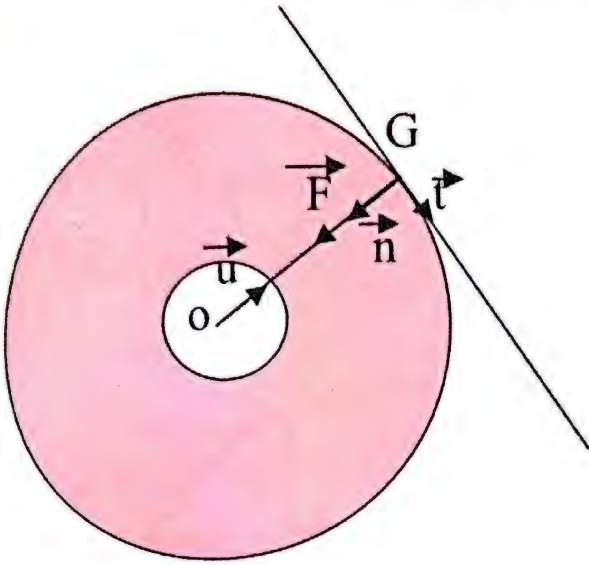
$$-p = ma_y \Rightarrow -mg = -ma_y \Rightarrow a_y = -g = cte$$

ومنه الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام معادلتها من الشكل:

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 + v_{0y} t + y_0; y_0 = 0$$

$$v_{0y} = v_{By} = v_B \sin \alpha$$

الحل:



$$\vec{F} = -G \frac{M_T \times m}{(R_T + h)^2} \vec{u} \quad \text{العبارة الشعاعية للقوة:}$$

- 2- أ- تمت دراسة حركة هذا القمر في المعلم الجيومركزي.
ب- عبارة التسارع: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر: G
المنسوبة حركته إلى المعلم جيومركزي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المحور (G, \vec{t}, \vec{n}) نجد: $F = ma$

$$G \frac{M_T \times m}{(R_T + h)^2} = ma$$

$$a = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

3- أ- خصائص شعاع التسارع:

- نقطة التأثير: مركز القمر.

- الحامل: الناظم المار بمركز الأرض.

- الجهة: من القمر نحو مركز الأرض.

- الشدة ثابتة: معطاة بالعبارة السابقة.

ب- عبارة السرعة: $\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$

بما أن الحركة دائرية منتظمة تكون $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{F} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على جهة الحركة نجد:

$$-P_x - f + F = ma \Rightarrow -mg \sin \alpha - f + F = ma$$

ومنه تكون:

$$F = mg \sin \alpha + f + ma \Rightarrow F = m(a + g \sin \alpha) + f$$

$$F = 120(4.56 + 10 \times \sin 23) + 12 = 1028,08 \text{ N}$$

التمرين 16

نعتبر القمر الاصطناعي جيوف A نقطة مادية G كتلتها $m = 800 \text{ kg}$ ويفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط.

يدور هذا القمر بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه O على ارتفاع $h = 23.6 \times 10^3 \text{ km}$ من سطح الأرض.

1- أ- أرسم مخططين بين فيه الأرض والقمر في مداره، والقوة التي تؤثر بها الأرض على القمر.

ب- أكتب العبارة الشعاعية لهذه القوة، علما أن شعاع الوحدة \vec{u} يتجه من O نحو G.

2- أ- في أي مرجع تمت دراسة حركة القمر؟

ب- أوجد عبارة التسارع a للنقطة G.

3- أ- ماهي خصائص شعاع التسارع \vec{a} لنقطة مادية تتحرك بحركة دائرية منتظمة.

ب- أثبت أن السرعة v للقمر تحقق العلاقة التالية

$$v^2 = \frac{M_T G}{R} \quad \text{حيث } R = R_T + h$$

4- أوجد عبارة الدور T للقمر بدلالة G، R، و M_T ثم أحسب قيمته.

تعطى: ثابت الجذب العام: $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ SI}$

و كتلة الأرض: $M_T = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$

نصف قطر الأرض: $R_T = 6.38 \times 10^3 \text{ km}$

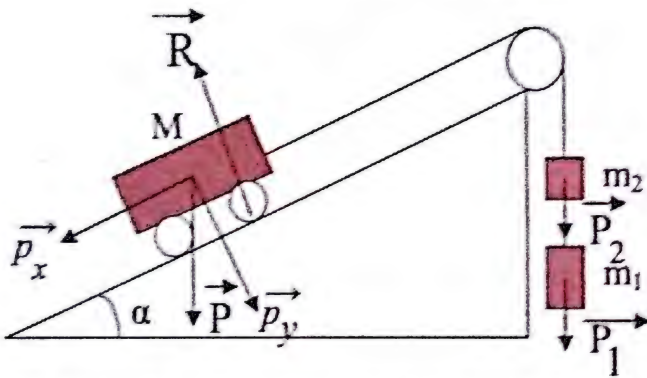
2- نضيف إلى الجملة $(m_1 + m_2)$ كتلة إضافية m' فنلاحظ أن سرعة العربة تصبح $v = 1 \text{ m/s}$ بعد s من بدء الحركة.
أ- عبر عن تسارع الحركة بدلالة M, m_1, m_2, m', g .
ب- أحسب قيمة m' في هذه الشروط.

3- بعد بلوغ السرعة المذكورة سابقا نترع الكتلة m' ما هي طبيعة حركة العربة ؟

بعضى: $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ $\alpha = 30^\circ$

الحل:

1- حساب m_2 لتحقيق التوازن



نعتبر الجملة هي (الحبل + $M + m_2 + m_1$) والحركة منسوبة إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا.

بتطبيق القانون الأول لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p} + \vec{R} = \vec{0}$$

بعد الإسقاط: $P_1 + P_2 = P_x$

$$m_1 g + m_2 g = M g \sin \alpha$$

$$m_1 + m_2 = M \sin \alpha \Rightarrow m_2 = M \sin \alpha - m_1$$

$$m_2 = 2 \sin 30 - 0.7 = 0.3 \text{ kg}$$

2- أ- عبارة التسارع: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة

$$(M + m' + m_2 + m_1 + \text{الحبل})$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}' + \vec{p} + \vec{R} = m \vec{a}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = a_n \times R$$

$$v^2 = G \frac{M_T}{(R_T + h)^2} (R_T + h)$$

$$v^2 = G \frac{M_T}{(R_T + h)}$$

4 - عبارة الدور:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 R^2}{v^2}$$

$$R = R_T + h, \quad v^2 = G \frac{M_T}{(R_T + h)}$$

$$T^2 = 4\pi^2 r^2 \frac{(R_T + h)}{G \times M_T}$$

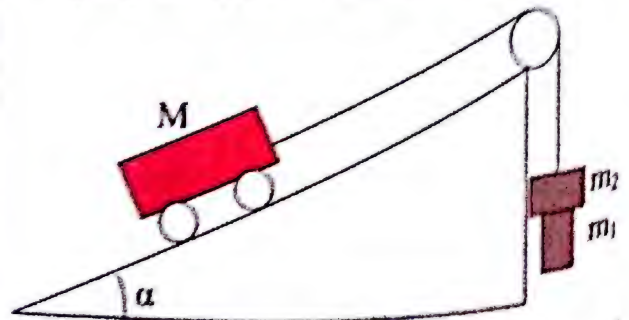
$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{G \times M_T}$$

$$T^2 = 270,226 \times 10^7 \text{ s}^2$$

$$T = 51983,3 \text{ s} = 14,44 \text{ h}$$

التمرين 17

بواسطة عربة كتلتها $M = 2 \text{ Kg}$ وجسم آخر كتلته $m_1 = 0,7 \text{ Kg}$ نحقق التركيب المبين في الشكل التالي:



أ- حدد قيمة الكتلة m_2 الواجب وضعها على m_1 لتحقيق التوازن.

بعد الإسقاط على محور الحركة :

$$p_1 + p_2 + p' - p \sin \alpha = (m_1 + m_2 + m' + M)a$$

$$(m_1 + m_2 + m' - M \sin \alpha)g = (m_1 + m_2 + m' + M)a$$

$$m_1 + m_2 - M \sin \alpha = 0 \quad \text{لكن:}$$

$$m'g = (m_1 + m_2 + m' + M)a \quad \text{إذن:}$$

$$\Rightarrow a = \frac{m'}{m_1 + m_2 + m' + M}g = cte$$

ب- حساب m' :

$$v = a\Delta t + v_0 \quad \text{حساب التسارع } a :$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{1 - 0}{1} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$m'g = (m_1 + m_2 + m' + M)a$$

$$m'(g - a) = (m_1 + m_2 + M)a$$

$$m' = \frac{(m_1 + m_2 + M)}{g - a}a = \frac{0.7 + 0.3 + 2}{10 - 1} = 0.333 \text{ kg}$$

3- طبيعة حركة العربة: $m' = 0 \Rightarrow a = 0$

إذن تواصل العربة حركتها على المستوي المائل بحركة مستقيمة منتظمة.

التمرين 18

1- نعتبر أن القمر الاصطناعي Galileo جسمًا نقطيًا (s)

لا يخضع إلا لقوة جذب الأرض له، يرسم مدارًا دائريًا على ارتفاع $h = 23.6 \times 10^3 \text{ km}$ عن سطح الأرض.

1- مثل كينيا الأرض، القمر الاصطناعي ومساره، ثم القوة المطبقة من طرف الأرض على القمر الاصطناعي.

2- ماهو المرجع الذي تدرس فيه الحركة؟ ماهي الفرضية التي يجب وضعها بالنسبة لهذا المرجع لتطبيق القانون الثاني لنيوتن؟

3- أعط مميزات شعاع التسارع \vec{a} للنقطة (s) في المرجع السابق.

4- أوجد عبارة سرعة الحركة بدلالة G, h, R_T, M_T

5- باستعمال المعطيات السابقة، أعط عبارة دور الحركة ثم أوجد قانون كيبلر الثالث.

II- لمقارنة حركة القمر الاصطناعي السابق بحركة أقمار اصطناعية أخرى، نعطي فيما يلي جدولًا مدونًا فيه دور ونصف قطر مدارات بعض الأقمار الاصطناعية:

| اسم القمر | R(km) | T(s) | R ³ (km ³) | T ² (s ²) |
|-----------|--------------------|--------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| GPS | 20.2×10^3 | 2.88×10^4 | | |
| GLONASS | 25.5×10^3 | 4.02×10^4 | | |
| METEOSAT | 42.1×10^3 | 8.58×10^4 | | |

1- أكمل الجدول ثم ارسم البيان $T^2 = f(R^3)$ باستعمال

$$\text{سلم الرسم: } 1 \text{ cm} \rightarrow 10^{13} \text{ km}^3$$

$$1 \text{ cm} \rightarrow 2 \times 10^9 \text{ s}^2$$

2- تأكد أن البيان يتوافق مع القانون الثالث لكيبلر.

3- استنتج كتلة الأرض M_T .

4- أوجد دور القمر الاصطناعي Galileo ثم احسب

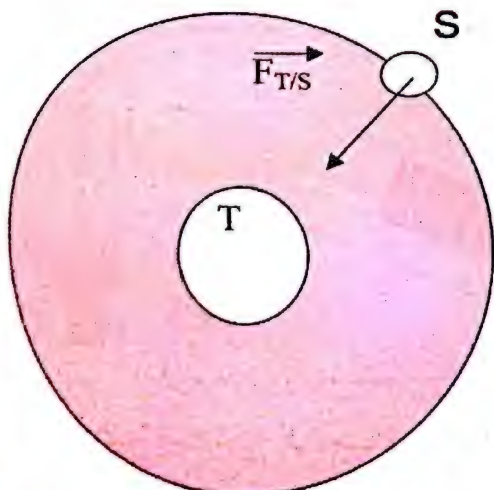
سرعته وتسارعه.

تعطى: نصف قطر الأرض: $R_T = 6.38 \times 10^3 \text{ km}$

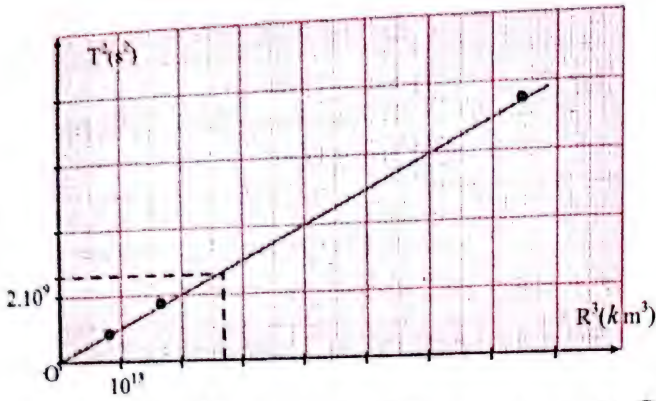
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

الحل:

1-



- تمثيل البيان $T^2 = f(R^3)$:



2- المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل : $T^2 = aR^3$ حيث a معامل التوجيه وهو يتوافق مع قانون كبلر الثالث الذي ينص أن مربع الدور يتناسب طرذا مع مكعب نصف قطر المسار الدائري.

3- حساب كتلة الأرض: بالمطابقة مع العلاقة السابقة :

$$a = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

حساب معامل التوجيه:

$$a = \tan \alpha = \frac{7.36 \times 10^9 - 0}{7.46 \times 10^{13} \times 10^9 - 0} = 9.87 \times 10^{-14} \text{ s}^2 / \text{m}^3$$

$$M_T = \frac{4\pi^2}{aG} = \frac{4 \times 3.14^2}{9.87 \times 10^{-14} \times 6.67 \times 10^{-11}} = 5.99 \times 10^{24} \text{ kg}$$

4- إيجاد دور القمر الاصطناعي :

$$R = h + R_T = (23.6 + 6.38) \times 10^3 = 29.98 \times 10^3 \text{ km}$$

$$R^3 = 2.69 \times 10^{13} \text{ km}^3$$

بعد الإسقاط نجد:

$$T^2 = 1.3 \times 2 \times 10^9 = 2.6 \times 10^9 \text{ s}^2$$

$$\Rightarrow T = 50.99 \times 10^3 \text{ s}$$

2- المرجع الذي ندرس فيه الحركة هو المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا لتطبيق القانون الثاني لنيوتن .

3- مميزات شعاع التسارع $\vec{a} = a_n \vec{n} + a_t \vec{t}$:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/s} = m\vec{a}$$

$$G \times \frac{mM_T}{(R_T + h)^2} \vec{n} = m(a_n \vec{n} + a_t \vec{t})$$

$$a_n = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)^2}, \quad a_t = 0$$

نقطة التأثير هي القمر الاصطناعي (S)

الحامل هو المستقيم (TS)

الجهة من القمر (S) إلى الأرض (T)

$$a = a_n = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} \quad \text{الشدة}$$

4- عبارة السرعة: اعتمادا على عبارة التسارع الناظمي نكتب:

$$a_n = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

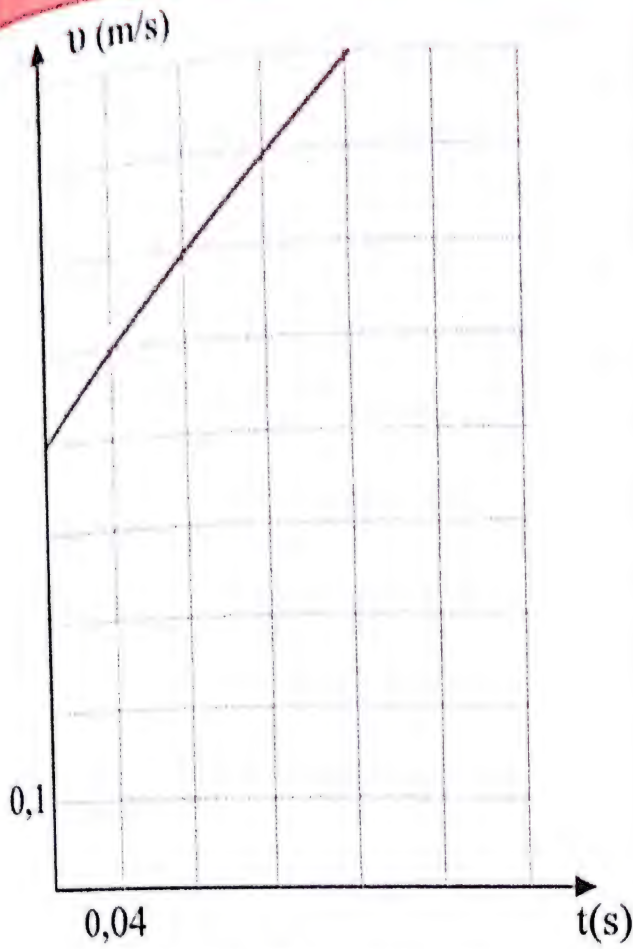
$$T = 2\pi \frac{(R_T + h)}{v} \quad \text{5- عبارة الدور:}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{(R_T + h)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 (R_T + h)^3}{GM_T}$$

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} = K \quad \text{وهو القانون الثالث لكبلر.}$$

1- II - إكمال الجدول:

| اسم القمر | $R^3 (km^3)$ | $T^2 (s^2)$ |
|-----------|-----------------------|--------------------|
| GPS | 8.24×10^{12} | 8.29×10^8 |
| GLONASS | 1.66×10^{13} | 1.62×10^9 |
| METEOSAT | 7.46×10^{13} | 7.36×10^9 |



- 1- حدد طبيعة حركة الجسم (S_1) مع التعليل.
- 2- أحسب المسافة المقطوعة من طرف الجسم (S_2) بين اللحظتين $t_1=0,04s$ و $t_2=0,12s$.
- 3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أحسب :
 - أ- شدة تأثير السطح على الجسم (S_2) .
 - ب- شدة قوة الاحتكاك.
- 4- في اللحظة $t=0,16s$ ينقطع الخيط فجأة.
- ما طبيعة حركة الجسم (S_1) . يعطى : $g=9,8 \text{ m/s}^2$

الحل:

- 1- طبيعة حركة الجسم (S_1)
 المنحنى عبارة عن خط مستقيم لا يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $v=ct+b$ حيث c معامل التوجيه و يمثل تسارع الحركة a .

$$c=a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0,9-0,5}{0,04 \times 4}=2,5 \text{ m/s}^2 > 0$$
 نلاحظ أن : $v > 0$ و عليه : $av > 0$
 إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

- حساب سرعة القمر الاصطناعي :

$$v=\frac{2\pi R}{T}=2\pi \frac{29,98 \times 10^6}{50,99 \times 10^3}=3694,25 \text{ m/s}$$

- حساب تسارع القمر الاصطناعي :

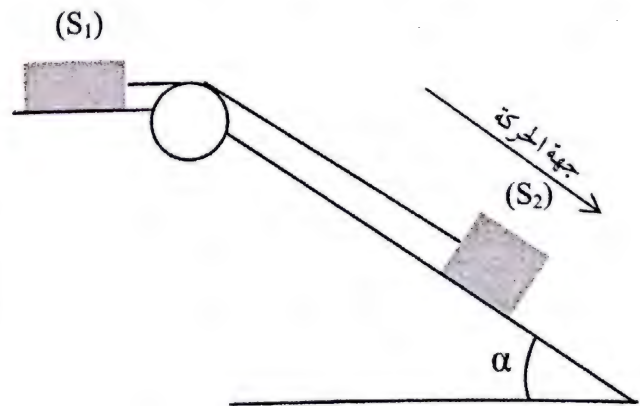
$$a=\frac{GM_T}{R^2}=\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,99 \times 10^{24}}{(29,98 \times 10^6)^2}$$

$$=0,445 \text{ m/s}^2$$

التمرين 19

لديك الجملة الميكانيكية المبينة في الشكل التالي والتي تتكون من:

- بكرة مهملة الكتلة يمر بمحزها و دون إحتكاك خيط مهمل الكتلة غير قابل للإمتطاط .
- جسم صلب (S_1) كتلته $m_1=0,5 \text{ kg}$ يمكن أن ينزلق دون إحتكاك على مستوي أفقي .
- جسم صلب (S_2) كتلته $m_2=2 \text{ kg}$ ينتقل في مستوي مائل بزاوية $\alpha=30^\circ$ يخضع لقوى إحتكاك تكافئ قوة وحيدة ثابتة.



يعطى بيان تغيرات السرعة v للجسم (S_1) بدلالة الزمن:

بعد الإسقاط على محور الدراسة نجد:

$$p_2 \sin \alpha - f = (m_1 + m_2)a$$

$$f = p_2 \sin \alpha - (m_1 + m_2)a$$

$$= 2 \times 9.8 \sin 30 - (2 + 0.5)2.5 = 3.55 \text{ N}$$

4- في اللحظة $t = 0.16 \text{ s}$

تكون سرعة الجسم (S_1) : $v = 0.9 \text{ m/s}$ (من البيان)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S_1) :

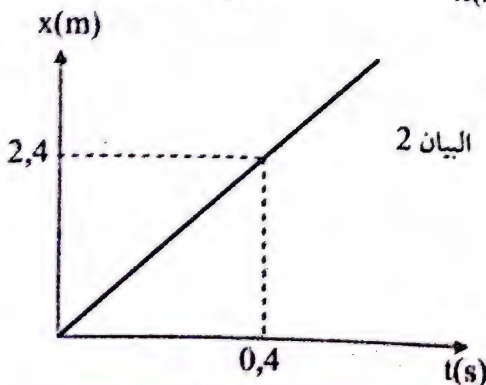
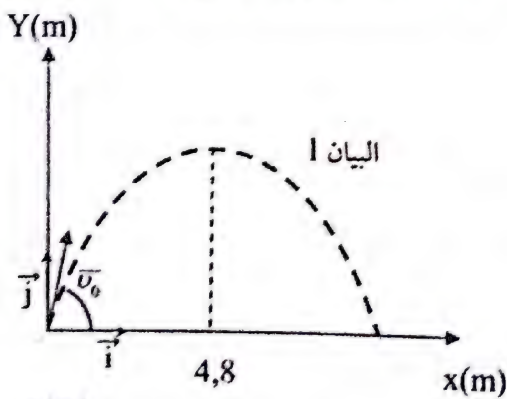
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}'$$

$$\vec{p}_1 + \vec{R}_1 = m_1 \vec{a}'$$

بعد الإسقاط على محور الدراسة: $a' = 0 \Rightarrow m_1 a' = 0$
إذن يواصل الجسم (S_1) بحركة مستقيمة منتظمة.

التمرين 20

نقذف جسماً كتلته m نعتبره نقطياً من نقطة (O) نعتبرها مبدأ المعلم (\vec{i}, \vec{j}, O) بسرعة \vec{v}_0 يصنع حاملها زاوية α مع المحور الأفقي (Ox).
سمحت الدراسة التجريبية بتمثيل المنحنيات البيانية التالية:



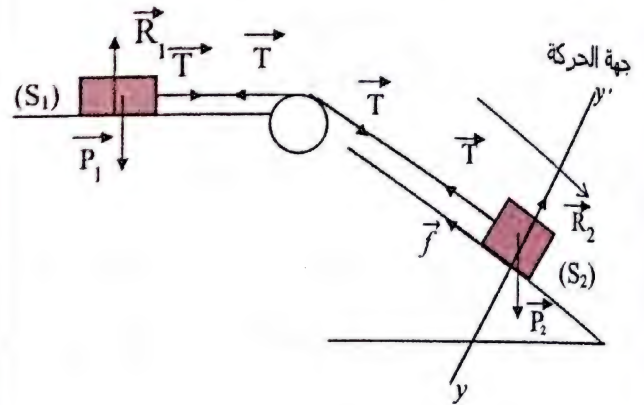
$$v_2^2 - v_1^2 = 2ad \quad \text{2- حساب المسافة المقطوعة:}$$

$$d = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{0.8^2 - 0.6^2}{2 \times 2.5} = 0.056 \text{ m}$$

ط2: طريقة المساحات: مساحة شبه منحرف.

$$d = \frac{(0.8 + 0.6) \times 0.08}{2} = 0.056 \text{ m}$$

3-1 حساب شدة تأثير السطح على الجسم (S_2)



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (S_2) و الحركة

منسوبة إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}$$

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T} + \vec{f} = m_2 \vec{a}$$

$$R_2 - P_{2y} = 0 \quad (yy')$$

$$R_2 = p_2 \cos \alpha = m_2 g \cos \alpha$$

$$= 2 \times 9.8 \cos 30^\circ = 16.97 \text{ N}$$

ب- حساب شدة قوة الاحتكاك:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة $(S_2, S_1, \text{الحبل})$

$$\sum \vec{F}_{ext} = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{f} + \vec{p}_1 + \vec{R}_1 = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$v_x = v_0 \cos \alpha \dots\dots\dots 1$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha \dots\dots\dots 2$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية نجد:

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t$$

أ- حساب شدة $\overline{v_0}$ من البيان 2

$$v_x = v_{0x} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{2.4 - 0}{0.4 - 0} = 6 \text{ m/s}$$

من البيان 3 وعند $t=0 \Rightarrow v_{oy} = 8 \text{ m/s}$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ m/s}$$

ب- حساب زاوية القذف:

$$v_x = v_0 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{v_x}{v_0} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$\alpha = 53.13^\circ \text{ ج}$$

- حساب أقصى ارتفاع:

$$\text{من البيان 03: } v_y = 0 \Rightarrow t = 0.8 \text{ s}$$

نعوض في العلاقة (4):

$$y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 0.8^2 + 10 \times \sin 53.13^\circ \times 0.8$$

$$y = 3.2 \text{ m}$$

د - حساب الكتلة m :

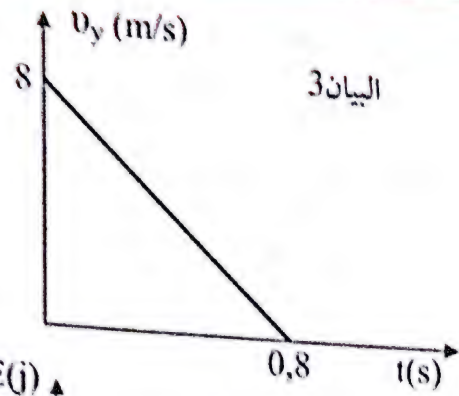
$$\text{من البيان 04: } EPP = mgh = mgy$$

$$m = \frac{EPP}{gy} = \frac{3.2}{3.2 \times 10} = 0.1 \text{ kg}$$

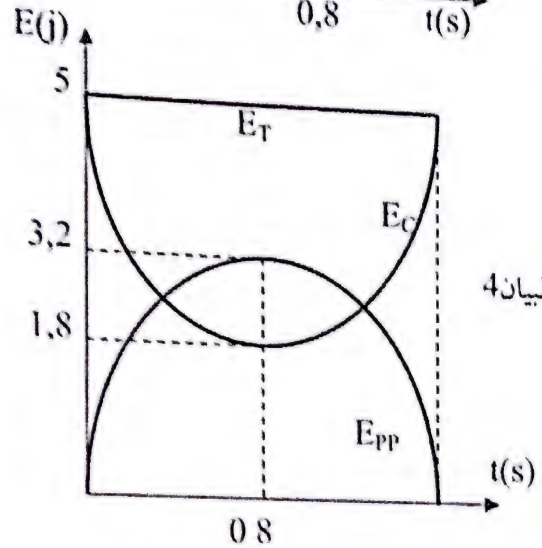
هـ - سرعة الاصطدام بالأرض:

من العلاقة (4): لحظة الاصطدام بالأرض:

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \alpha t = 0$$



البيان 3



البيان 4

1- أوجد المعادلات الزمنية لحركة الجسم المقذوف وفق

المحورين (Ox) و (Oy).

2- إعتادا على ما سبق والمنحنيات أوجد ما يلي:

أ- شدة شعاع السرعة الابتدائية $\overline{U_0}$.

ب- زاوية القذف α .

ج- أقصى ارتفاع يبلغه الجسم (الذروة).

د- الكتلة m للجسم.

هـ- سرعة اصطدام الجسم بالأرض. يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

الحل:

المعادلات الزمنية: بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المنسوبة حركته إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

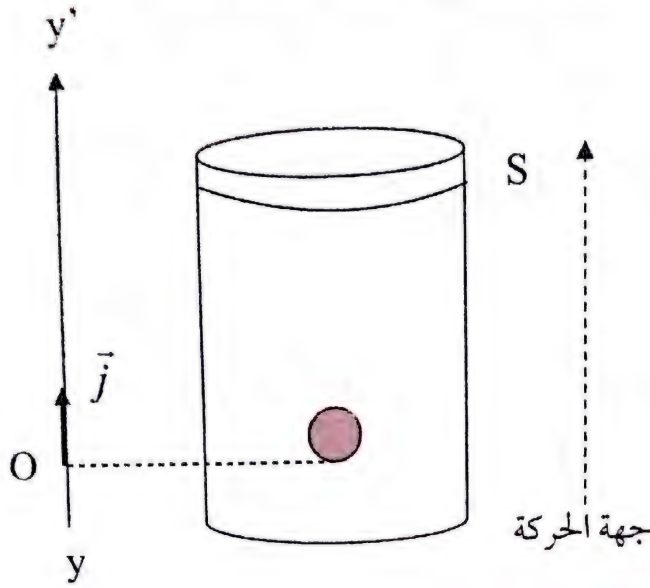
$$\vec{p} = m\vec{a}$$

عند الإسقاط على المحورين (Ox) و (Oy) نجد:

$$0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0$$

$$-mg = ma_y \Rightarrow a_y = -g$$

ب- ما هو التغير الذي يحدث لكل من π و f عندئذ ؟



الحل:

1- حساب النسبة $\frac{\pi}{p}$:

$$\frac{\pi}{p} = \frac{\rho_f V g}{m g} = \frac{\rho_f}{\rho_g} = \frac{1.05 \times 10^3}{1.8} = 583.3$$

$$= \frac{\rho_f V g}{\rho_g V g}$$

إذن ثقل الفقاعة مهمل أمام دافعة أرخيدس.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الفقاعة المنسوبة حركتها

$$\bar{\pi} + \bar{f} = m \bar{a}$$

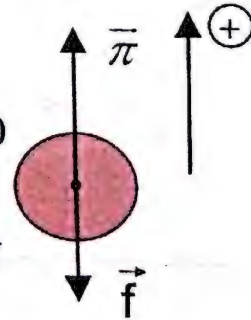
$$\pi - f = ma$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$\rho_f \times V \times g - kv = m \times \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} - \frac{\rho_f \times V \times g}{m} + \frac{k}{m} v = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{\rho_g \times V} v = \frac{\rho_f}{\rho_g} g$$



$$\frac{dv}{dt} + Av = B \text{ بالعلاقة:}$$

$$B = \frac{\rho_f}{\rho_g} g \text{ و } A = \frac{k}{\rho_g V} \text{ نجد:}$$

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2 \times 10 \sin 53.13^\circ}{10} = 1.6s$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 10 \cos 53.13^\circ = 6m/s$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin \alpha$$

$$= -10 \times 1.6 + 10 \sin 53.13^\circ$$

$$= -8m/s$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10m/s$$

التمرين 21

في اللحظة $t=0$ ومن النقطة O مبدأ المعلم (yy') انطلقت فقاعة غاز CO_2 دون سرعة ابتدائية .

من كأس به مشروب غازي شاقوليا نحو السطح الساكن (S).
لهذه الفقاعة الصغيرة حجم $V=0,1 \text{ cm}^3$ ونصف قطر R
(نفرض أنها ثابتين أثناء الصعود).

الكتلة الحجمية لغاز CO_2 : $\rho_g = 1,8 \text{ kg/m}^3$

الكتلة الحجمية للمشروب الغازي: $\rho_f = 1,05 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

تسارع الجاذبية الأرضية: $g = 10 \text{ m/s}^2$

من بين القوى المطبقة على الفقاعة قوة الاحتكاك مع المشروب الغازي التي شدتها تعطى بالعلاقة: $f = kv$ حيث v سرعة مركز عطلاة الفقاعة.

1- يتبين أنه يمكن إهمال ثقل الفقاعة أمام دافعة أرخيدس المطبقة عليها.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أكتب عبارة المعادلة التفاضلية بدلالة: $g, v, k, \rho_f, \rho_g, V$ مبينا أنها تكتب على الشكل: $\frac{dv}{dt} + Av = B$ حيث يطلب إيجاد عبارة كل من A و B.

3- أوجد عبارة السرعة الحدية v_L .

ب- أحسب قيمة k إذا كانت قيمة السرعة الحدية $v_L = 15 \text{ m/min}$.

4- أ- عمليا حجم الفقاعة متغير لماذا ؟

3-1- عبارة السرعة v_L :

من أجل $v = v_L$ تكون $\frac{dv}{dt} = 0$ وعليه نكتب :

$$\frac{k}{\rho_g V} \times v_L = \frac{\rho_f}{\rho_g} \times g \Rightarrow v_L = \frac{\rho_f \times V \times g}{k}$$

ب- حساب k :

$$k = \frac{\rho_f \times V \times g}{v_L} = \frac{1.05 \times 10^3 \times 0.1 \times 10^{-6} \times 10}{\frac{15}{60}} = 4.2 \times 10^{-3} \text{ kg/s}$$

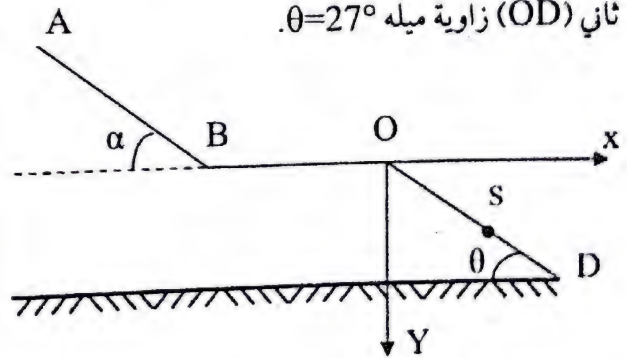
4-1- حسب قانون ماريوت: $PV = cte$ حجم الفقاعة يزداد

بصعودها نحو السطح لأن الضغط المسلط عليها من طرف المائع ينقص .

ب- زيادة الحجم يزيد من دافعة أرخميدس π ويزيد من قوة احتكاكها مع المائع \vec{f} .

التمرين 22

متزحلق على الثلج كتلته مع عدته $m = 80 \text{ kg}$ ينطلق في اللحظة $t = 0$ من قمة مستوي مائل طوله $AB = 40 \text{ m}$ يميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30^\circ$ ثم يكمل حركته على مستوي أفقي (BO) وفي نهايته يقذف إلى مستوي مائل ثاني (OD) زاوية ميله $\theta = 27^\circ$.



1- الدراسة النظرية: باعتبار الاحتكاك مهملاً .

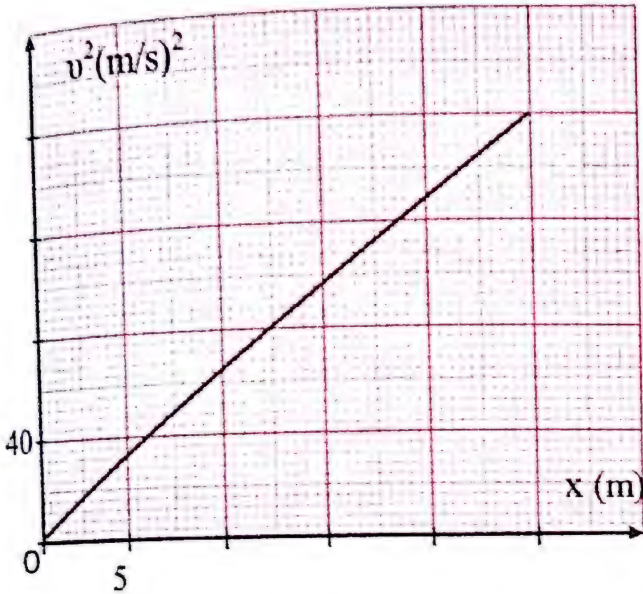
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن إستنتج تسارع مركز عطاءة المتزحلق.

2- أحسب الطاقة الحركية له في نهاية المستوي المائل.

3- أكتب المعادلة الزمنية لحركته باعتبار الموضع A مبدئاً للفواصل.

II- الدراسة التجريبية:

سمحت الدراسة التجريبية برسم بيان مربع سرعة v^2 المتزحلق بدلالة فاصلته x .



1- هل هذه الدراسة متطابقة مع الدراسة النظرية السابقة؟

2- إذا كانت الإجابة بنعم علل، أما إذا كانت بالنفي أذكر العامل المسبب لهذا التغير .

3- أحسب المقدار المميز له باعتباره ثابتاً أثناء الحركة.

4- أحسب v_B سرعة المتزحلق في نهاية المستوي المائل.

III- يتابع حركته على المستوي (BO) بدون احتكاك ليُقذف عند الموضع O.

- أوجد المعادلات الزمنية للمتزحلق في المستوي (Ox, Oy) ثم استنتج معادلة المسار.

2- أوجد (x_s, y_s) إحداثيات موضع سقوط المتزحلق على المستوي (OD).

3- أوجد v_s سرعة سقوط المتزحلق في الموضع S.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$

بالمطابقة مع العلاقة $v^2 - v_0^2 = 2ax$ نجد $v_0^2 = 0$ و $A = 2a$

- حساب معامل التوجيه: $A = \frac{4.40}{5.5} = 6.4 m/s^2$

عما سبق: $a = \frac{A}{2} = \frac{6.4}{2} = 3.2 m/s^2$

نلاحظ أن قيمة التسارع في الدراسة التجريبية غير مساوية لقيمة التسارع في الدراسة النظرية.

2- قيمتا التسارع غير متطابقتين نظرا لوجود احتكاك.

3- حساب شدة القوة f

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

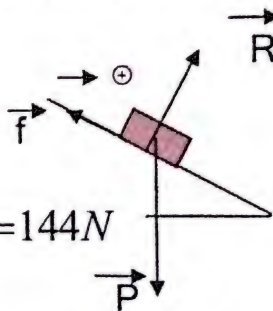
$\vec{p} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$p \sin \alpha - f = ma$

$f = m(g \sin \alpha - a)$

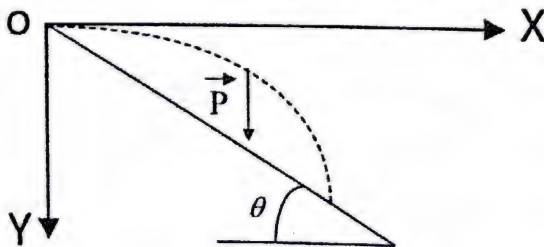
$= 80(10 \times 0.5 - 3.2) = 144 N$



4- حساب v_B' : $v_B'^2 - v_A'^2 = 2ax$ $v_A'^2 = 0$

$v_B' = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \times 3.2 \times 40} = 16 m/s$

III- 1- المعادلات الزمنية:



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{p} = m\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحورين (Ox) و (Oy) نجد:

$a_y = g$ $a_x = 0$ بالتكامل ومن الشروط الابتدائية

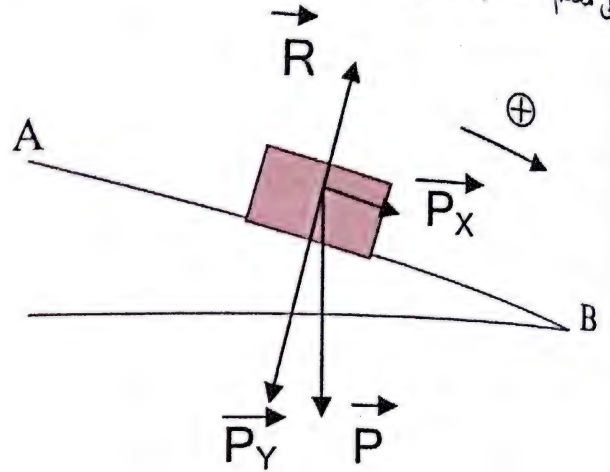
$v_y = gt \dots \dots 2$

$v_x = v_0 \dots \dots 1$

الحل:

I- الدراسة النظرية و باعتبار الاحتكاك مهملاً:

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المتزحلقة المنسوبة حركته إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:



$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$p \sin \alpha = ma$

$a = g \sin \alpha = 10 \sin 30 = 5 m/s^2$

2- حساب $Ec_A + w(\vec{p}) = Ec_B$: Ec_B

$Ec_A = 0$

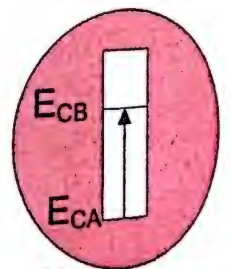
$w(\vec{p}) = Ec_B$ $\vec{W(P)}$

$Ec_B = mgh$

$Ec_B = mg(AB) \sin \alpha$

$= 80 \times 10 \times 40 \times \sin 30$

$= 16000 J$



3- المعادلة الزمنية: بما أن $a \neq 0$ فإن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام

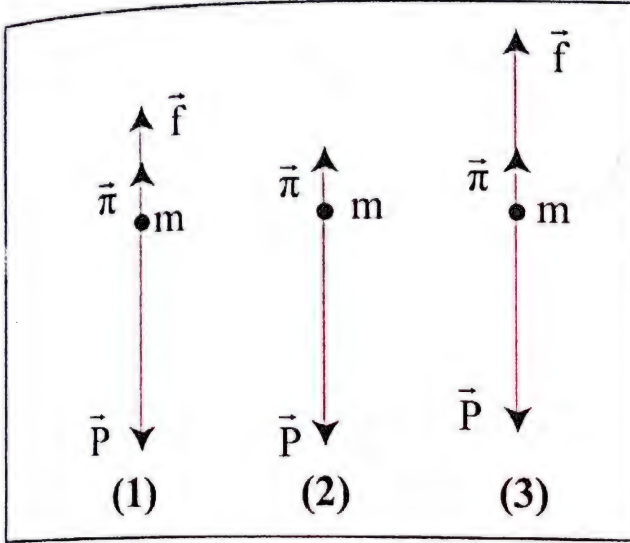
بانتظام معادلتها الزمنية هي: $x = \frac{1}{2} at^2 = 2.5t^2$

II- الدراسة التجريبية:

1- المنحنى عبارة عن خط مستقيم يمر بالمبدأ معادلته من الشكل $v^2 = Ax$ حيث A معامل التوجيه.

التمرين 23

1- يعطى التمثيل الشعاعي للقوى المطبقة على كرة تسقط شاقوليا في الهواء .



- رتب هذه الأشكال حسب التزايد الزمني أثناء الحركة، مع التعليل.

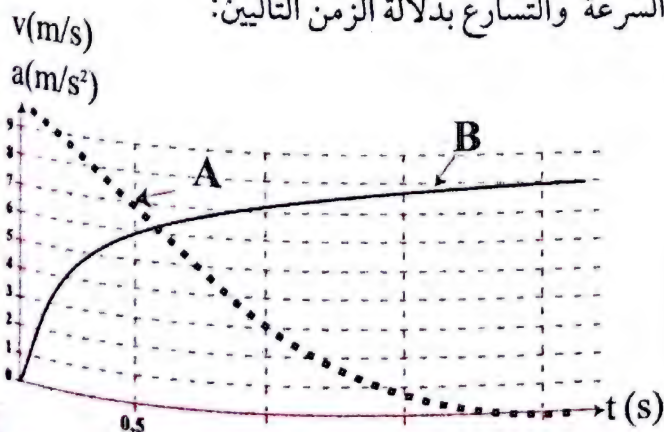
2- المعطيات التالية تخص كرة تسقط في الهواء شاقوليا.

| | | | |
|---------------|------------------------|-----------------------|------------------|
| كتلة الكرة | $m=2,3g$ | التسارع الأرضي | $g=9,8m.s^{-2}$ |
| نصف قطر الكرة | $r=1,9cm$ | الكتلة الحجمية للهواء | $p=1,3kg.m^{-3}$ |
| حجم الكرة | $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ | قوة الاحتكاك | $f=kv^2$ |

2- هل يمكن إهمال دافعة أرخيدس أمام الثقل؟

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة الكرة.

4- إن المتابعة الزمنية لحركة الكرة مكّنت من رسم بياني السرعة والتسارع بدلالة الزمن التاليين:



بالتكامل ومن الشروط الابتدائية : $x=v_0 t \dots\dots\dots 3$

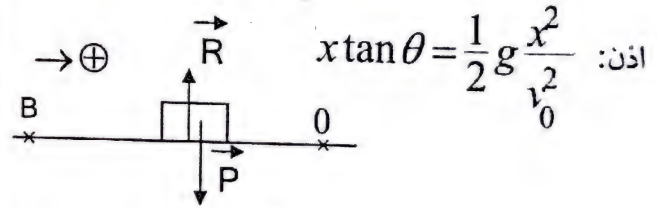
$$y=\frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots 4$$

معادلة المسار: $x=v_0 t \Rightarrow t=\frac{x}{v_0}$

$$y=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2} \dots\dots\dots 5$$

2- إيجاد إحداثيات موضع السقوط:

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \tan \theta$$



$$x \tan \theta = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \text{إيجاد } v_0$$

$$\vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه: $0 = ma \Rightarrow a = 0$

إذن يواصل المترحلح بحركة مستقيمة منتظمة على المستوي (BO).

$$v'_B = v_0 = 16m/s \quad \text{إذن}$$

$$v_B = \frac{2v_0^2 \tan 27^\circ}{g}$$

$$\Rightarrow x_S = \frac{2 \times 16^2 \times \tan 27^\circ}{10} = 26.09m$$

$$y_S = x_S \tan 27^\circ = 26.09 \tan 27^\circ = 13.29m$$

$$v_S = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad \text{3- حساب } v_S$$

$$v_x = v_0 = 16m/s$$

$$t = \frac{x_S}{v_0} = \frac{26.09}{16} = 1.63s$$

$$v_y = gt = 10 \times 1.63 = 16.3m/s$$

$$v_S = \sqrt{16^2 + 16.3^2} = 22.84m/s$$

5- أ- تحديد v_L

من البيان: $v_L = 8m/s$

ب - حساب k : $\frac{k}{m} \times v_L^2 = g \Rightarrow k = \frac{m \times g}{v_L^2}$

$$= \frac{2.3 \times 10^{-3} \times 9.8}{8^2} = 3.52 \times 10^{-4} SI$$

تحديد وحدة k :

$$[k] = \frac{[m][g]}{[v_L]^2} = \frac{[M][L][T]^{-2}}{[L]^2[T]^{-2}} = \frac{[M]}{[L]} = kg/m$$

ج- عند اللحظة $t=0$ تكون: $a_0 = g = 9.8m/s^2$

د- إيجاد τ : $a_0 = \frac{v_L}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{v_L}{a_0} = \frac{8}{9.8} = 0.82s$

6- من المعادلة التفاضلية:

$$a + \frac{k}{m} v^2 = g \Rightarrow \frac{k}{m} v^2 = g - a$$

$$v^2 = \frac{m}{k} (g - a) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{m}{k} (g - a)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2.3 \times 10^{-3}}{3.52 \times 10^{-4}} (9.8 - a)}$$

$$= \sqrt{64.1 - 6.5a}$$

التمرين 24

متزحلق على الجليد كتلته مع عدته $m=60kg$ نعتبره جسما نقطيا عند مركز عطالته G ، يتحرك على مسار جليدي ABCD ثم يقفز في الهواء كقذيفة مسارها DSP و المسار الكلي يقع في مستوى شاقولي.

تهمل مقاومة الهواء في كامل التمرين و نعتبر $g=10m/s^2$.
I- المسار AB مستوي مائل طوله $AB=20m$ يصنع زاوية $\alpha=50^\circ$ مع الأفق.

5- أنسب كل منحني للمقدار الموافق مع التعليل

أ- حدد قيمة السرعة الحدية v_L .

ب- أثبت أن القيمة التجريبية لثابت الاحتكاك k هي: $k=3,52.10^{-4} SI$.

- يطلب تحديد وحدته.

ج- حدد قيمة تسارع الحركة عند اللحظة $t=0$.

د- أوجد قيمة الزمن المميز للسقوط τ .

6- أثبت أن العبارة التجريبية للسرعة اللحظية للكرية تعطى

$$v = \sqrt{64,1 - 6,5a}$$

الحل:

1- عند اللحظة $t=0$ تكون الاحتكاكات معدومة ثم

تزداد تدريجيا بازدياد السرعة v و بالتالي الترتيب هو: الشكل 2 ثم 1 ثم 3.

2- يمكن إهمال دافعة أرخميدس أمام الثقل p لأن:

$$\frac{p}{\pi} = \frac{m \times g}{\rho \times V \times g} = \frac{m}{\rho \times \frac{4}{3} \times \pi \times r^3}$$

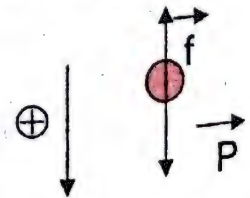
$$= \frac{3 \times 2.3 \times 10^{-3}}{4 \times 1.3 \times 3.14 (1.9 \times 10^{-2})^3} = 61.6$$

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها

لعلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{p} + \vec{f} = m\vec{a}$$



بعد الإسقاط على المحور الموجه

$$p - f = ma, \quad mg - kv^2 = m \frac{dv}{dt}, \quad \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v^2 = g$$

4- عند اللحظة $t=0$ تكون $v=0$ و $a_0=g$ $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$

وبالتالي المنحنى A يمثل منحنى التسارع $a = f(t)$

و المنحنى B يمثل منحنى السرعة $v = f(t)$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المتزحلق المنسوبية حركته الى

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad \text{معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :}$$

$$\vec{p} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بعد الاسقاط على المحور الموجه: $p_x - f = ma$

$$mg \sin \alpha - f = ma \Rightarrow a = g \sin \alpha - \frac{f}{m} = \text{cste}$$

اذن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

$$v_A^2 = 0 \quad \text{2- حساب تسارع المتزحلق:}$$

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB)$$

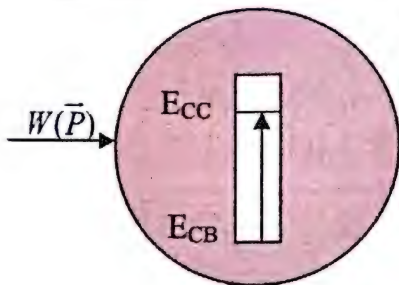
$$\Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2(AB)} = \frac{15^2}{2 \times 20} = 5.625 \text{ m/s}^2$$

3- حساب شدة قوة الاحتكاك f :

$$f = mg \sin \alpha - ma = m(g \sin \alpha - a)$$

$$= 60(10 \sin 50^\circ - 5.625) = 122.13 \text{ N}$$

II- 1- عبارة v_C



$$E_{c_B} + w(\vec{p}) = E_{c_C}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$h = r - r \cos \beta = r(1 - \cos \beta) \quad \text{حيث:}$$

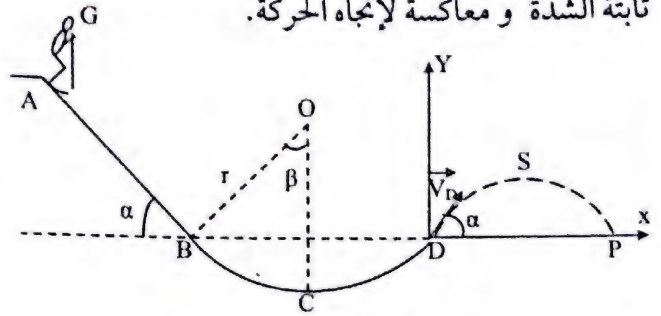
$$\frac{1}{2}v_B^2 + gr(1 - \cos \beta) = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gr(1 - \cos \beta)}$$

$$= \sqrt{15^2 + 2 \times 10 \times 10(1 - \cos 50^\circ)}$$

$$= 17.22 \text{ m/s}$$

توجد على هذا المسار قوى احتكاك تكافئ قوة وحيدة \vec{f} ثابتة الشدة و معاكسة لاتجاه الحركة.



ينطلق المتزحلق من الموضع A بدون سرعة ابتدائية.

1- أدرس الحركة على المسار AB مبينا طبيعتها.

2- أحسب تسارع مركز العطالة G بإعتبار أنه وصل إلى

الموضع B بسرعة قدرها $V_B = 15 \text{ m/s}$.

3- أحسب شدة قوة الاحتكاكات.

II- المسار BCD قوس من دائرة مركزها O نصف قطرها $r = 10 \text{ m}$ و الزاوية $\alpha = \beta$ مع إهمال جميع الاحتكاكات على هذا المسار.

1- استنتج عبارة السرعة عند الموضع C الواقعة على شاقول

المركز O بدلالة V_B , β , r , g ثم أحسب قيمتها.

2- بين أن عبارة شدة فعل المستوى على المتزحلق عند الموضع

C هي: $R = m(g + V_C^2/r)$ ثم أحسب قيمتها.

III- وفق المسار DSP يتحرك المتزحلق تحت تأثير ثقله

فقط منطلقا من الموضع D بسرعة $V_D = V_B = 15 \text{ m/s}$

تصنع زاوية α مع المستوي الأفقي BDP.

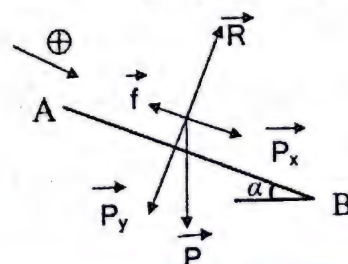
1- علل تساوي سرعتين V_D و V_B .

2- أكتب معادلة المسار ثم أحسب المدى.

3- أحسب أقصى إرتفاع يصله المتزحلق

الحل:

I- 1- دراسة حركة المتزحلق على المسار AB



- حساب المدى :

$$y=0 \Rightarrow -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_D^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{2v_D^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} = \frac{v_D^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$= \frac{15^2 \sin 100^\circ}{10} = 22.16m$$

3- حساب أقصى ارتفاع يبلغه المتزحلق :

$$v_y = 0 \Rightarrow -gt + v_D \sin \alpha = 0$$

$$t = \frac{v_D \sin \alpha}{g} = \frac{15 \sin 50^\circ}{10} = 1.15s$$

$$y = -\frac{1}{2} \times 10 \times 1.15^2 + 15 \sin 50^\circ \times 1.15$$

$$= 6.6m$$

التمرين 25

المعطيات: كتلة الأرض $M_T = 6.10^{24} kg$

ثابت الجذب العام: $G = 6.67.10^{-11} SI$

بعد الشمس عن الأرض $d = 1.5.10^8 km$

نصف قطر الأرض: $R = 6400 km$

1- قوة التجاذب بين الأرض والشمس هي $F = 3.5.10^{22} N$

- عبر بدلالة: F, d, G, M_T عن كتلة الشمس M_S ، ثم أحسبها.

2- قمر إصطناعي (نعتبره نقطة مادية) كتلته m يرسم مساراً دائرياً حول الأرض على ارتفاع $h = 400 km$

أ- بين أن حركة القمر الإصطناعي هي حركة دائرية منتظمة.

ب- عبر عن سرعة القمر الإصطناعي v بدلالة: r, G, M_T .
نصف قطر مدار القمر حول الأرض، ثم أحسب شدتها.

ج- أوجد العبارة الحرفية للدور T .

2- إيجاد عبارة R فعل المستوي على المتزحلق :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{p} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الناظم: $R - p = ma_n$

$$R - mg = m \frac{v_c^2}{r} \Rightarrow R = m(g + \frac{v_c^2}{r})$$

$$R = 60(10 + \frac{17.22^2}{10}) = 2379.17N$$

III-1- تتساوى سرعتين v_D و v_B لأن :

$$Em_B = Em_D$$

$$Ec_B + EPP_B = Ec_D + EPP_D$$

$$Ec_B = Ec_D \Rightarrow v_B = v_D$$

2- معادلة المسار: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{p} = m\vec{a}$$

بعد الاسقاط على المحورين $(\vec{D}x)$ و $(\vec{D}y)$:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية :

$$v_x = v_D \cos \alpha \dots\dots\dots 1$$

$$v_y = -gt + v_D \sin \alpha \dots\dots\dots 2$$

بالتكامل ومن الشروط الابتدائية :

$$x = v_D \cos \alpha t \dots\dots\dots 3$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_D \sin \alpha t \dots\dots\dots 4$$

من العلاقة 3: $t = \frac{x}{v_D \cos \alpha}$

نعوض t في العلاقة 4 نجد:

$$y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_D^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha$$

د- حركة القمر الاصطناعي تخضع للقانون الثالث لكبلر،
أي العبارات التالية توافقه:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G.M_T}{4\pi^2}$$

العبارة -2-

العبارة -1-

$$\frac{r^2}{T^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

$$\frac{r^2}{T^3} = \frac{G.M_T}{4\pi^2}$$

العبارة -4-

العبارة -3-

هـ- عبر بدلالة: R, G, M_T, T عن h_0 (الإرتفاع الذي يوجد عنده القمر الاصطناعي الجيومستقر).
- أحسب قيمة h_0 .

الحل:

1- عبارة كتلة الشمس M_S :

$$F = G \frac{M_S M_T}{d^2} \Rightarrow M_S = \frac{F d^2}{G M_T}$$

حساب M_S :

$$M_S = \frac{3.5 \times 10^{22} (1.5 \times 10^{11})^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}} = 1.97 \times 10^{30} \text{ kg}$$

2- أ- إثبات أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة:
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القمر الاصطناعي المنسوبة
حركته الى معلم مركزي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{T/S} = m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/S} = m (a_n \vec{n} + a_t \vec{t})$$

بالمطابقة بين الطرفين:

$$a_t = 0 \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = cte$$

اذن الحركة دائرية منتظمة.

ب- عبارة سرعة القمر الاصطناعي v : $F_{T/S} = m a_n$

$$G \frac{m M_T}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{G M_T}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

حيث: $r = R + h$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6800 \times 10^3}} = 7671.57 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G M_T}}: T \text{ عبارة الدور}$$

د- حسب ما سبق:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G M_T} \Rightarrow \frac{r^3}{T^2} = \frac{G M_T}{4\pi^2}$$

اذن القانون الثالث لكبلر يوافق العبارة 1.

هـ - عبارة h_0 : القمر جيومستقر يكون دوره مساو

لدور الكرة الأرضية أي: $T = 24h$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G M_T}{4\pi^2} \Rightarrow (R + h_0)^3 = T^2 \frac{G M_T}{4\pi^2}$$

$$h_0 = \sqrt[3]{T^2 \frac{G M_T}{4\pi^2}} - R$$

- حساب h_0 :

$$h_0 = \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3600)^2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{4\pi^2}}$$

$$- 6400 \times 10^3$$

$$= 35897.5 \text{ km}$$

التمرين 26

ندرس حركة كرية معدنية كتلتها الحجمية ρ_s وكتلتها $m=36,7g$ تسقط شاقوليا داخل إناء يحتوي على الزيت.

الكتلة الحجمية للزيت $\rho_f = 860 kg/m^3$.

تطلق الكرية في اللحظة $t=0$ بدون سرعة ابتدائية وبتسارع قدره $a_0=8,1m/s^2$ وابتداء من اللحظة t' تصبح سرعتها ثابتة وقيمتها $v_L=1,02m/s$ أثناء حركتها لدافعة أرخيدس π وإلى قوة احتكاك شدتها تتعلق بسرعة الكرية

أرخبيدس $f=kv$ تعطى المعادلة التفاضلية للحركة:

$$\frac{dv}{dt} + C_1 v = g(1 - C_2)$$

1- أكتب عبارتي الثابتين C_1 و C_2 وذلك بعد دراسة الحركة.

2- أحسب قيمتي C_1 و C_2 .

3- استنتج قيمتي ρ_s و ثابت الاحتكاك k .

4- أحسب شدة دافعة أرخبيدس π .

5- أحسب قيمة اللحظة t' . يعطى: $g=10m/s^2$

الحل:

1- دراسة الحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى

معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

$$\begin{aligned} \vec{R} & \uparrow \quad \vec{\pi} \uparrow \\ \vec{P} & \downarrow \quad \oplus \end{aligned} \quad \begin{aligned} \sum \vec{F}_{ext} &= m\vec{a} \\ \vec{p} + \vec{\pi} + \vec{f} &= m\vec{a} \end{aligned}$$

بعد الاسقاط على المحور الموجه: $p - f - \pi = ma$

$$mg - kv - \rho_f Vg = m \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m} v = g(1 - \frac{\rho_f \times V}{m})$$

بالمطابقة مع العلاقة: $\frac{dv}{dt} + C_1 v = g(1 - C_2) \dots\dots\dots 1$

$$C_2 = \frac{\rho_f V}{m} = \frac{\rho_f V}{\rho_s V} = \frac{\rho_f}{\rho_s} \text{ و } C_1 = \frac{k}{m}$$

2- حساب C_2 :

من العبارة 1- عند اللحظة $t=0$ تكون $v=0$ إذن:

$$a_0 = g(1 - C_2) \Rightarrow C_2 = 1 - \frac{a_0}{g} = 1 - \frac{8,1}{10} = 0,19$$

- حساب C_1 : في النظام الدائم $\frac{dv}{dt} = 0$

$$C_1 v_L = g(1 - C_2) \Rightarrow C_1 = \frac{g(1 - C_2)}{v_L}$$

$$C_1 = \frac{10(1 - 0,19)}{1,02} = 7,94s^{-1}$$

3- حساب ρ_s

$$C_2 = \frac{\rho_f}{\rho_s} \Rightarrow \rho_s = \frac{\rho_f}{C_2} = \frac{860}{0,19} = 4526,3kg/m^3$$

- حساب k :

$$C_1 = \frac{k}{m} \Rightarrow k = C_1 m = 7,94 \times 36,7 \times 10^{-3}$$

$$= 0,29kg/s$$

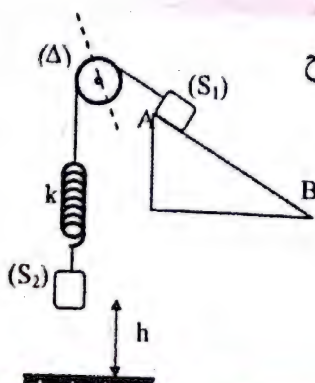
$$\pi = \rho_f Vg = \rho_f \frac{m}{\rho_s} g = C_2 mg \text{ : حساب } \pi$$

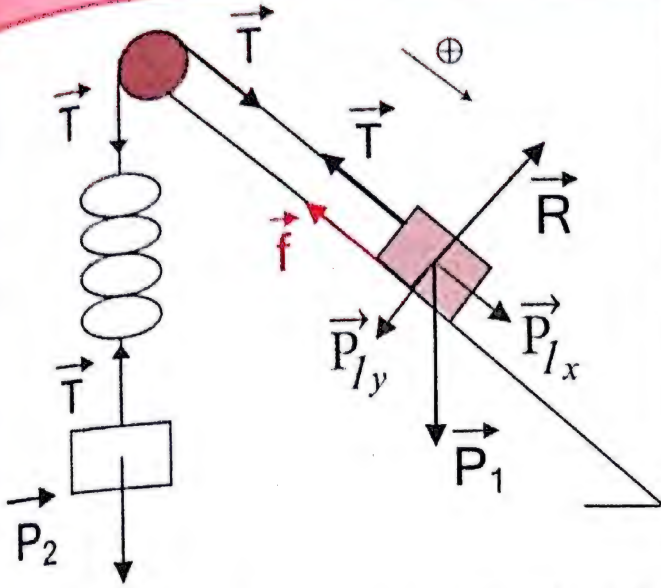
$$\pi = 0,19 \times 36,7 \times 10^{-3} \times 10 = 0,07N$$

$$t' = 5\tau = 5 \frac{v_L}{a_0} = 5 \frac{1,02}{8,1} = 0,63s \text{ : حساب } t'$$

التمرين 27

لدينا التركيب الموضح في الشكل المقابل





$$m_1 \times g \times AB \times \sin \alpha - m_2 \times g \times AB - f \times AB = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_B^2$$

$$m_1 g \sin \alpha - m_2 g - f = (m_1 + m_2) \frac{v_B^2}{2(AB)}$$

من جهة ثانية :

$$(v_A^2 = 0) : \text{حيث } v_B^2 - v_A^2 = 2a(AB)$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_B^2}{2(AB)}$$

$$\text{اذن : } (m_1 \sin \alpha - m_2)g - f = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{(m_1 \sin \alpha - m_2)g - f}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{v_B^2}{2(AB)} = \frac{1}{2 \times 0.5} = 1 \text{ m/s}^2 : \text{حساب } a$$

3- حساب f: حسب ما سبق :

$$f = (m_1 \sin \alpha - m_2)g - (m_1 + m_2)a$$

$$(0.4 \times 0.5 - 0.1)10 - (0.4 + 0.1) \times 1 = 0.5 \text{ N}$$

- حساب استطالة النابض :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S2) النسوية حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا :

حيث: $g=10 \text{ m/s}^2, \alpha=30^\circ, m_2=100 \text{ g}, m_1=400 \text{ g}$

بكرة مهملة الكتلة تدور حول محور دوران (Δ).

توجد قوة احتكاك \vec{f} على المستوي المائل (AB) معاكسة

لإتجاه الحركة الخيط والنابض مهملا الكتلة.

نترك الجملة لحالها بدون سرعة ابتدائية فينتقل الجسم (S1)

من الموضع (A) نحو الموضع (B).

1- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة إستنتج عبارة تسارع مركز

عطالة الجسم (S1).

2- أحسب قيمة هذا التسارع إذا علمت أن (S1) يصل إلى

الموضع (B) بسرعة $v_B=1 \text{ m/s}$ وأن المسافة $AB=50 \text{ cm}$.

3- أحسب شدة \vec{f} وإستطالة النابض أثناء الحركة حيث :

$$k=100 \text{ N/m}$$

4- عندما يصل (S1) إلى الموضع (B) ينقطع الخيط.

أ- أحسب المسافة الإجمالية التي يقطعها مركز عطالة الجسم

(S2) حتى يصطدم بسطح الأرض علما أنه كان موجودا على

إرتفاع $h=1,5 \text{ m}$ من سطح الأرض وكان الجسم (S1)

عند الموضع (A).

ب- أحسب قيمة السرعة التي يصطدم بها الجسم بـ

الأرض.

الحل:

1- عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S1)

نعتبر الجملة (الجسمان (S1) + (S2) + الخيط + النابض) :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة نكتب :

$$Ec_A + W(\vec{p}_1) - W(\vec{p}_2) - W(\vec{f}) = Ec_B$$

$$Ec_A = 0$$

$$m_1 gh_1 - m_2 gh_2 - f \times AB = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_B^2$$

ب- حساب تسارع (S₂) نزولا :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

بالاسقاط : $m_2 g = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = g = 10 \text{ m/s}^2$

حساب سرعة الاصطدام بالأرض : $v^2 - v_0^2 = 2a_2 \Delta x$

$$v_0 = 0$$

$$v = \sqrt{2a_2 \Delta x}$$

$$\Delta x = x + (AB) + h = 0.05 + 0.5 + 1.5 = 2.05 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 2.05} = 6.4 \text{ m/s}$$

التمرين 28

-نعتبر في كامل التمرين أن المعلم المركزي الزحلي معلم غاليلي (معلم مركزه هو مركز الكوكب زحل) و أن الأقمار التي تدور حوله عبارة عن نقاط مادية مساراتها دائرية أكبرها قمر تيتان Titan.

يعطى : ثابت الجذب العام لنيوتن : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

نصف قطر مدار القمر تيتان : $R_L = 1,22 \cdot 10^6 \text{ km}$

نصف قطر كوكب زحل : $R_S = 6,0 \cdot 10^4 \text{ km}$

دور كوكب زحل حول نفسه : $T_S = 10 \text{ h } 39 \text{ min}$

كتلة كوكب زحل : $M_S = 5,69 \cdot 10^{26} \text{ kg}$

1- نعتبر أن القوة الوحيدة التي تؤثر على القمر تيتان من قبل

كوكب زحل فقط، نرمز لمركز عطالة القمر تيتان بالرمز L

و لمركز عطالة زحل بالرمز S كما نعتبر شعاع الوحدة \vec{u}

معمول على المستقيم SL و موجه من S نحو L.

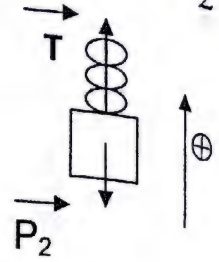
-مثل القوة المطبقة على القمر تيتان من قبل كوكب زحل

وأعط العبارة الشعاعية لهذه القوة.

2- نريد دراسة حركة القمر تيتان من أجل ذلك نختار معلم

$\vec{L}, \vec{n}, \vec{t}$ مركزه L مركز القمر تيتان و \vec{t} شعاع الوحدة

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a} \Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{T} = m_2 \vec{a}$$



بعد الاسقاط على المحور الموجه :

$$T - P_2 = m_2 a \Rightarrow kx - m_2 g = m_2 a$$

$$x = \frac{m_2}{k} (g + a) = \frac{0.1}{100} (10 + 1) = 0.011 \text{ m}$$

4-أ- عند انقطاع الخيط يصبح الجسم (S₂) خاضعا لقوة ثقله فقط، عندها يواصل (S₂) حركته نحو الأعلى حتى تنعدم سرعته ثم يسقط سقوطا حرا نحو الأسفل .

حساب تسارع (S₂) صعودا :

بعد الاسقاط نجد :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}_1 \Rightarrow \vec{P}_2 = m_2 \vec{a}_1$$

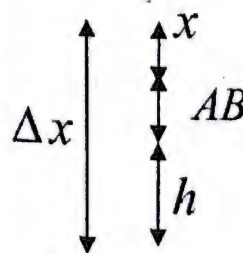
$$-m_2 g = m_2 a_1 \Rightarrow a_1 = -g = -10 \text{ m/s}^2$$

حساب المسافة المقطوعة صعودا :

$$v^2 - v_0^2 = 2a_1 x$$

$$v = 0$$

$$x = \frac{-v_0^2}{2a_1} = \frac{-1^2}{2(-10)} = 0.05 \text{ m}$$



وعليه تكون المسافة الكلية التي يقطعها (S₂) حتى يصطدم بسطح الأرض هي :

$$\begin{aligned} d &= 2x + (AB) + h \\ &= 2 \times 0.05 + 0.5 + 1.5 \\ &= 2.1 \text{ m} \end{aligned}$$

ب- $a_n = \frac{v^2}{R_L}$ و $a_t = \frac{dv}{dt}$

ج- إثبات أن حركة تيتان دائرية منتظمة:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R_L} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t}$$

بما أن: $\vec{u} = -\vec{n}$ فإن: $\vec{F}_{S/L} = G \frac{M_S m_L}{R^2} \vec{n}$

$$\vec{F}_{S/L} = m_L \vec{a} = m_L \left(\frac{v^2}{R_L} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{t} \right)$$

$$G \frac{M_S m_L}{R_L^2} \vec{n} = m_L \frac{v^2}{R_L} \vec{n} + m_L \frac{dv}{dt} \vec{t}$$

إذن: $m_L \frac{dv}{dt} = 0$ ومنه: $\frac{dv}{dt} = 0$ وبالتالي: $v = cte$

إذن حركة القمر تيتان دائرية منتظمة.

د- من جهة أخرى: $G \frac{M_S m_L}{R_L^2} = m_L \frac{v^2}{R_L}$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{GM_S}{R_L} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_L}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.69 \times 10^{26}}{1.22 \times 10^9}}$$

$$= 5577.49 \text{ m/s}$$

هـ- عبارة الدور: $T_L = \frac{2\pi R_L}{v}$

$$T_L = \frac{2 \times 3.14 \times 1.22 \times 10^9}{5577.49}$$

$$= 1374361.24 \text{ s} = 15.91 \text{ j}$$

المحمول على المماس لمسار تيتان واتجاهه بجهة الحركة، و \vec{n} شعاع الوحدة العمودي على \vec{t} ويتجه نحو داخل المسار حيث $\vec{u} = -\vec{n}$

أ- أكتب عبارة شعاع تسارع القمر تيتان في المعلم السابق.

ب- أكتب عبارة التسارع المماسي a_t و التسارع الناطمي a_n بدلالة سرعة القمر تيتان.

ج- أثبت أن حركة القمر تيتان حول كوكب زحل دائرية منتظمة.

د- أثبت أن عبارة سرعة القمر تيتان في مداره أثناء دورانه حول زحل تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$ ثم أحسب قيمتها.

هـ- أكتب عبارة دور القمر تيتان ثم أحسب قيمته بوحدة jours حيث 1 jour = 24h

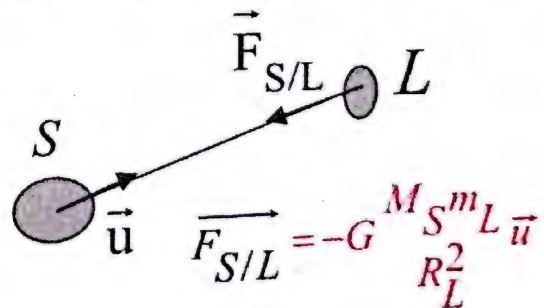
3- في سنة 2005 اكتشف قمر آخر لزحل يدعى أنسيلاد Encelade حيث حركته دائرية منتظمة في المعلم المركزي الزحلي و دوره $T_E = 1.37 \text{ jours}$

أ- أثبت أن $\frac{T_E^2}{R_E^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$

ب- أحسب نصف قطر القمر الجديد أنسيلاد.

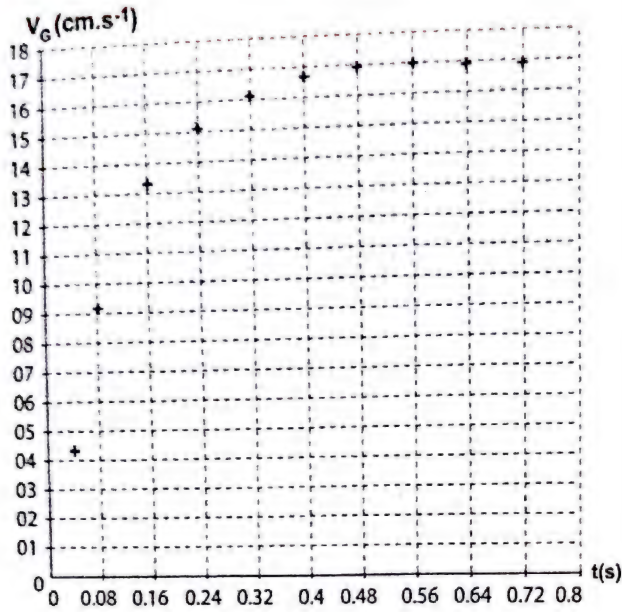
الحل:

1- تمثيل القوة المطبقة من طرف زحل على القمر تيتان:



2- أ- عبارة شعاع التسارع في المعلم (\vec{n}, \vec{t})

$$\vec{a} = a_n \vec{n} + a_t \vec{t}$$



تعطى خصائص الكرة:

الكتلة: $m = 35,0 \text{ g}$ ، الحجم: $V = 33,5 \text{ cm}^3$

نصف القطر: $R = 2,00 \text{ cm}$

الكتلة الحجمية لزيت المحرك: $\rho_0 = 0,910 \text{ g/cm}^3$

نفرض أن عبارة قوة الاحتكاك تعطى بالعلاقة التالية:

$$\vec{f} = -k \vec{v}_G$$

1- مثل القوى المؤثرة على الكرية.

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.

3- بين أنه يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{dv_G}{dt} = A - B v_G$

حيث: $A = g(1 - \frac{\rho_0 V}{m})$ و $B = \frac{k}{m}$

4- تحقق من أن $A = 1,27 \text{ SI}$ مع تحديد الوحدة.

تعطى قيمة الجاذبية الأرضية $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

5- من خلال التمثيل البياني $v_G = f(t)$

أ- حدد مرحلتى حركة الكرية أثناء سقوطها مع تسمية كل منهما.

ب- استنتج السرعة الحدية v_L .

ج- ما هي قيمة التسارع عند بلوغ السرعة الحدية؟

د- تعطى عبارة قوة الاحتكاك بالعلاقة التالية:

$$\vec{f} = -6 \pi R \eta \cdot \vec{v}_G$$

3-أ- من علاقة الدور لدينا:

$$v = \frac{2\pi R_L}{T_L} \Rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 R_L^2}{T_L^2} = \frac{GM_S}{R_L}$$

$$\Rightarrow \frac{T_L^2}{R_L^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_S} \quad \text{بصفة عامة:}$$

ب- حساب نصف قطر القمر انسيلاد:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4 \times 3.14^2}{6.67 \times 10^{-11} \times 5.69 \times 10^{26}}$$

$$= 1.04 \times 10^{-15} \text{ s}^2 / \text{m}^3$$

$$\Rightarrow R_E = \sqrt[3]{\frac{T_E^2}{1.04 \times 10^{-15}}}$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(1.37 \times 24 \times 3600)^2}{1.04 \times 10^{-15}}}$$

$$R_E = 2.38 \times 10^8 \text{ m} = 2.38 \times 10^5 \text{ km}$$

التمرين 29

في محركات الاحتراق ، نقلل إحتكاك القطع الميكانيكية باستعمال الزيوت للحصول على إحتكاك لزج حيث كلما كان الزيت كثيفا كانت لزوجته عالية.

نريد أن نعين تجريبيا لزوجة زيت محرك، من أجل ذلك نصور حركة سقوط كرية في زيت محرك بواسطة كاميرا رقمية نخليل الفيلم بواسطة حاسوب سمح بالحصول على تغيرات سرعة الكرية بدلالة الزمن المبين في المنحنى التالى:

5-أ- المرحلة الانتقالية: $0 \leq t \leq 0.48s$

المرحلة الدائمة: $t \geq 0.48s$

ب- السرعة الحدية: $v_L = 17cm/s = 0.17m/s$

ج- عند بلوغ السرعة الحدية يكون: $\frac{dv_G}{dt} = 0$

إذن التسارع معدوم $a = 0$

د- حساب معامل اللزوجة η : $\vec{f} = -6\pi R\eta\vec{v}_G = -k\vec{v}_G$

إذن: $k = 6\pi R\eta$

من جهة أخرى ومن المعادلة التفاضلية وعند النظام الدائم:

$$0 = A - \frac{k}{m}v_L \quad / \quad A = \frac{k}{m}v_L \Rightarrow k = \frac{Am}{v_L}$$

$$\frac{Am}{v_L} = 6\pi R\eta \quad \text{إذن:}$$

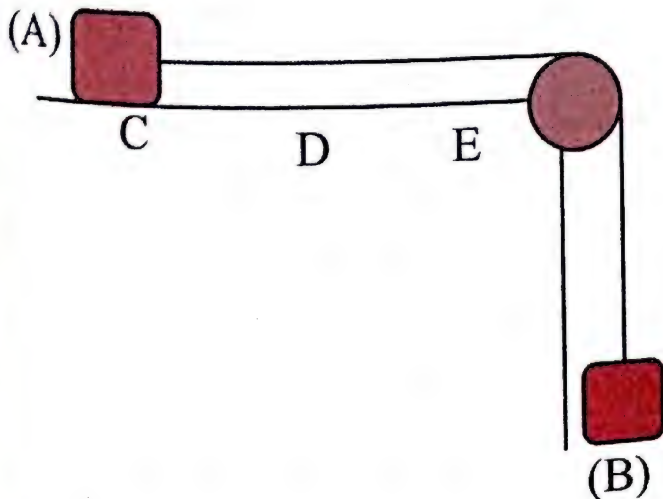
$$\Rightarrow \eta = \frac{Am}{6\pi Rv_L} = \frac{1.27 \times 0.035}{6 \times 3.14 \times 0.02 \times 0.17}$$

$$= 0.69 \approx 0.7 \text{ SI}$$

إذن نوع الزيت المستعمل هو: SAE50.

التمرين 30

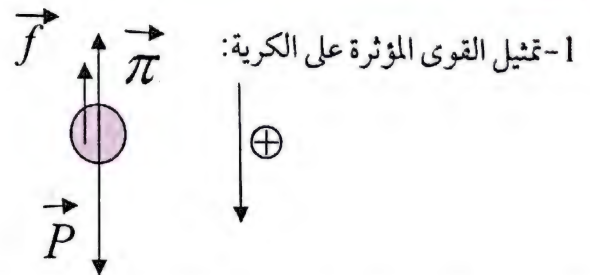
نربط جسماً صلباً (A) كتلته $m_1 = 200g$ بواسطة خيط عديم الإمتطاط ومهملة الكتلة يمر على محز بكرة مهملة الكتلة ويحمل في نهايته الأخرى جسماً صلباً (B) كتلته $m_2 = 300g$ كما في الشكل التالي:



- إستنتج قيمة η معامل لزوجة الزيت ثم استنتج نوع الزيت المستعمل من بين الزيوت التالية:

| زيت المحرك عند C°25 | | | |
|-----------------------|--------|--------|--------|
| | SAE 10 | SAE 30 | SAE 50 |
| $(\eta \text{ pa.s})$ | 0,088 | 0,290 | 0,700 |

الحل:



2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي ارضي نعتبره غاليليا: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$\vec{p} + \vec{f} + \vec{\pi} = m\vec{a}$$

$$p - f - \pi = ma$$

$$mg - kv_G - \rho_0 Vg = m \frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{dv_G}{dt} + \frac{k}{m}v_G = g(1 - \frac{\rho_0 V}{m})$$

$$3- \text{من المعادلة السابقة: } \frac{dv_G}{dt} = g(1 - \frac{\rho_0 V}{m}) - \frac{k}{m}v_G$$

$$\text{بالمطابقة مع العلاقة: } \frac{dv_G}{dt} = A - Bv_G$$

$$\text{نجد: } B = \frac{k}{m} \quad A = g(1 - \frac{\rho_0 V}{m})$$

$$4- \text{حساب } A: A = 9.81(1 - \frac{0.91 \times 33.5}{35})$$

$$= 1.265 m/s^2 = 1.27 m/s^2$$

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

$$\vec{p}_1 + \vec{R} + \vec{f} + \vec{p}_2 = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه نجد:

$$p_2 - f = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \frac{m_2 g - f}{m_1 + m_2}$$

$$3- \text{حساب التسارع: } v_D^2 - v_C^2 = 2a(CD)$$

$$\Rightarrow a = \frac{v_D^2}{2(CD)} = \frac{4^2}{2 \times 2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$4- \text{حساب } f: f = p_2 - (m_1 + m_2) a$$

$$= 0.3 \times 10 - (0.2 + 0.3) 4 = 1 \text{ N}$$

$$5- \text{عندما ينقطع الخيط: نعتبر الجملة } (m_1)$$

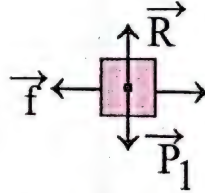
$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}'$$

$$\vec{f} + \vec{p}_1 + \vec{R} = m_1 \vec{a}'$$

$$-f = m_1 a' \quad \text{بعد الإسقاط على المحور الموجه:}$$

$$\Rightarrow a' = -\frac{f}{m_1} = -\frac{1}{0.2} \quad / \quad a' = -5 \text{ m/s}^2 < 0$$

اذن حركة الجسم (A) مستقيمة متغيرة بانتظام (متباطئة).



نجد الجملة ابتداء من السكون عند الموضع C فيتحرك الجسم (A) على المستوي الأفقي ويكون خاضعا لقوة احتكاك \vec{f} .

1- نثيل القوى المؤثرة على الجسمين (A) و (B).

2- أوجد عبارة تسارع مركز عتالة الجسم (A) بدلالة: f, g, m_2, m_1

3- يصل الجسم (A) إلى الموضع D بسرعة $v = 4 \text{ m/s}$

حيث: $CD = 2 \text{ m}$

الحسب قيمة تسارع مركز عتالة الجسم (A).

4- استج شدة قوة الاحتكاك \vec{f}

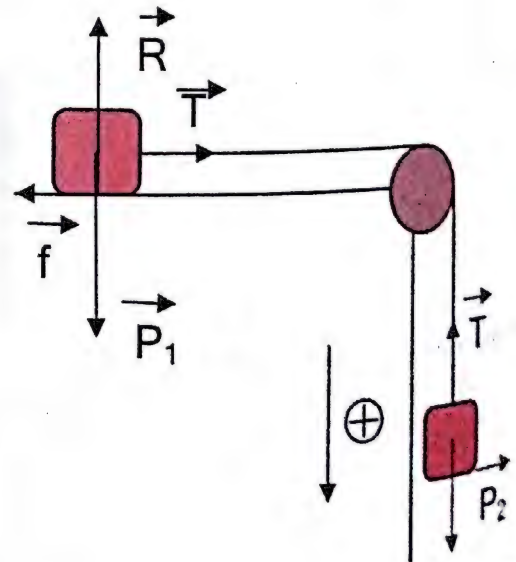
5- عندما يصل الجسم (A) إلى النقطة D ينقطع الخيط.

استج طبيعة حركة الجسم (A) على الجزء DE من المسار

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

الحل:

1- نثيل القوى المطبقة على الجسمين (A) و (B)

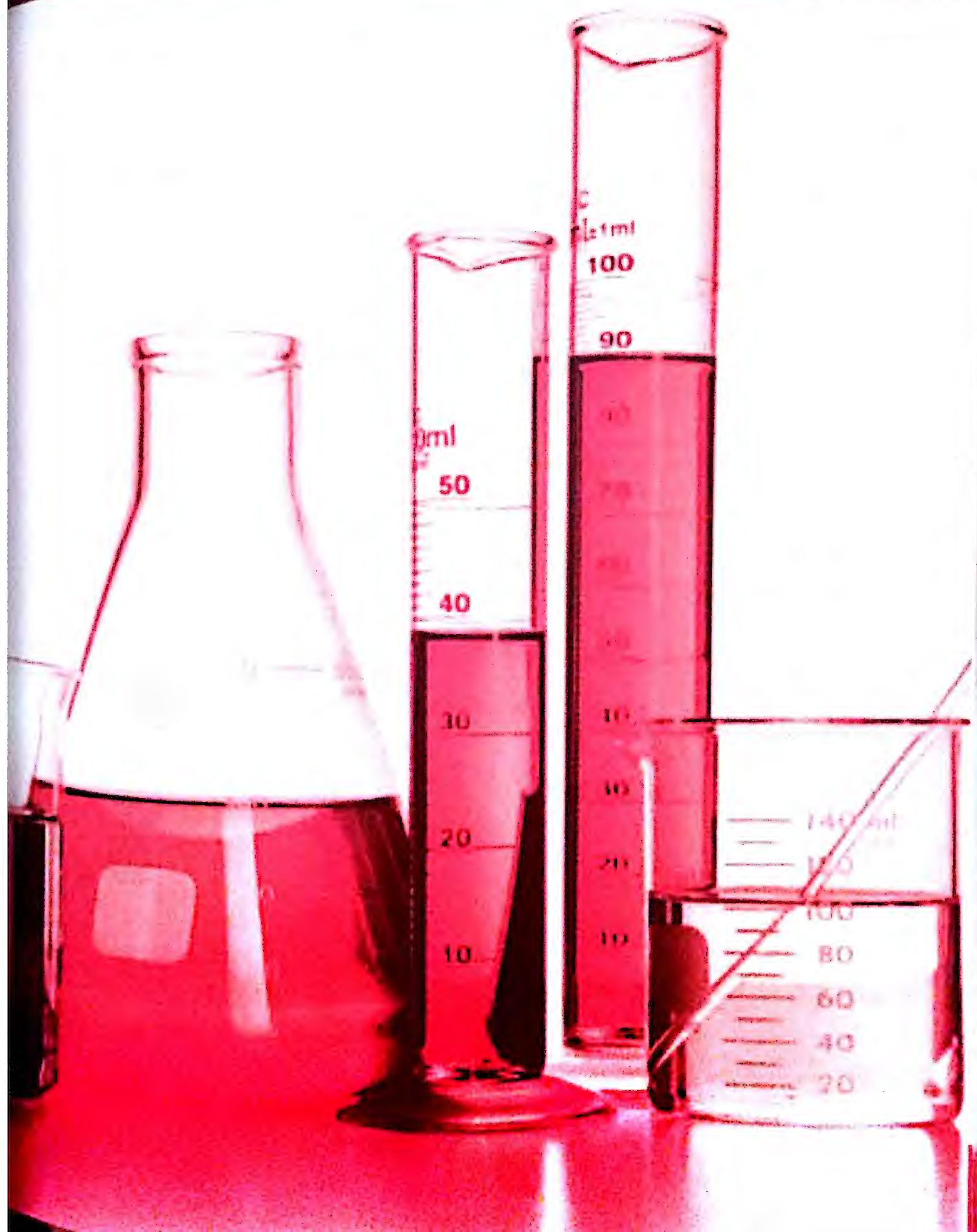


2- إيجاد عبارة a : بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على

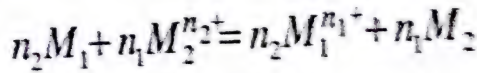
الجملة (الحبل + $m_1 + m_2$) المنسوبة حركتها إلى معلم

سطحي ارضي نعتبره غاليليا:

مراقبة تطور جملة كيميائية خلال تحول كيميائي



- عند الممرى السالب يحدث فقدان للإلكترونات
حسب المعادلة: $M_1 = M_1^{n_1+} + n_1 e^-$
- عند الممرى الموجب يحدث اكتساب للإلكترونات
حسب المعادلة: $M_2^{n_2+} + n_2 e^- = M_2$
- خلال اشتغال العمود يحدث تفاعل أكسدة - إرجاع
نتملحه بالمعادلة التالية:



- يمثل العمود كما يلي: $M_1 / M_1^{n_1+}, M_2^{n_2+} / M_2$
- نسمي الكأس الذي يحتوي على المعدن والشاردة
الموافقة لها نصف عمود.

• **مميزات العمود:** يتميز العمود بالمميزات التالية:

- هو ثنائي قطب أحدهما قطب موجب والآخر قطب
سالب.
- قوة محركة كهربائية E وهي عبارة عن قيمة التوتر
الكهربائي عندما يكون التيار معدوماً $I=0$ (قبل
اشتغال العمود).
- مقاومة داخلية r لذا تعطى عبارة التوتر بين قطبيه
بالعلاقة: $U = E - rI$

• **ملاحظة هامة:** عند التوازن يكون العمود مستهلكاً أي

ليس بإمكانه إنتاج التيار الكهربائي ($I=0$)

• **كمية الكهرباء المنتجة ومدة الصلاحية:**

تعطى عبارة كمية الكهرباء الأعظمية خلال اشتغال

مولد كهروكيميائي بالعلاقة: $Q_{\max} = n(e^-) \cdot N_A \cdot |e^-|$

حيث $N_A \cdot |e^-|$ تمثل مقدار يعرف باسم الفارادي

وترمز له بـ F حيث $F = 96500 \text{ C/mol}$

ومنه $Q_{\max} = n(e^-) \cdot F$

إذن كمية الكهرباء التي ينتجها العمود أثناء اشتغاله

خلال مدة زمنية Δt ومن أجل تقدم $x \text{ (mol)}$ تعطى

بالعبارة: $Q = I \Delta t = n(e^-) \cdot F \cdot x$

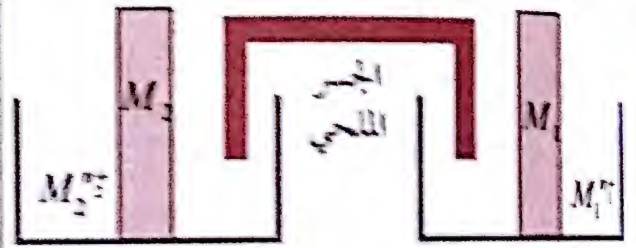
1- التحول التلقائي لجملة كيميائية

- 1- تعريف: نقول عن تحول كيميائي أنه تلقائي إذا حدث
دون تأثير خارجي ويكون $Qr \neq 0$
- مثال: تفاعلات الأحماض والأمس أو تفاعلات الأكسدة
والإرجاع.

2- تطبيق على الأعمدة:

تكوين عمود: يتكون عمود عموماً من:

- صفتين معدنيتين M_1 و M_2 مغمورة كل واحدة في
محلول يحتوي على شاردته الموافقة M^{n+} .
- جسر ملحي يساعد على توازن التفاعل.

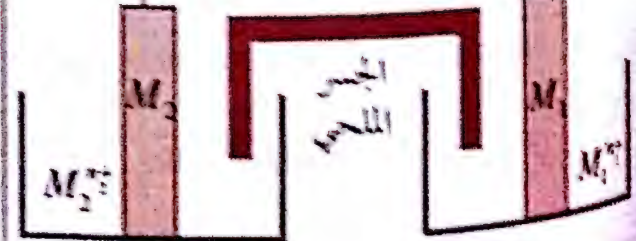


• **اشتغال العمود:** الشائتين M_1 و M_2 الداخليتين في التفاعل

خلال اشتغال العمود هما $M_1^{n_1+} / M_1$ و $M_2^{n_2+} / M_2$

وتحديد قطبية العمود نستعمل جهاز فولط متر الذي

يوصل كما في الشكل.



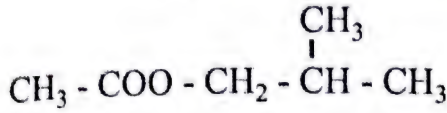
- عندما نشير جهاز الفولط متر إلى قيمة موجبة يكون

الممرى الموجب هو الموصل بالقطب الموجب للفولط

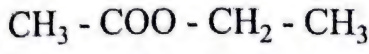
متر ويكون الممرى السالب هو الموصل بالقطب السالب

الفولط متر.

اللاحقة ويك بدوات الشق الثاني الناتج عن الكحول باستبدال اللاحقة اول ب ايل



اثنانوات 2- ميثيل برويل



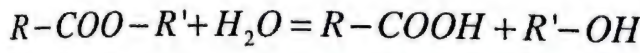
اثنانوات الاثيل

ب- تفاعل اماهة الأستر:

تعريف: هو التفاعل المعاكس لتفاعل الأسترة يحدث

بين أستر وماء وينتج عنه حمض كربوكسيلي وكحول

حسب المعادلة التالية:



ج- خصائص تفاعلي الأسترة والإماهة

- محدود (غير تام) - لا حراري - عكوس - بطيء

د- مردود التفاعل:

تعريف: يمثل النسبة المئوية النهائية لتقدم التفاعل

$$r = \tau_f \cdot 100 = \frac{x_f}{x_{\max}} \cdot 100$$

في حالة مزيج متساوي المولات يكون

| العبارة | مردود تفاعل الأسترة | مردود تفاعل إماهة الأستر |
|-----------------------------|--|--|
| | $r = \frac{n \text{ أستر متشكل}}{n \text{ حمض إبتدائي}}$ | $r = \frac{n \text{ حمض متشكل}}{n \text{ أستر إبتدائي}}$ |
| كحول أولي | 65% → 67% | 33% → 35% |
| كحول ثانوي | 60% → 62% | 38% → 40% |
| كحول ثالثي | 5% | 95% |
| المنحنيات في حالة كحول أولي | | |

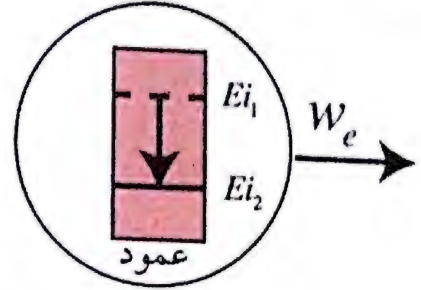
• التفسير الطاقوي: عند اشتغال العمود الكهربائي يحدث

تغير في الطاقة الداخلية للجملية "عمود" بسبب التحول

الكيميائي الذي يكون مصحوبا بتحويل كهربائي w_e وفق

$$Ei_1 - w_e = Ei_2$$

تصبح $Ei_2 = 0$ عند حالة التوازن



2 - التحول القسري لجملية كيميائية:

- التحول القسري هو تحول كيميائي لا يحدث تلقائيا بل يفرض بواسطة طاقة خارجية.

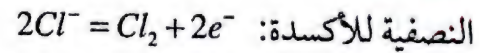
مثال عن تحول قسري: (التحليل الكهربائي لكلور

القصدير) في وعاء التحليل الكهربائي نضع كمية من

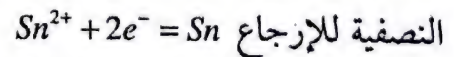
كلور القصدير ($Sn^{2+} + 2Cl^-$) ثم نصل مسربي الوعاء

بمولد للتيار المستمر.

المشاهدة: ينطلق غاز الكلور عند المصعد حسب المعادلة



تشكل شعيرات القصدير عند المهبط حسب المعادلة



معادلة التفاعل هي: $2Cl^- + Sn^{2+} = Cl_2 + Sn$

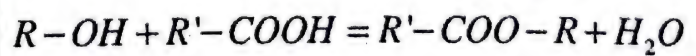
3- مراقبة تحول كيميائي:

أ- تفاعل الأسترة:

- تعريف: هو تفاعل كيميائي يحدث بين الكحولات

والأحماض الكربوكسيلية وينتج عنه أستر وماء حسب

معادلة التفاعل التالية:



الصيغة الجزيئية المجملية للأستر هي $C_nH_{2n}O_2$ مع $n \geq 2$

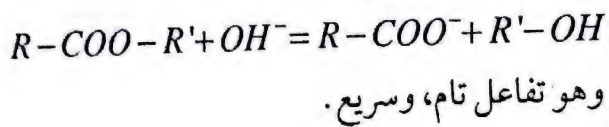
- تسمية الأستر: يتشكل اسم الأستر من شقين:

الشق الأول الناتج عن الحمض الكربوكسيلي باستبدال

مثال: كحول أولي لمزيج متساوي المولات:

$$k = \frac{\frac{1}{3}n_0 \cdot \frac{1}{3}n_0}{\frac{2}{3}n_0 \cdot \frac{2}{3}n_0} = \frac{1}{4} = 0,25$$

و- تفاعل التصبن: تصبن الأستر هو تفاعل يحدث بين الأستروالأساس بالتسخين وينتج عنه ملح عضوي وكحول حسب المعادلة:



$$100\% = \text{إمالة} + \text{أسترة}$$

ملاحظة:

- رجع مردود التفاعل:

يزداد مردود التفاعل في الحالات التالية:

* المزيج الابتدائي غير متساوي المولات (زيادة احد المتفاعلات).

* حذف أحد النواتج أثناء تشككه.

* إجراء تفاعل الأسترة بتغيير احد المتفاعلات كاستبدال

الحمض الكربوكسيلي بكلور الأسيل $R-CO-Cl$

أو صنف الكحول.

د- ثابت التوازن:

$$K = \frac{[\text{الماء}] \cdot [\text{الأستر}]}{[\text{الكحول}] \cdot [\text{الحمض}]}$$

$$\frac{\frac{n_{\text{أستر}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{ماء}}}{V}}{\frac{n_{\text{كحول}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{حمض}}}{V}} = \frac{n_{\text{أستر}} \cdot n_{\text{ماء}}}{n_{\text{كحول}} \cdot n_{\text{حمض}}}$$

مثال: كحول أولي لمزيج متساوي المولات:

$$K = \frac{\frac{2}{3}n_0 \cdot \frac{2}{3}n_0}{\frac{1}{3}n_0 \cdot \frac{1}{3}n_0} = 4$$

$$K = \frac{[\text{الكحول}] \cdot [\text{الحمض}]}{[\text{الأستر}] \cdot [\text{الماء}]}$$

$$= \frac{\frac{n_{\text{كحول}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{حمض}}}{V}}{\frac{n_{\text{أستر}}}{V} \cdot \frac{n_{\text{ماء}}}{V}}$$

قسم التمارين

التمرين 01

تفاعل 30g من كحول صيغته الجزيئية C_3H_8O مع 30g من حمض الخل تحت درجة حرارة ثابتة.

1- اكتب معادلة التفاعل الكيميائي المنمذج للتحويل السابق واذكر محيزاته.

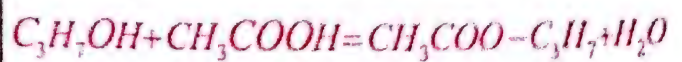
2- عندما يبلغ التفاعل حده يتشكل 30,6g من الاستر. أ- استنتج صنف الكحول المستعمل و اذكر اسمه وصيغته نصف المفصلة.

ب- احسب كتلة كل من الحمض، الكحول و الماء عند التوازن.

3- نؤكسد كمية الكحول المتبقية بواسطة محلول عمدة لثاني كرومات البوتاسيوم المحمض بـ حمض الكبريت. ما اسم المركب العضوي الناتج ؟ اكتب صيغته نصف المفصلة.

الحل:

1 - معادلة التفاعل المنمذج لتحويل الأسترة هي :



مميزات هذا التفاعل : عكوس، لا حراري، بطيء، محدود

2- أ- صنف الكحول المستعمل :

حساب كمية مادة الكحول الابتدائية :

$$n_0(\text{كحول}) = \frac{m}{M} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ mol}$$

حساب كمية مادة الحمض الابتدائية :

$$n_0(\text{حمض}) = \frac{m}{M} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ mol}$$

حساب كمية الإستر المتشكل :

$$n(\text{إستر}) = \frac{m}{M} = \frac{30,6}{102} = 0,3 \text{ mol}$$

حساب مردود تفاعل الأسترة : $r = \tau_r \times 100$

$$r = \frac{x_f}{x_{\max}} \times 100 = \frac{n}{n_0} \times 100 = \frac{0,3}{0,5} \times 100 = 60\%$$

إذن الكحول المستعمل ثانوي صيغته نصف المفصلة هي :



ب- حساب كتلة الحمض عند التوازن :

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \times M$$

| المزيج | عدد المولات | الكتلة |
|------------|---------------------|--------|
| إستر متشكل | 0,3 mol | 30,6g |
| ماء متشكل | 0,3 mol | 5,4g |
| حمض متبقي | 0,5 - 0,3 = 0,2 mol | 12g |
| كحول متبقي | 0,2 mol | 12g |

3 - الأوكسدة المتقصدة لكحول ثانوي تنتج كيتونا وعليه

المركب العضوي الناتج هو :



التمرين 02

أعطى الاحتراق التام في الأكسجين لـ 54 من الفحم هيدروجيني غازي C_xH_y ، 20 L من غاز CO_2 و 16,10 من الماء (الحجوم مقاسة في الشرطين النظاميين من الضغط ودرجة الحرارة).

1- أوجد الصيغة الجزيئية المجردة لهذا الفحم الهيدروجيني وأعط صيغته نصف المفصلة الممكنة.

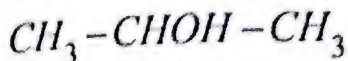
2- إن إمادة هذا الفحم الهيدروجيني في شروط تجريبية مناسبة تعطي مركبا أكسجينيا (A).

أ- اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث وحدد الوظيفة الكيميائية للمركب (A).

ب- اكتب الصيغ المفصلة المرافقة للمركب (A) واذكر اسم كل منها.

3 - نمزج 0,5 mol من المركب (A) مع 0,5 mol من حمض البروبانويك ونعاير من حين إلى آخر كمية الحمض المتبقي في المزيج.

عند تفاعل الاماهة فان مجموعة الهيدروكسيد تتحد مع ذرة الكربون التي تحوي أقل عدد من ذرات الهيدروجين وعليه الصيغة المفصلة المرافقة للمركب (A) هي :



$$3-أ- حساب مردود الاسترة: r = \frac{n}{n_0} \times 100$$

علما أن: n (استر متشكل) = n (حمض متفاعل).

n_1 (حمض متبقي) - n_0 (حمض ابتدائي) = n (حمض متفاعل).

$$\frac{m}{M} = \frac{m_0}{M} - \frac{m_1}{M}$$

$$r = \frac{\frac{m_0 - m_1}{M}}{\frac{m_0}{M}} \times 100 = \frac{m_0 - m_1}{m_0} \times 100$$

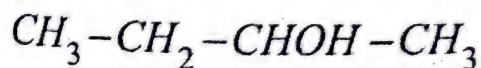
$$= \frac{37 - 14,5}{37} \times 100 = \frac{22,5}{37} \times 100 = 60\%$$

$$تركيب المزيج: n = \frac{m}{M} = \frac{37}{74} = 0,5 \text{ mol}$$

ب- بما أن الكحول ثانوي نكتب: $r = \frac{n}{n_0} \Rightarrow n = r \times n_0$

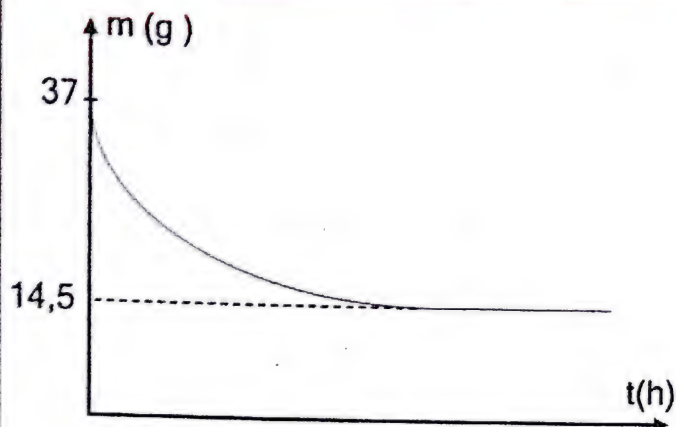
| المعادلة | $C_4H_9-OH + C_2H_5COOH = H_2O + C_2H_5-COOC_4H_9$ | | | |
|-------------------|--|-----|-----|-----|
| الحالة الابتدائية | 0,5 | 0,5 | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,3 |

بما أن مردود الاسترة $r = 60\%$ فان الكحول المستعمل ثانوي وعليه الصيغة المفصلة المرافقة هي:



التمرين 03

حققنا عملية إماهة لبوتانوات الايثيل في درجة حرارة $200^\circ C$ باستخدام 50 mL من الماء و 116 g من الاستر. بعد 24 h تحقق التوازن الكيميائي وكان حجم المزيج الكلي 220 mL ، أخذنا 10 mL منه وعابرينا الحمض الموجود فيه بمحلول الصود تركيزه المولي بشوارد الهيدروكسيد 2 mol/L فلزم $14,4 \text{ mL}$ حتى يتغير لون الكاشف.



يمثل المنحنى البياني المرفق تغيرات كتلة الحمض المتبقي في المزيج بدلالة الزمن.

اعتمادا على المنحنى البياني عين :

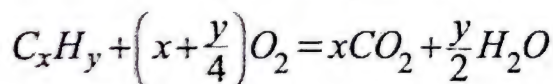
أ- مردود الاسترة و التركيب المولي للمزيج عند التوازن.

ب- ماهي من بين الصيغ المفصلة السابقة الصيغة المفصلة

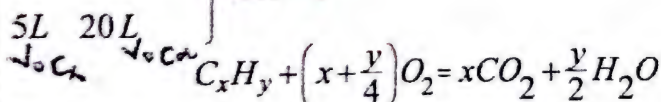
الموافقة للمركب (A) ؟

الحل:

1 - إيجاد صيغة الفحم الهيدروجيني :

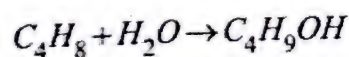


$$\left. \begin{array}{l} 24L \quad x \times 22,4L \\ 5L \quad 20L \end{array} \right\} \Rightarrow x = 4$$



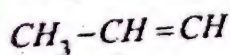
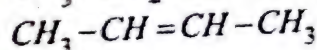
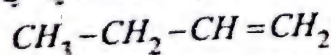
أذن صيغة المركب هي: C_4H_8

2 - أ- معادلة تفاعل إماهة C_4H_8 هي :



وظيفة المركب (A) كحول لأن إماهة ألكن (ألسان) تعطي كحولا .

ب- الصيغ نصف المفصلة المرافقة للفحم الهيدروجيني هي :

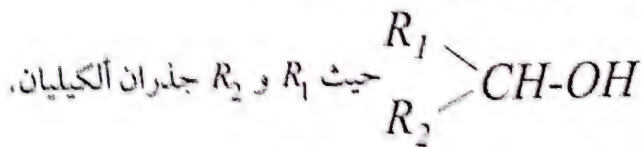


3- الكحول الناتج أولي و مردود الاماهة لمزيج متساوي المولات هو: $r = 33,3\%$ لكن المردود المتحصل عليه في هذه الحالة أكبر من مردود الإماهة لمزيج متساوي المولات.

نستنتج أنه إذا استعمل مزيج غير متساوي المولات في تفاعل الإماهة فإن المردود يزداد.

التمرين 04

أ - نفاعل $0,5mol$ من حمض الايثانويك مع $0,5mol$ من كحول (A) صيغته العامة :



فينتج استر كتلته عند التوازن $30,6g$.

1- أوجد الصيغة الجزيئية المفصلة للإستر الناتج.

2- استنتج الصيغة الجزيئية المفصلة للكحول (A) المستعمل.

3- أحسب ثابت التوازن الكيميائي لهذا التفاعل.

4- أرسم شكلا تخطيطيا للبيان الممثل لتغيرات عدد مولات الحمض المتبقي بدلالة الزمن مبينا القيمة الحدية لعدد مولات الحمض المتبقي عند حدوث التوازن الكيميائي.

ب- تفاعل $10,2g$ من الاستر السابق مع $0,5mol$ من حمض الايثانويك و $0,5mol$ من الكحول (A).
- أوجد التركيب المولي للمزيج عند التوازن في هذه الحالة.

الحل:

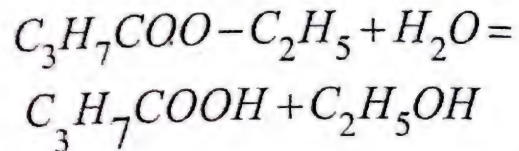
1- الكحول المستعمل ثانوي و عليه: $r = 60\%$ (استرة)

$$r = \tau_f \cdot 100 = \frac{x_f}{x_{\max}} \times 100 = \frac{n_{\text{ester}}}{n_{\text{acide}}}$$

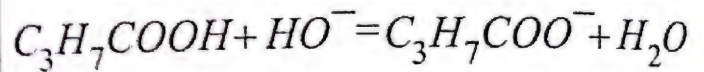
- 1- اكتب المعادلات الكيميائية النمذجة لهذه التحولات.
- 2- عين مردود تفاعل الإماهة.
- 3- قارن هذا المردود مع مردود الاماهة لمزيج متساوي المولات. ماذا تلاحظ؟ ماذا تستنتج؟

الحل:

1- معادلة الاماهة:



معادلة المعايرة:



2- حساب مردود الاماهة:

- حساب كمية مادة الماء:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \times V = 1 \times 50 = 50g$$

$$n = \frac{m}{M} = \frac{50}{18} = 2,78mol$$

- حساب كمية مادة الاستر:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{116}{116} = 1mol = x_{\max}$$

- حساب كمية الحمض المتشكل:

$$n_a = C_a V_a = C_b V_b$$

$$n_a = C_b V_b = 2 \times 14,4 \times 10^{-3} = 2,88 \times 10^{-2}mol$$

$$2,88 \times 10^{-2} \rightarrow 10mL$$

$$n \rightarrow 220mL$$

$$n = 0,6336mol = x_f \text{ (حمض)}$$

$$r = \tau_f \times 100 \text{ (اماهة)}$$

$$r = \frac{x_f}{x_{\max}} \cdot 100 = \frac{0,6336}{1} \cdot 100 = 63,36\%$$

| المعادلة | ماء + استر = كحول + حمض | | | |
|-------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|----------------|
| الحالة الابتدائية | 0,5mol | 0,5mol | 0,1mol | 0 |
| الحالة النهائية | 0,5-x _f | 0,5-x _f | 0,1+x _f | x _f |

$$K = \frac{[Ester]_f \times [H_2O]_f}{[Alcool]_f \times [Acide]_f}$$

$$= \frac{\frac{0,1+x_f}{V} \times \frac{x_f}{V}}{\frac{0,5-x_f}{V} \times \frac{0,5-x_f}{V}} = 2,25$$

$$\frac{x_f^2 + 0,1x_f}{0,25 + x_f^2 - x_f} = 2,25$$

$$\Rightarrow 2,25x_f^2 - 2,25x_f + 0,5625 = x_f^2 + 0,1x_f$$

$$1,25x_f^2 - 2,35x_f + 0,5625 = 0$$

$$\Delta = (2,35)^2 - 4(1,25)(0,5625) = 2,71$$

$$\sqrt{\Delta} = 1,65$$

$$x_f = \frac{2,25 - 1,65}{2 \times 1,25} = 0,28 \text{ mol}$$

$$x_f = \frac{2,25 + 1,65}{2 \times 1,25} = 1,59 \text{ mol} \quad (\text{مرفوض})$$

لأنه أكبر من عدد المولات الابتدائية.

إذن عند التوازن:

$$n_{alcohol} = n_{acide} = 0,5 - 0,28 = 0,22 \text{ mol}$$

$$n_{ester} = 0,1 + 0,28 = 0,38 \text{ mol}$$

$$n_{H_2O} = 0,28 \text{ mol}$$

$$\Rightarrow n_{ester} = \frac{r \times n_{acide}}{100} = \frac{60 \times 0,5}{100} = 0,3 \text{ mol}$$

صيغة الاستر المجدولة من الشكل: $C_xH_{2x}O_2$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \times M = n(14x + 32) \quad (\text{أسترة})$$

$$30,6 = 0,3(14x + 32)$$

$$30,6 = 4,2x + 9,6 \Rightarrow x = 5$$

إذن صيغة الاستر هي: $C_5H_{10}O_2$

صيغته المفصلة هي: $CH_3-COO-CH(CH_3)-CH_3$

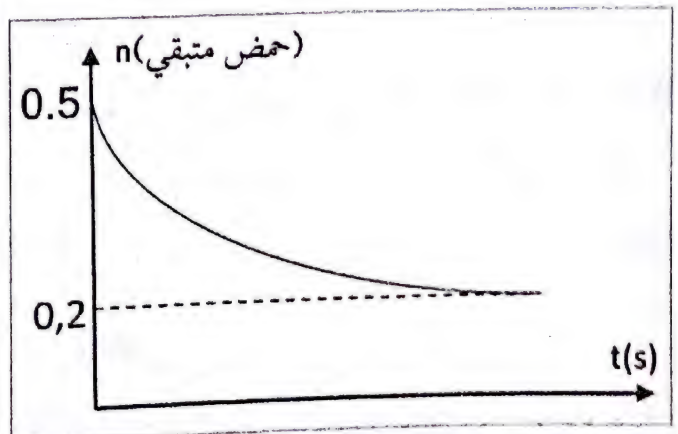
2 - صيغة الكحول المفصلة هي: $CH_3-CH(OH)-CH_3$

3 - حساب ثابت التوازن:

| المعادلة | $CH_3-COOH + CH_3-CHOH-CH_3 \rightleftharpoons CH_3-COO-CH(CH_3)_2 + H_2O$ | | | |
|-------------------|--|---------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| الحالة الابتدائية | 0,5mol | 0,5mol | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | 0,5-x _f = 0,2 mol | 0,5-x _f = 0,2 mol | x _f = 0,3 mol | x _f = 0,3 mol |

$$K = \frac{[Ester]_f \times [H_2O]_f}{[Alcool]_f \times [Acide]_f} = \frac{\frac{0,3}{V} \times \frac{0,3}{V}}{\frac{0,2}{V} \times \frac{0,2}{V}} = 2,25$$

4 -



ب - حساب التركيب المولي للمزيج عند حالة التوازن الجديدة:

$$n_{ester} = \frac{m}{M} = \frac{10,2}{102} = 0,1 \text{ mol}$$

الحل:

1- إيجاد الصيغة الجزيئية المجملة للمركب (A)

$$14n + 18 \rightarrow 100\%$$

$$12n \rightarrow 64,86\%$$

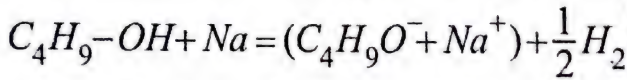
$$1200n = 908,04n + 1167,48 \Rightarrow n = 4$$

إذن الصيغة المجملة لـ A هي: $C_4H_{10}O$

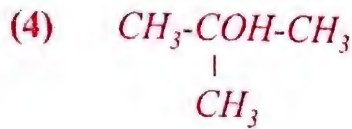
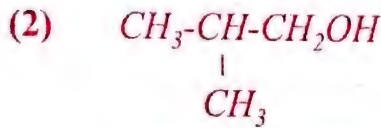
2- أ- المركب (A) كحول لأن الكحولات تتفاعل مع

الصوديوم و ينطلق نتيجة لذلك غاز الهيدروجين.

ب- كتابة معادلة التفاعل:



ج- الصيغ النصف مفصلة الممكنة للمركب (A) هي:



3- أ- خصائص التفاعل: بطيء، عكوس، لاجراري،

محدود.

ب- مردود التفاعل: $r_{ester} = \tau_f \times 100$

$$r_{ester} = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{n_{ester}}{n_{0acide}} \times 100$$

$$= \frac{0.2 - 0.19}{0.2} \times 100 = 5\%$$

ملاحظة:

كمية الإستر المتشكل = كمية الحمض المتفاعل

= كمية الحمض الابتدائي - كمية الحمض المتبقي

التمرين 05

مركب أكسجيني (A) صيغته العامة $C_nH_{2n+2}O$

النسبة الكتلية للكربون فيه تساوي 64,86%.

1- أوجد الصيغة الجزيئية المجملة للمركب (A).

2- يتفاعل المركب (A) مع الصوديوم فينتطلق غاز الهيدروجين.

أ- حدد الوظيفة الكيميائية للمركب (A).

ب- أكتب معادلة تفاعل المركب (A) مع الصوديوم.

ج- أكتب الصيغ نصف المفصلة الممكنة للمركب (A).

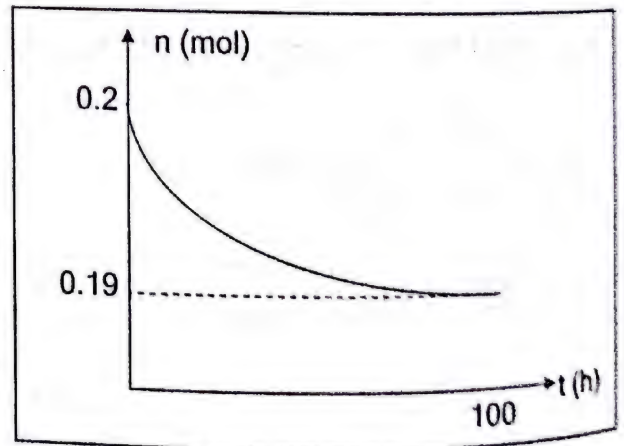
3- نمزج المركب (A) مع حمض الخل بحيث يكون المزيج

متساوي المولات، نعاير من حين لآخر كمية الحمض

المتبقي في المزيج فنحصل على البيان الممثل بالشكل والذي

يمثل تغيرات عدد مولات الحمض المتبقي في المزيج

بدلالة الزمن.



اعتمادا على البيان عين:

أ- خصائص التفاعل.

ب- مردود التفاعل الاسترة من أجل $t = 100h$.

ج- الصيغة نصف المفصلة لكل من المركب (A) والاستر

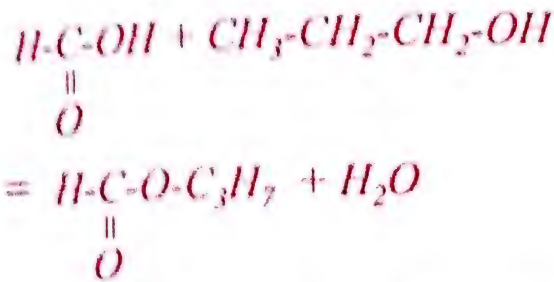
المتشكل مع تسمية كل صيغة.

د- التركيب المولي للمزيج عند التوازن.

- 3- نمزج 2mol من الحمض السابق مع 3mol من الكحول السابق و 1mol من الماء.
 أ- أوجد التركيب الكتلي للمزيج عند التوازن الكيميائي.
 ب- أحسب مردود التفاعل الكيميائي.

الحل:

1- أ- معادلة التفاعل



ب- مميزات التفاعل : عكوس ، بطيء ، لا حراري ، محدود .

2 - حساب ثابت التوازن: $K = \frac{[\text{Ester}]_f \times [\text{Eau}]_f}{[\text{Acide}]_f \times [\text{Alcool}]_f}$

الكحول المستعمل أولي وعليه : $r_{\text{ester}} = \frac{2}{3} \times 100$

$$r_{\text{ester}} = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{n_{\text{ester}}}{n_{0\text{acide}}} \times 100$$

$$\Rightarrow n_{\text{acide}} = \frac{n_{\text{ester}}}{r} \times 100 = \frac{0,03 \times 100}{\frac{2}{3} \times 100} = 0,045 \text{ mol}$$

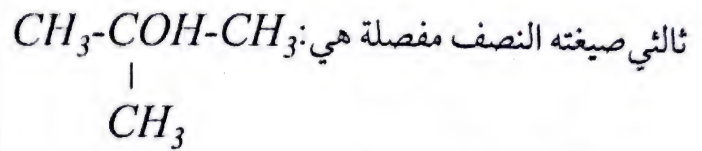
علما أن :

كمية الحمض المتبقي = كمية الحمض الابتدائي - كمية الإستر المتشكل .

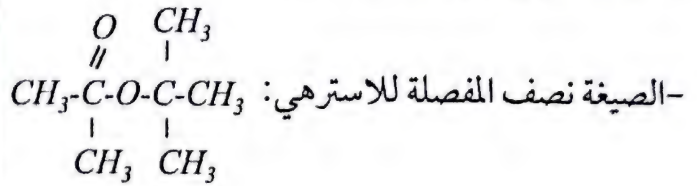
إذن : $n_{f(\text{acide})} = 0,045 - 0,03 = 0,015 \text{ mol}$

$$K = \frac{\frac{0,03}{V} \times \frac{0,03}{V}}{\frac{0,015}{V} \times \frac{0,015}{V}} = 4$$

ج- بما إن المردود يساوي 5% فالكحول المستعمل



اسمه : 2-ميثيل بروبان-2-ول



اسمه : إيثانوات -1،1-ثنائي ميثيل إيثيل

د- التركيب المولي للمزيج عند التوازن:

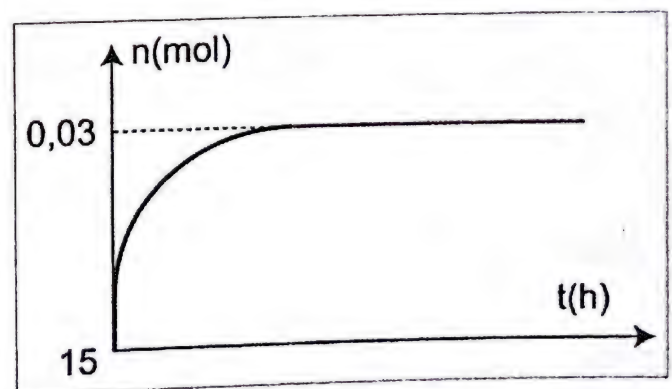
$$n_{\text{acide}} = n_{\text{alcool}} = 0,19 \text{ mol}$$

$$n_{\text{ester}} = n_{\text{eau}} = 0,2 - 0,19 = 0,01 \text{ mol}$$

التمرين 06

يتفاعل مزيج متساوي المولات من حمض عضوي أحادي الوظيفة و كحول أحادي الوظيفة فينتج مركب عضوي A هو ميثانوات البروبيل .

يمثل البيان أسفله كمية مادة الاستر المتشكل n بدلالة الزمن t

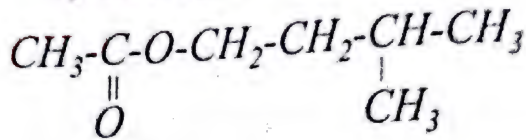


1- أ- أكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث مع تسمية المركبات العضوية المتفاعلة.

ب- أذكر مميزات هذا التفاعل.

2- أحسب ثابت التوازن الكيميائي K لهذا التفاعل باستعمال المنحنى البياني.

نصف المفصلة لايتانوات 3-ميثيل بوتيل هي:



ماهي الوظيفة الكيميائية للمركب السابق؟

2- اكتب المعادلة الكيميائية النمذجة لاماهة ايتانوات 3-ميثيل بوتيل مع تحديد اسم كل ناتج عن هذه الاماهة وإعطاء الصيغة نصف المفصلة وذكر الوظيفة الكيميائية لها.

نوزع الوسط التفاعلي في 10 بياشر يحتوي كل بياشر على 5mL من المزيج ثم توضع في حمام مائي. عند لحظة معينة t نأخذ بياشرا بسرعة ونضعه في ماء به جليد ثم نعاير الحمض الناتج عن الاماهة بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم نرمز لـ V_b حجم الأساس المضاف ثم ندون النتائج في جدول كالآتي:

| $t(\text{min})$ | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 90 | 120 |
|------------------|---|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|
| $V_b(\text{mL})$ | 0 | 3.8 | 6.8 | 9.0 | 10.8 | 12.2 | 13.6 | 15.6 | 16.8 |

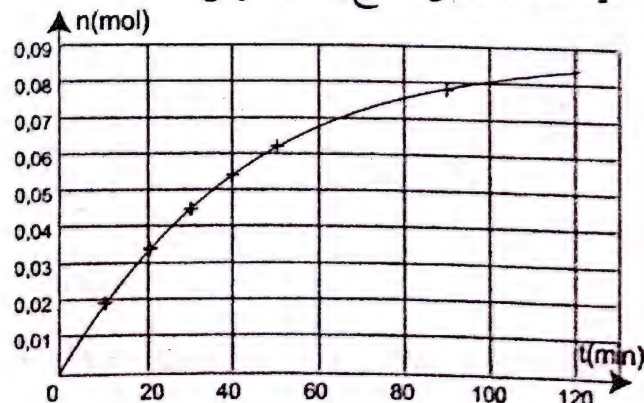
3- معايرة الحمض الناتج:

أ- اكتب المعادلة الكيميائية النمذجة لتفاعل المعايرة.

ب- عبر عن K ثابت التوازن لتفاعل المعايرة ثم احسبه.

ج- عبر عن n_A كمية مادة الحمض الناتج في الوسط

التفاعلي عند اللحظة t بدلالة V_b و C_b تركيز المحلول الأساسي. لديك المنحنى $n = f(t)$ الذي يعطي تغيرات كمية مادة الحمض الناتج بدلالة الزمن.



3-أ- إيجاد التركيب الكتلي للمزيج :

| المعادلة | $\text{HCOOH} + \text{C}_3\text{H}_7\text{OH} = \text{C}_4\text{H}_8\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$ | | | |
|------------|--|-----------|-------|-----------|
| الحالة | 2 | 3 | 0 | 1 |
| الابتدائية | | | | |
| الحالة | $2 - x_f$ | $3 - x_f$ | x_f | $x_f + 1$ |
| النهائية | | | | |

$$K = \frac{\frac{x}{V} \times \frac{(x+1)}{V}}{\frac{(2-x)}{V} \times \frac{(3-x)}{V}} = \frac{x^2 + x}{x^2 - 5x + 6} = 4$$

تصبح المعادلة من الشكل :

$$4x^2 - 20x + 24 = x^2 + x \Rightarrow 3x^2 - 21x + 24 = 0$$

$$\Delta = 153 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 12,37$$
 باستعمال المميز نجد :

$$x_1 = \frac{21 - 12,37}{6} = 1,43 \text{ mol}$$

$$x_2 = \frac{21 + 12,37}{6} = 5,56 \text{ mol}$$

قيمة x مرفوضة لأنها أكبر من عدد المولات الابتدائي :

$$n_{\text{acide}} = 2 - x = 2 - 1,43 = 0,57 \text{ mol}$$

$$m_{\text{acide}} = n \times M = 0,57 \times 60 = 26,22 \text{ g}$$

$$n_{\text{alcohol}} = 3 - x = 3 - 1,43 = 1,57 \text{ mol}$$

$$m_{\text{alcohol}} = 1,57 \times 60 = 94,2 \text{ g}$$

$$n_{\text{ester}} = x = 1,43 \text{ mol}$$

$$m_{\text{ester}} = 1,43 \times 88 = 125,84 \text{ g}$$

$$n_{\text{eau}} = 1 + x = 1 + 1,43 = 2,43 \text{ mol}$$

$$m_{\text{eau}} = 2,43 \times 18 = 43,74 \text{ g}$$

ب- حساب مردود تفاعل الأسترة :

$$r = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} \times 100 = \frac{1,43}{2} \times 100 = 71,5\%$$

التمرين 07

ايتانوات 3-ميثيل بوتيل متميز برائحة الموز، نريد دراسة اماته، لذا نذيب 15mL منه في كمية من الماء المقطر للحصول على وسط تفاعلي حجمه 50mL الصيغة

ب- عبارة ثابت التوازن

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f}{[CH_3COOH]_f \times [OH^-]_f} = \frac{[CH_3COO^-]_f \times [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f \times K_e} = \frac{K_a}{K_e}$$

$$K = \frac{1,810^5}{10^{-14}} = 1,810^9 : \text{حساب } K$$

ج- جدول تقدم تفاعل المعايرة:

| المعادلة | $CH_3COOH + OH^- = CH_3COO^- + H_2O$ | | | |
|----------------------|--------------------------------------|-----------------|-------|----------|
| الحالة الابتدائية | n_a' | $C_b V_b$ | 0 | بالزيادة |
| الحالة النهائية | $n_a' - x_f$ | $C_b V_b - x_f$ | x_f | بالزيادة |

بما أن تفاعل المعايرة تام، يمكننا أن نكتب عند التكافؤ

$$n_a' = C_b V_b \text{ في البشير الواحد}$$

$$n_a = 10 C_b V_b : \text{أما في الوسط التفاعلي فيكون}$$

4- أ- مميزات تفاعل الإماهة: محدود، لاجراري، عكوس، بطيء.

ب- حساب كمية مادة الاستر الابتدائية :

$$n_0(\text{ester}) = \frac{m}{M} = \frac{\rho \times V}{M} = \frac{0,87 \times 15}{130} = 0,1 \text{ mol}$$

حساب كمية مادة الماء الابتدائية :

$$n_0(H_2O) = \frac{\rho \times V}{M} = \frac{1 \times 35}{18} = 1,94 \text{ mol}$$

ج- جدول تقدم تفاعل الإماهة :

| المعادلة | $C_7H_{14}O_2 + H_2O = C_2H_4O_2 + C_5H_{11}OH$ | | | |
|----------------------|---|--------------|-------|-------|
| الحالة الابتدائية | 0,1 mol | 1,94 mol | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | 0,1 - x_f | 1,94 - x_f | x_f | x_f |

4 - معادلة اإماهة اإثانوات 3-ميثيل بوتيل:

أ- اذكر مميزات تفاعل الإماهة السابق.

ب- احسب كميتي المادة الابتدائيتين للاسترو الماء.

ج- أنشئ جدولاً لتقدم تفاعل الإماهة.

5- نعتبر أن التحول وصل إلى خده عند اللحظة $t = 120 \text{ min}$

أ- احسب نسبة التقدم النهائي τ_f عند اللحظة السابقة.

ب- كيف يمكن رفع نسبة التقدم النهائي لتفاعل الإماهة؟
يعطى:

$$M = 130 \text{ g/mol} \text{ (الكتلة المولية لاإثانوات 3-ميثيل}$$

$$\text{بوتيل) الكتلة الحجمية لاإثانوات 3 - ميثيل بوتيل}$$

$$\rho = 0,87 \text{ g/mL}$$

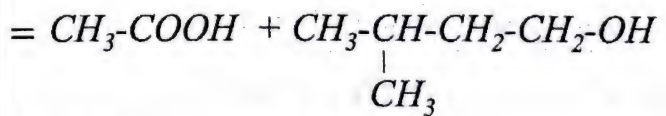
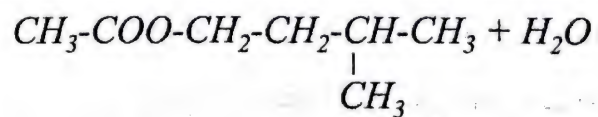
$$K_a(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 1,8 \times 10^{-5}$$

عند الدرجة 25°C

الحل:

1- الوظيفة الكيميائية لاإثانوات 3-ميثيل بوتيل هي: أستر

2- معادلة الإماهة هي :



(1)

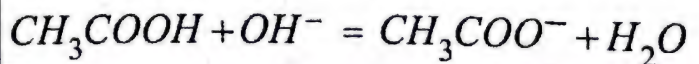
(2)

أسماء النواتج :

المركب (1): الإيثانويك (حمض)

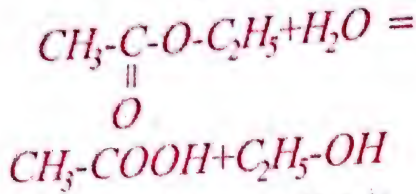
المركب (2): 3-ميثيل بوتان-1-أول (كحول)

3- أ- معادلة تفاعل المعايرة :



الحل:

1-أ- معادلة التفاعل الكيميائي:



ب- التركيب المولي للمزيج عند التوازن:

| المركبات | الاستر | الماء | الحمض | الكحول |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|
| الحالة الابتدائية | 0,1 mol | 0,1 mol | 0 | 0 |
| الحالة النهائية | 1/15 mol | 1/15 mol | 1/30 mol | 1/30 mol |

$$n_{\text{(ester)}} = \frac{m}{M} = \frac{8,8}{88} = 0,1 \text{ mol} = \frac{3}{30} \text{ mol}$$

$$n_{\text{(eau)}} = \frac{m}{M} = \frac{1,8}{18} = 0,1 \text{ mol} = \frac{3}{30} \text{ mol}$$

حساب عدد مولات الاستر والماء المتبقين:

$$n_{\text{(ester)}} = n_{\text{(eau)}} = \frac{3}{30} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

ج- حساب ثابت التوازن:

$$K = \frac{[\text{Acide}]_f \times [\text{Alcoo}]_f}{[\text{Ester}]_f \times [\text{Eau}]_f} = \frac{\left(\frac{1}{30}\right)^2}{\left(\frac{1}{15}\right)^2} = 0,25$$

2-أ- يتزاح التوازن في اتجاه تفاعل الإماهة للتخلص من كمية الماء المضافة.

ب- حساب كتلة الماء المضاف: من البيان نجد أن كمية الاستر المتبقية هي نصف كمية الاستر عند اللحظة $t=80h$ وعلى هذا الأساس نكمل الجدول التالي:

| المركبات | الاستر | الماء | الحمض | الكحول |
|-------------|-------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| عند $t=80h$ | $\frac{2}{30} \text{ mol}$ | $\frac{2}{30} \text{ mol} + x$ | $\frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30}$ |
| عند التوازن | $\frac{2}{30} - \frac{1}{30}$ | $\frac{2}{30} + x - \frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30} + \frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30} + \frac{1}{30}$ |

5-أ- حساب نسبة التقدم النهائي:

من البيان نجد: $x_f = 0,085 \text{ mol}$

من جدول التقدم نجد: $x_{\text{max}} = 0,1 \text{ mol}$

$$\tau_f = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{0,085}{0,1} = 0,85$$

ومنه:

ب- يمكن رفع نسبة التقدم النهائي لتفاعل الإماهة بحذف أحد النواتج.

التمرين 08

1- نمزج في اللحظة الزمنية $t=0$ ، $8,8g$ من ايثانوات الإثيل و $1,8g$ من الماء تحت درجة الحرارة 100° .

نتابع التفاعل الحادث فنلاحظ انه ابتداء من اللحظة $t=80h$ كمية الحمض المتشكل لا تتغير وتساوي

$$\frac{1}{30} \text{ mol}$$

أ- اكتب معادلة التفاعل الكيميائي الحادث.

ب- أوجد التركيب المولي للمزيج عند التوازن الكيميائي.

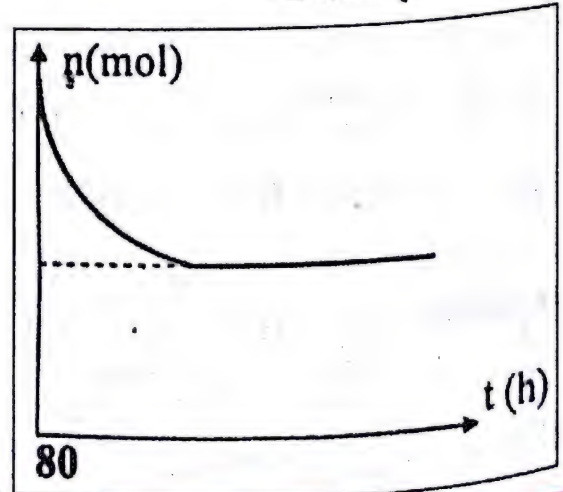
ج- احسب ثابت التوازن الموافق.

2- عند التوازن الكيميائي نضيف للمزيج كتلة m من الماء.

أ- في أية جهة يتزاح التوازن؟ علل.

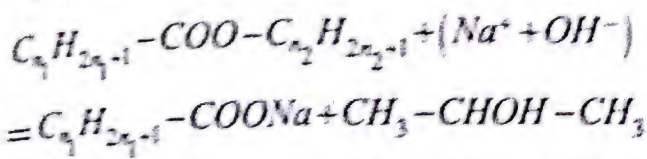
ب- يمثل المخطط في الشكل تغيرات كمية الاستر بدلالة الزمن للتوازن الجديد.

استنتج الكتلة m للماء المضاف.

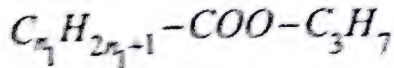


الحل:

1- معادلة تفاعل الاستر مع هيدروكسيد الصوديوم:



وعليه صيغة الاستر العامة هي:



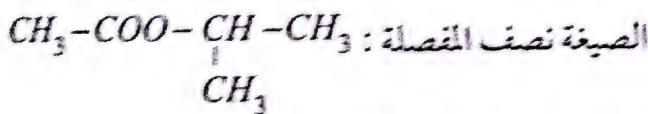
كتلته المولية: $M_{(ester)} = 14n_1 + 88$

الكتلة المولية للملح: $M' = 14n_1 + 68$

إيجاد الصيغة الجزيئية المجملية: $5,1g \rightarrow 4,1g$

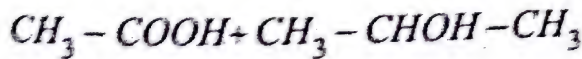
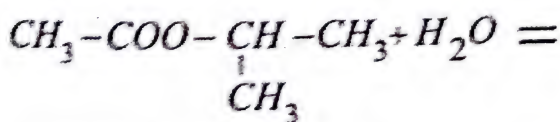
$$14n_1 + 88 \rightarrow 14n_1 + 68 \Leftrightarrow n_1 = 1$$

إذن صيغة الاستر هي: $CH_3-COO-C_3H_7$



اسمه: إيثانوات -1- ميثيل إيثيل

2- أ- معادلة إمامة الاستر:



ب- حساب مردود التفاعل:

$$n_{(ester)} = \frac{m}{M} = \frac{5,1}{102} = 0,05mol$$

$$n_{(eau)} = \frac{m}{M} = \frac{0,540}{18} = 0,03mol$$

$$n_{(acide)} = CV = 0,5 \times 0,03 = 0,015mol$$

$$r = \tau_f \times 100 = \frac{x_f}{x_{max}} \times 100 = \frac{n_{(acide)}}{n_{(eau)}} \times 100$$

$$= \frac{0,015}{0,03} \times 100 = 50\%$$

$$K = \frac{[Acide]_f \times [Alcoo]_f}{[Ester]_f \times [Eau]_f} = \frac{\left(\frac{2}{30}\right)^2}{\left(\frac{1}{30}\right)\left(\frac{1}{30} + x\right)} = 0,25$$

بعد التحليل نجد: $x = 0,5mol$

وعليه تكون كتلة الماء: $m_{H_2O} = x \times M_{H_2O}$

$$m_{H_2O} = 0,5 \times 18 = 9g$$

التمرين 09

استر صيغته من الشكل $R_1-COO-R_2$ (حيث R_1 و R_2 جذران ألكيليان)، كتلته $10,2g$ تقسمه في أنبوبين إلى جزئين متساويين (A) و (B).

تفاعل الجزء (A) مع محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم، نحصل على البروبان-2-ول و ملح كتلته $4,1g$.

تفاعل الجزء (B) مع $540mg$ من الماء، ولما يصل التفاعل لحد الإشباع نعاير الحمض الناتج بواسطة محلول هيدروكسيد الصوديوم تركيزه $0,5mol/L$ فلزم لذلك $30mL$ من هذا المحلول الأساسي.

1- اكتب معادلة تفاعل الاستر مع هيدروكسيد الصوديوم، ثم أوجد الصيغة الجزيئية المجملية لهذا الاستر واكتب صيغته المفصلة مع ذكر اسمه.

2- أ- اكتب معادلة إمامة الاستر.

ب- احسب مردود هذا التوازن.

ج- احسب ثابت توازن هذا التفاعل.

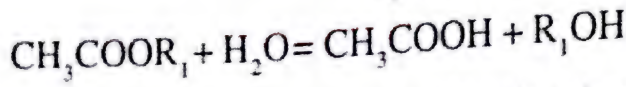
3- نضيف للمزيج الناتج عن تفاعل الاماهة وهو في حالة التوازن كمية من حمض الايثانويك.

- في أي اتجاه يتزاح التفاعل؟

يعطى: $Na = 23g/mol$ $C = 12g/mol$
 $O = 16g/mol$ $H = 1g/mol$

الحل:

1- معادلة التفاعل هي:



مميزات تفاعل الإماهة هي: محدود - لا حراري - عكوس - بطيء .

2- حساب مردود التفاعل .

- حساب كمية مادة الماء الابتدائية:

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{m}{M} = \frac{27}{18} = 1,5 \text{ mol}$$

و بالتالي عبارة مردود التفاعل هي:

$$r = \tau_r \cdot 100 = \frac{x_f}{x_{\max}} \cdot 100 = \frac{n_{\text{acide}}}{n_0} \cdot 100$$

$$r = \frac{0,173}{1,5} \cdot 100 = 34\%$$

$$r + \text{إماهة} = 100\%$$

$$100\% - 34\% = 66\% = \text{إماهة} = 100\% - r = \text{إسترة}$$

و بالتالي الكحول المستعمل أولي.

3- حساب الكتلة المولية للاستر:

$$M = \frac{m}{n} = \frac{153}{1,5} = 102 \text{ g/mol}$$

$$M = 60 + 14n$$

$$102 = 60 + 14n \quad / \quad n = 3$$

- إيجاد الصيغة الجزيئية للاستر $(\text{CH}_3\text{COOC}_n\text{H}_{2n+1})$:

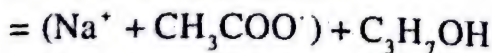
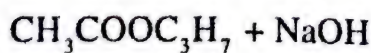
وبالتالي صيغة الأستر هي: $\text{CH}_3\text{COOC}_3\text{H}_7$ وصيغة

الكحول المجملة هي $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$ وصيغته نصف

المفصلة هي: $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-OH}$ بروبان-1-ول

اسم الأستر هو: إيثانوات البروبيل.

4- معادلة تفاعل الأستر مع الصود:



نواتج التفاعل هما: إيثانوات الصوديوم و بروبان-1-ول

$$K = \frac{[\text{Acide}]_f \times [\text{Alcool}]_f}{[\text{Ester}]_f \times [\text{Eau}]_f}$$

جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{C}_3\text{H}_{10}\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2 + \text{C}_3\text{H}_8\text{O}$ | | | |
|----------|--|------------------|-------------|-------------|
| ح! | 0,05mol | 0,03mol | 0 | 0 |
| ح ن | 0,05-0,0015=0,035 | 0,03-0,015=0,015 | $x_f=0,015$ | $x_f=0,015$ |

$$K = \frac{\frac{0,015}{V} \times \frac{0,015}{V}}{\frac{0,015}{V} \times \frac{0,035}{V}} = 0,43$$

3- يتزاح التفاعل في الاتجاه الذي ينقص من المادة المضافة أي في اتجاه تفاعل الاسترة .

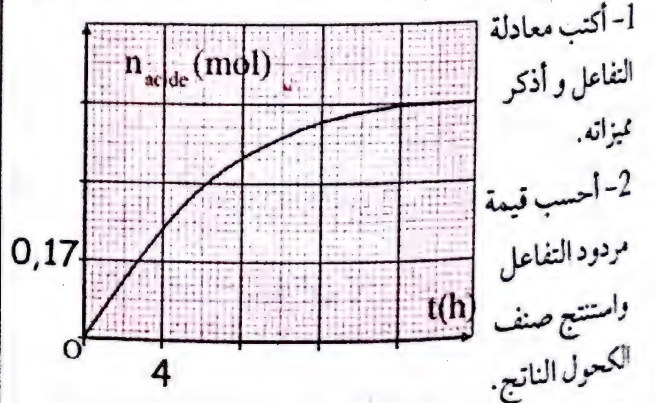
التمرين 10

نفاعل 1,5 mol من استر عضوي (A) صيغته هي:

CH_3COOR_1 (حيث R_1 جذر ألكيلي) مع 27g من الماء .

نقوم بدراسة تغيرات كمية مادة حمض الإيثانويك المتشكل

بدلالة الزمن فنتحصل على المنحنى المعطى في الشكل التالي:



3- علما أن كتلة الأستر المستعمل هي 153 g ، استنتج

الصيغة نصف المفصلة للكحول واسمه واسم الأستر المتفاعل .

4- عند بلوغ التفاعل حدّه نضيف للأستر المتبقي كمية كافية

من الصود ، أكتب معادلة التفاعل واذكر إسم النواتج .

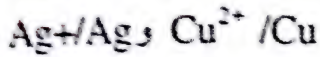
5- أحسب كتلة الملح الناتج .

$$M_{\text{Na}} = 23 \text{ g/mol} , \quad M_{\text{O}} = 16 \text{ g/mol}$$

$$M_{\text{C}} = 12 \text{ g/mol} , \quad M_{\text{H}} = 1 \text{ g/mol}$$

الحل:

1- الثنائيتين مر / مؤ الداخلتين في تشغيل العمود هما:



2- المعادلة النصفية للأكسدة هي: $\text{Cu} = \text{Cu}^{2+} + 2e^-$

المعادلة النصفية للإرجاع هي: $\text{Ag}^+ + e^- = \text{Ag}$

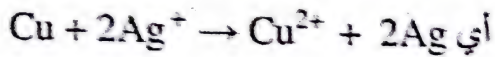
معادلة الأكسدة والإرجاع هي: $\text{Cu} + 2\text{Ag}^+ = \text{Cu}^{2+} + 2\text{Ag}$

3- لمعرفة إتجاه تطور الجملة نحسب كسر التفاعل الابتدائي:

$$Q_r = \frac{[\text{Cu}^{2+}]}{[\text{Ag}^+]^2} = \frac{0,2 \cdot 0,1}{\left(\frac{0,2 \cdot 0,1}{0,1}\right)^2} = 5$$

بما أن $Q_r < K$ فالجملة تتطور في الإتجاه المباشر للتفاعل.

- يمكننا القول عن هذا التحول أنه تام لأن $K > 10^4$



4- كمية الكهرباء التي يتجها العمود هي:

$$Q = I \cdot \Delta t = 0,2 \cdot 2 \cdot 3600 = 1440 \text{ C}$$

5- جدول التقدم:

| المعادلة | $\text{Cu} + 2\text{Ag}^+ \rightarrow \text{Cu}^{2+} + 2\text{Ag}$ |
|---------------|--|
| n_1 | n_2 |
| $n_1 - x_f$ | $n_2 + 2x_f$ |
| ح | ح |
| 0,02 | 0,02 |
| $0,02 - 2x_f$ | $0,02 + 2x_f$ |

بما أن Ag^+ هو الذي يختفي تماما فإن:

$$0,02 - 2x_f = 0 \rightarrow x_f = 0,01 \text{ mol}$$

إذن في نهاية التفاعل يكون: $[\text{Ag}^+] = 0$

$$[\text{Cu}^{2+}] = \frac{0,02 + x_f}{V} = \frac{0,02 + 0,01}{0,1} = 0,3 \text{ mol/L}$$

التمرين 12

نضع في وعاء التحليل الكهربائي 100 mL من محلول نترات

الفضة حيث $[\text{Ag}^+] = 0,1 \text{ mol/L}$ مع استعمال مسرتين

من الغرافيت واللذين نوصلهما إلى قطبي مولد للتيار

الكهربائي المستمر، فتكون شدة التيار $I = 0,2 \text{ A}$

5- حساب كتلة الملح الناتجة:

التفاعل السابق تام وبالتالي تتفاعل كل كمية مادة الأستر.

حساب كمية مادة الأستر المتبقي من التفاعل -1:

$$n = n_0 - n_{\text{acide}} = 1,5 - 0,51 = 0,99 \text{ mol}$$



وبالتالي: $n(\text{الملح}) = 0,99 \text{ mol}$

- حساب كتلة الملح الناتج:

$$n = \frac{m}{M} \rightarrow m = n \cdot M = 0,99 \cdot 82 = 81,18 \text{ g}$$

التمرين 11

نعتبر العمود ذي الرمز $\text{Cu} | \text{Cu}^{2+} || \text{Ag}^+ | \text{Ag}$

والذي يتشكل من صفيحة من النحاس مغمورة في محلول

كبريتات النحاس II حجمه 100 mL حيث:

$[\text{Cu}^{2+}] = 0,2 \text{ mol/L}$ وصفيحة من الفضة مغمورة في

محلول من نترات الفضة حجمه 100 mL حيث:

$[\text{Ag}^+] = 0,2 \text{ mol/L}$ ومن جسر ملحي عبارة عن

ورق ترشيح مبلل بمحلول كلور البوتاسيوم.

1- حدد الثنائيتين مر / مؤ الداخلتين في تشغيل العمود.

2- أكتب معادلة التفاعل الممنهج للتحول الكيميائي الذي

يحدث في العمود.

3- في أي إتجاه تتطور الجملة علما أن ثابت التوازن:

$$K = 2,1 \cdot 10^{15}$$

- ماذا يمكن القول عن التحول السابق؟

4- إذا كان العمود ينتج تيارا كهربائيا مستمرا شدته $I = 0,2 \text{ A}$

خلال مدة زمنية $\Delta t = 2 \text{ h}$ ، أحسب كمية الكهرباء التي يتجها

العمود خلال هذه المدة.

5- عين التركيزين الموليين النهائيين للشوارد Cu^{2+} و Ag^+

مستعينا بجدول التقدم.

بما أن $x < x_f$ فإن التحول لم ينته.

4- حساب كتلة الفضة المترسبة:

$$m = n \cdot M = 4x \cdot M = 4 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 108 = 0,216 \text{ g}$$

- حساب حجم غاز الأكسجين المنطلق:

$$V(\text{O}_2) = n \cdot V_M = x \cdot V_M = 5 \cdot 10^{-4} \cdot 24 = 12 \cdot 10^{-3} \text{ L}$$

التمرين 13

لإنجاز عمود يتطلب الأدوات التالية:

كأس يحتوي على الحجم V_1 من محلول نترات الرصاص

$$C_1 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ mol/L} \text{ (تركيزه المولي } (\text{Pb}^{2+} + 2\text{NO}_3^-))$$

وكأس ثاني مكون من حجم $V_1 = V_2$ من محلول مائي

$$C_1 = C_2 \text{ (تركيزه المولي } (\text{Ag}^+ + \text{NO}_3^-))$$

وسلك من معدن الفضة وسلك من معدن الرصاص،

جسر ملحي، مقاومة R .

1- أرسم شكلا تخطيطيا للعمود مدعما بالبيانات.

2- نستخدم جهاز فولط - متر من أجل تحديد أقطاب

$$\text{العمود فتبين أن } U_{\text{Ag}} > U_{\text{Pb}}.$$

أ - بين على المخطط السابق طريقة ربط جهاز الفولط - متر

مع توضيح القطبين الموجب والسالب للعمود.

ب - أكتب المخطط الإصطلاحي للعمود (رمز العمود).

3- أكتب معادلة التفاعل أكسدة - إرجاع النمذجة للتحول

$$\text{الحادث بالشائيتين صر/مؤ } (\text{Ag}^+ / \text{Ag}), (\text{Pb}^{2+} / \text{Pb}).$$

4- أ - أحسب قيمة كسر التفاعل Q في الحالة الابتدائية

وبين جهة التطور التلقائي للجملة علما ان ثابت التوازن

$$K = 4,6 \cdot 10^{36}.$$

ب - يشتغل العمود بشدة تيار ثابتة $I = 65 \text{ mA}$ وبعد

مدة زمنية Δt من الإشتغال تكون قيمة تقدم التفاعل

$$x = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ mol}.$$

ونلاحظ حيث إنطلاق غاز ثنائي الأكسجين O_2 عند المصدر
يتم ترسب معدن الفضة عند المهبط.

1- أكتب معادلة التفاعل النمذج لعملية التحليل الكهربائي.

2- كم تكون كمية الكهرباء المستهلكة بعد مرور مدة زمنية

قدرها 15 min من العملية وما هو تقدم التفاعل آنذاك؟

3- باعتبار التحول تام، هل تكون عملية التحليل الكهربائي قد

إنتهت؟

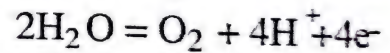
ب - أحسب كتلة الفضة المترسبة وما هو حجم غاز الأكسجين

O_2 المنطلق؟

$$V_M = 24 \text{ L/mol} \text{ (الحجم المولي)}$$

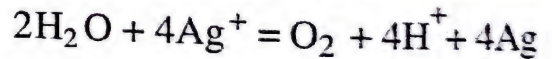
الحل:

1- المعادلة التصفية للأكسدة هي:



- المعادلة التصفية للإرجاع هي: $\text{Ag}^+ + \text{e}^- = \text{Ag}$

- معادلة الأكسدة والإرجاع هي:



2- حساب كمية الكهرباء: $Q = I \cdot \Delta t = 0,2 \cdot 15 \cdot 60 = 180 \text{ C}$

- حساب مقدار التقدم x آنذاك:

عدد الإلكترونات المحولة عند حدوث التفاعل هي $n(\text{e}^-) = 4$

$$Q = n(\text{e}^-) \cdot x \cdot F$$

$$\rightarrow x = \frac{Q}{n(\text{e}^-) \cdot F} = \frac{180}{4 \cdot 96500} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

3- حساب x_f :

نستعين بجدول التقدم:

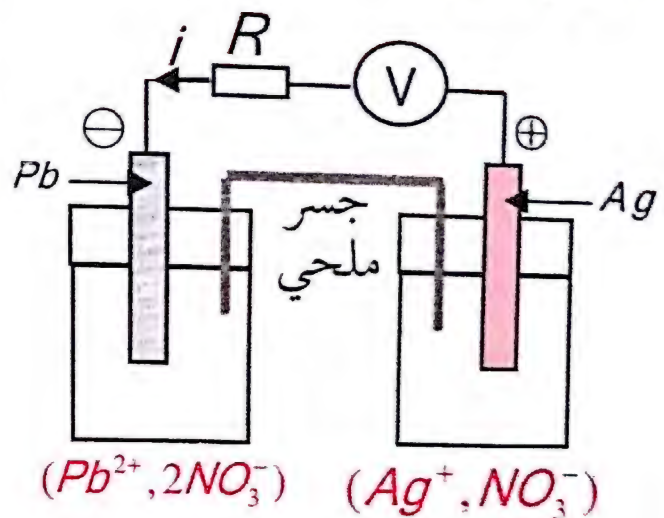
| المعادلة | $2\text{H}_2\text{O} + 4\text{Ag}^+ = \text{O}_2 + 4\text{H}^+ + 4\text{Ag}$ | | | |
|-----------|--|-------|--------|--------|
| زيادة ح 1 | 0,01 | 0 | 0 | 0 |
| زيادة ح 2 | $0,01 - 4x_f$ | x_f | $4x_f$ | $4x_f$ |

شوارد Ag^+ هي التي تختفي تماما و عليه:

$$0,01 - 4x_f = 0 \rightarrow x_f = \frac{0,01}{4} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

الحل:

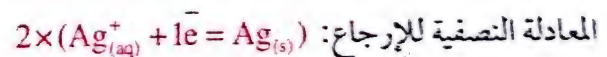
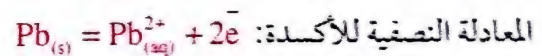
1- الشكل التخطيطي :



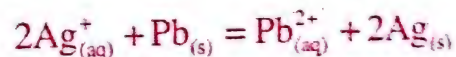
ب- المخطط الإصطلاحي للعمود.



3- المعادلات :



معادلة الأكسدة-إرجاع:



4- أ- حساب كسر التفاعل في الحالة الابتدائية:

$$Q_n = \frac{[\text{Pb}^{2+}]}{[\text{Ag}^{+}]^2} = \frac{C_1}{C_2^2} = \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 10$$

نلاحظ أن $Q_n < K$ و منه تتطور الجملة في الاتجاه المباشر.

ب- حساب قيمة Δt :

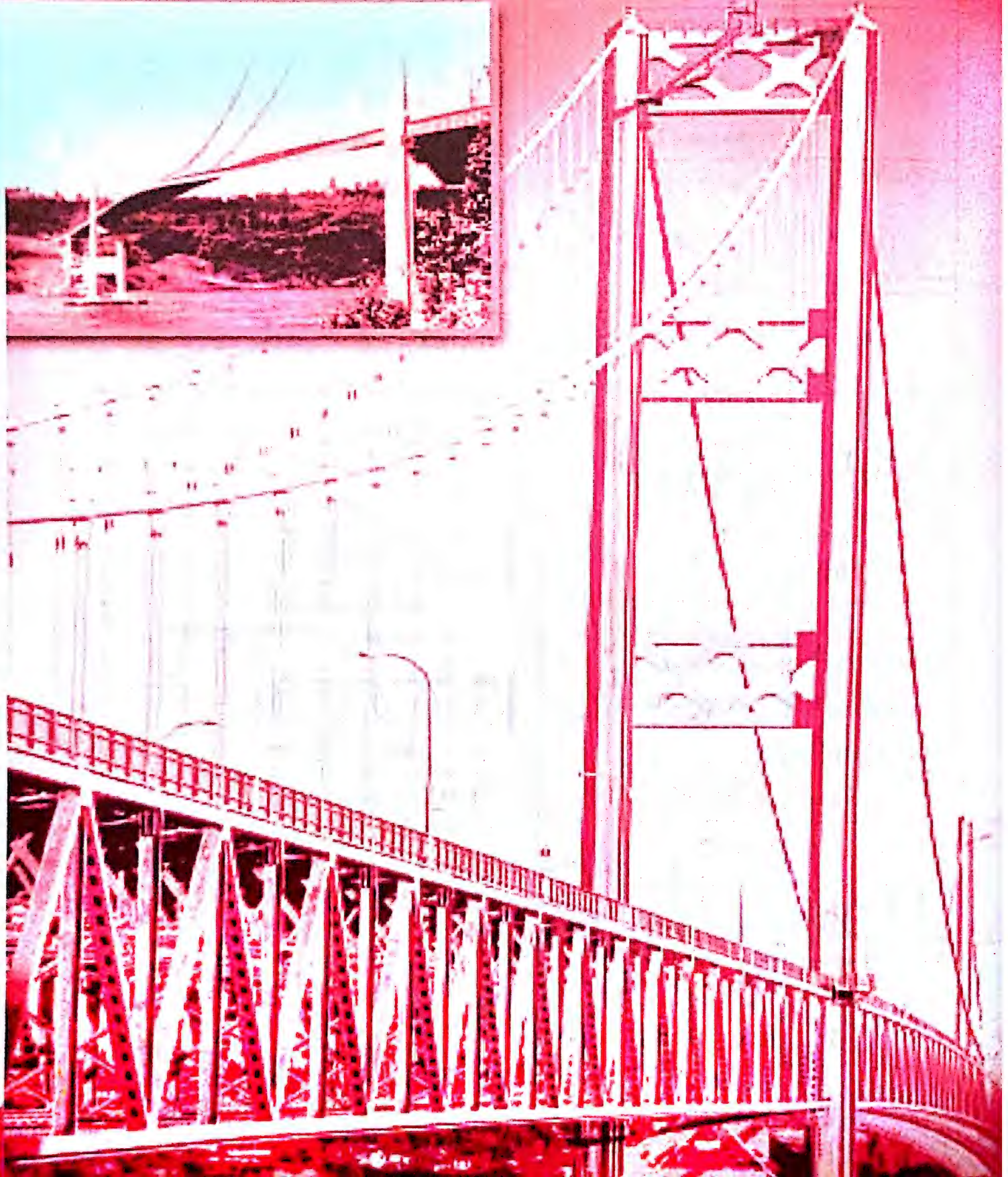
$$Q = I \times \Delta t = n(e^{-}) \cdot x \cdot F$$

$$\Delta t = \frac{n(e^{-}) \cdot x \cdot F}{I} = \frac{2 \times 1,21 \cdot 10^{-3} \times 96500}{65 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Delta t = 3592,8 \text{ s} \approx 1 \text{ h}$$

التطورات الاهتزازية

الوحدة
7



الجزء 1 : الاهتزازات الميكانيكية:

1- تعاريف :

الجملة الميكانيكية المهتزة: هي كل جملة تقوم بحركة ذهابا وإيابا على جانبي وضع توازن منها:

أ- الاهتزازات الميكانيكية منها الحرة: وهي على 3 أنماط.

- الاهتزازات الحرة غير المتخامدة: هي التي تنجزها جملة ميكانيكية دون اكتساب طاقة من المحيط الخارجي أثناء إهتزازها.

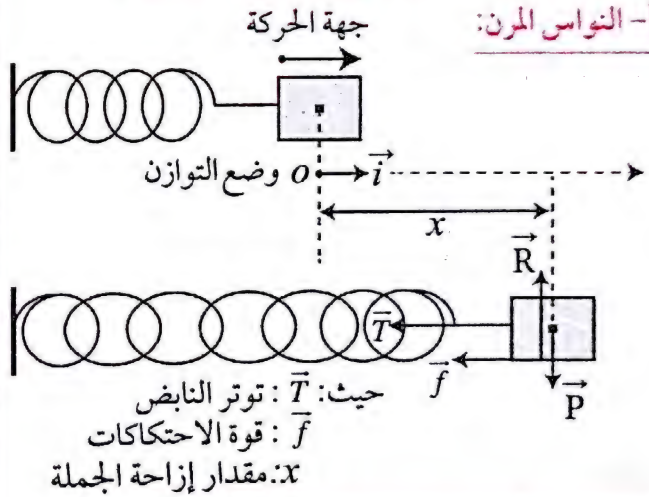
الاهتزازات الحرة المتخامدة: هي التي تنجزها جملة ميكانيكية فتفقد جزء من طاقتها للوسط الخارجي بفعل الاحتكاكات.

الاهتزازات الحرة المغداة: هي التي تنجزها جملة ميكانيكية بتعويض الطاقة المفقودة خلال اهتزازها بواسطة تجهيز مناسب.

ب- الاهتزازات الميكانيكية القسرية: نقول عن جملة ما في شروط معينة أنها تتعرض للاهتزازات قسرية عندما يفرض عامل خارجي (المحرض) دور اهتزازاته على هذه الجملة.

2- دراسة بعض الجمل في حالة الاهتزازات الحرة.

أ- النواس المرن:

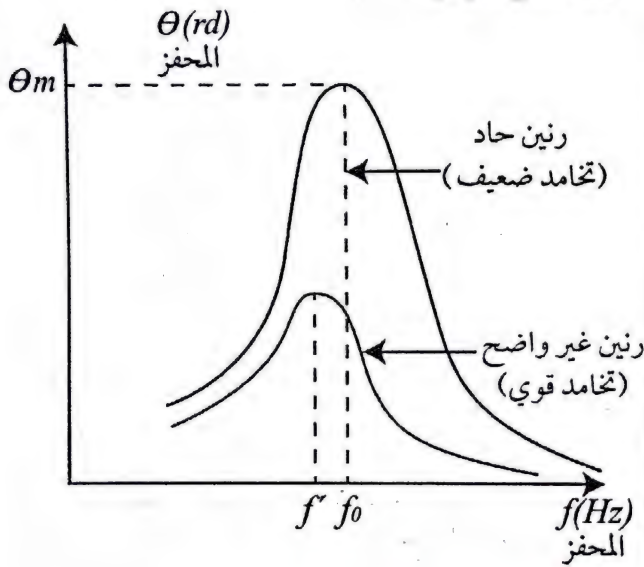


| الاهتزازات | الاهتزازات غير | |
|--|---|--------------------|
| المتخامدة $f = \lambda \nu$ | المتخامدة أو المغداة $f = 0$ | |
| بتطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ | بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ | المعادلة التفاضلية |
| $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T} = m\vec{a}$ | $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$ | |
| بعد الإسقاط على المحور (o, \vec{i}) | بعد الإسقاط على المحور (o, \vec{i}) | |
| | $-T = ma$ | |

| | | |
|--|---|---|
| $-T - f = ma$ $-kx - \lambda v = ma$ $-\frac{k}{m}x - \frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\lambda}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$ | $-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$ $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ | |
| | $x(t) = x_0 \cos(w_0 t + \varphi_0)$ حيث x_0 سعة الحركة w_0 : نبض الحركة φ_0 الصفحة الابتدائية ($t=0$) وتحدد من الشروط الابتدائية | حل المعادلة التفاضلية |
| | $w_0^2 = \frac{k}{m}$ $w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ | نبض الحركة $\left(\frac{rd}{s}\right)$ |
| | $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ | دور الحركة (s) |
| | | البيانات x, v, a بدلالة الزمن باعتبار: $x(0) = 0$ $v(0) > 0$ |
| | $E_T = E_c + E_{pe}$ $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ | الطاقة (j) |
| | | مخططات الطاقة بدلالة الفاصلة x |
| | | مخططات الطاقة بدلالة الزمن t |

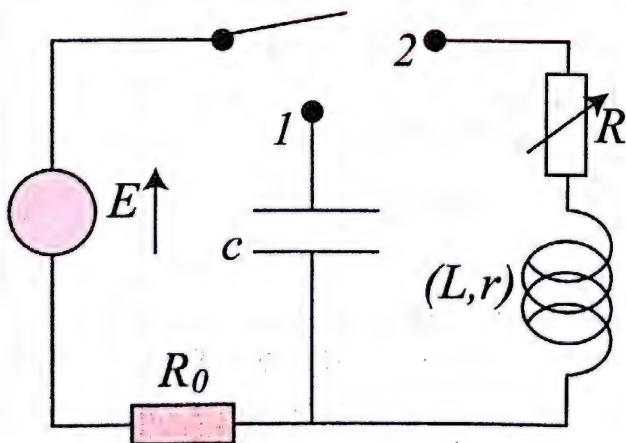
3- الاهتزازات القسرية:

يتكون هذا الجهاز من نواصين ثقيلتين يربط بينهما على مستوى محور دورانها المشترك نابض حلزوني، النواص الذي يحمل الكتلة الزالقة هو المحفز (المثير)، عندما نزيجه عن موضع توازنه ثم نحرره يهتز ويحجز النواص الثاني (المجاوب) على الاهتزاز بتواتر مساو لتواتره، نقول أن اهتزازات هذا الأخير أصبحت قسرية، وبتغيير تواتر المجاوب (تغيير وضع الكتلة الزالقة) نحصل على الرنين عندما يصبح للنواصين نفس الدور (نفس التواتر).



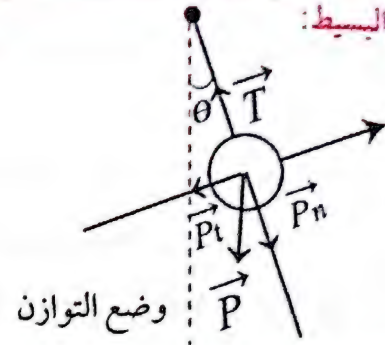
الجزء 2: الاهتزازات الكهربائية

1- الاهتزازات الحرة لجملة كهربائية



عند وضع الوضع 1 تشحن المكثفة بواسطة المولد
عند وضع الوضع 2 تتفرغ المكثفة تلقائيا في الوشعة

ب- النواص البسيط:



المعادلة التفاضلية بدلالة x (اهتزازات حرة غير متخامدة)

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن: $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحور المماسي والموجه باتجاه الإزاحة نجد:

$$P_t = ma_t$$

$$-mg \sin \theta = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

من جهة أخرى: $\sin \theta = \frac{x}{\ell}$ بالتعويض نجد:

$$-mg \frac{x}{\ell} = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{g}{\ell} x = 0$$

حل المعادلة التفاضلية: $x = x_0 \cos(w_0 t + \phi_0)$

$$w_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} = \frac{2\pi}{T_0} \quad \text{نبض الحركة:}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \text{دور الحركة}$$

المعادلة التفاضلية بدلالة θ:

$$\sin \theta \approx \theta = \frac{x}{\ell} \quad \text{علما أنه في الزوايا الصغيرة:}$$

بالتعويض في حل المعادلة التفاضلية السابقة نجد:

$$\frac{x}{\ell} = \frac{x_0}{\ell} \cos(w_0 t + \phi_0)$$

$$\frac{x}{\ell} = \frac{x_0}{\ell} \cos(w_0 t + \phi_0) \dots \dots (1)$$

نشق العلاقة (1) مرتين نجد:

$$\theta' = -\theta_0 w_0 \sin(w_0 t + \phi_0)$$

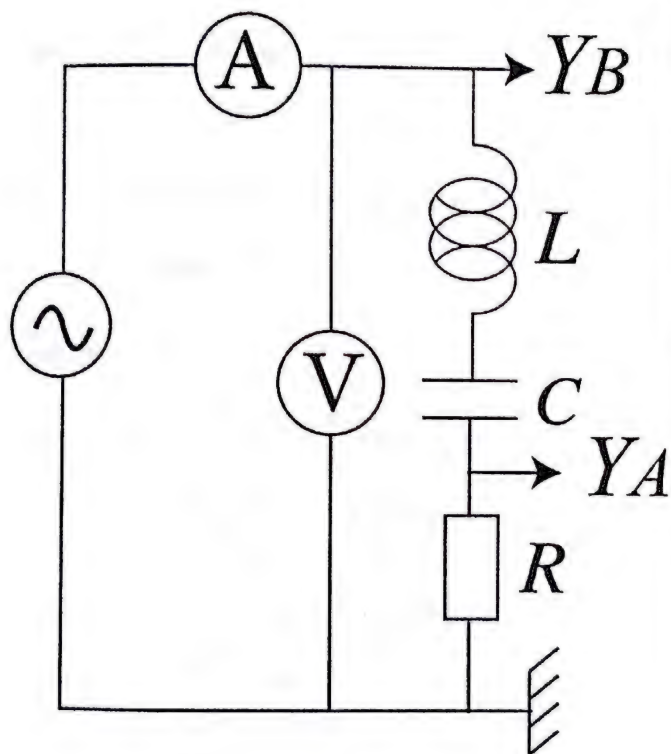
$$\theta'' = -\theta_0 w_0^2 \cos(w_0 t + \phi_0)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + w_0^2 \theta_0 \cos(w_0 t + \phi_0) = 0$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + w_0^2 \theta_0 = 0$$

2- الاهتزازات القسرية لجملة كهربائية:

رأينا سابقا أن اهتزازات الدارة RLC تكون حرة متخامدة فعند ربطها بمولد للتوترات المنخفضة GBF على التسلسل فإنه يزودها بتوتر متناوب جيبي أي يفرض عليها نظام متناوب جيبي، نقول أن الدارة RLC في حالة نظام جيبي قسري.



نشاهد على شاشة راسم الاهتزازا المهبطي مايلي:
يتطور $U_R(t)$ (أي $i(t)$) و $U(t)$ بشكل دوري وجيبي متناوب يكون لهما نفس الدور T وبالتالي نفس التواتر f للمولد قابل للتغير يختلف في البداية عن التواتر الذاتي :

$$f_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$$

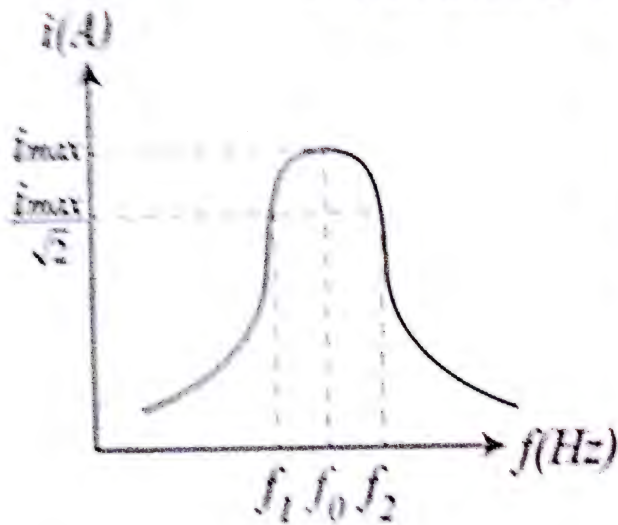
ممانعة ثنائي القطب RLC :

نطلق لفظ ممانعة الدارة على النسبة $\frac{U_{eff}}{I_{eff}}$ لذا نكتب:

$$Z = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{U_{max}}{I_{max}} \text{ وهي تقدر بـ } \Omega$$

| الاهتزازات متخامدة $R+r \neq 0$ | الاهتزازات غير المتخامدة $R+r=0$ | |
|---|--|--|
| $U_C + U_R + U_L = 0$ $\frac{q}{c} + Ri + ri + L \frac{di}{dt} = 0$ $\frac{q}{c} + i(R+r) + L \frac{di}{dt} = 0$ $i = \frac{dq}{dt}$ $\frac{q}{c} + (R+r) \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{R+r}{L}\right) \frac{dq}{dt} + \frac{1}{Lc} q = 0$ | $U_C + U_L = 0$ $\frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} = 0$ $i = \frac{dq}{dt}$ $\frac{q}{c} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{Lc} q = 0$ | المعادلة التفاضلية بدلالة q |
| | $q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ حيث Q_0 الشحنة العظمى ω_0 : نبض الاهتزازات φ_0 : الصفيحة الابتدائية | حل المعادلة التفاضلية |
| | $\omega_0^2 = \frac{1}{Lc}$ $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ | نبض الاهتزازات $\left(\frac{rad}{s}\right)$ |
| من أجل R_T صغيرة جدا يكون $T_0 \approx T$ | $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ | دور الاهتزازات |
| $R_T < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ نظام شبه دوري $T \approx T_0$ $R_T \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ نظام لادوري | $U_C = f(t)$ | البيان |
| | $E_T = R(C) + E(L)$ $= \frac{1}{2} c U_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$ | الطاقة |
| E_T E_L $E(c)$ | E_T E_L | مخططات الطاقة بدلالة الزمن |

منحنى التجاوب $i = g(f)$



ندعو المقدار $\Delta f = f_2 - f_1$ بالشريط الناقص

ندعو المقدار $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ بمعامل الجودة

ملاحظة: $I_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$ ، $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

تأثير العوامل R, L, C على ممانعة ثنائي القطب RLC

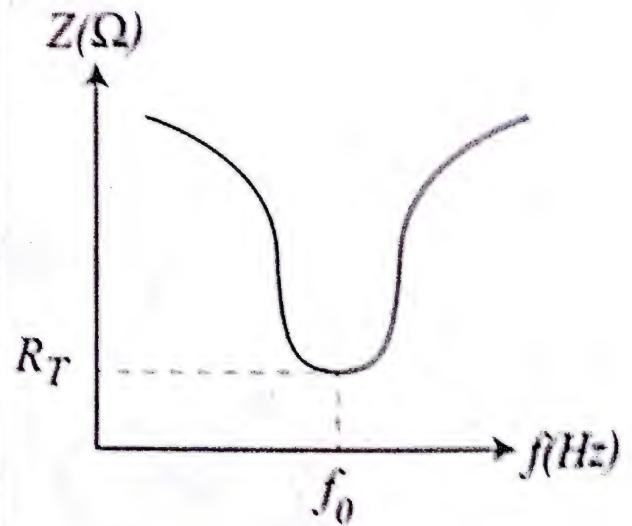
تأثير R : كلما ازدادت المقاومة R ازدادت الممانعة Z

تأثير L و C : كلما ازدادت L أو C تناقصت ممانعة الدارة

حتى تصل لقيمة صغرى عند التجاوب، ثم تبدأ بعدها بالتزايد،

تأثير f : كلما ازدادت f ، تناقصت ممانعة الدارة حتى تصل

القيمة صغرى عند التجاوب ثم تبدأ بعدها بالتزايد



ملاحظة: عند التجاوب تكون الإشارتان الناتجتان عن التوتر

$U(t)$ و $U_R(t)$ أي $i(t)$ على توافق



الشريط الناقص ومعامل الجودة:

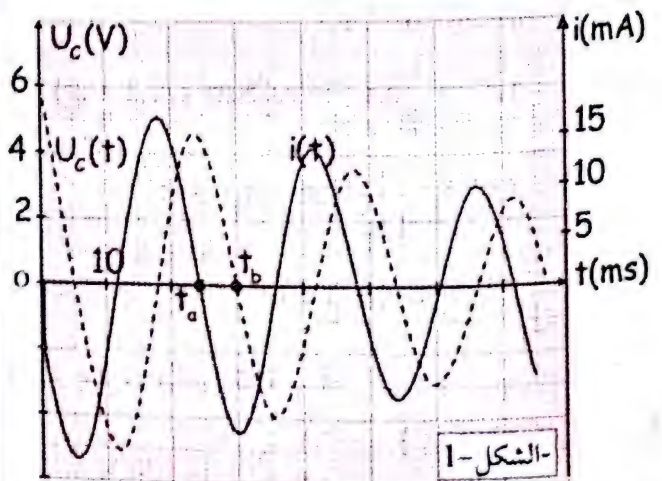
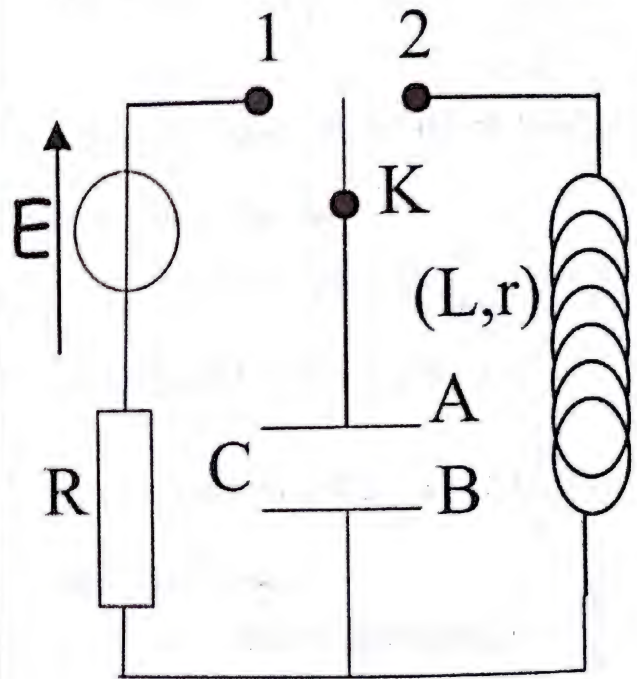
قسم التمارين

التمرين 01

تحقق الدارة الموضحة في الشكل المقابل حيث $C = 15\mu F$, $R = 10k\Omega$, $L = 1,0H$.

توضع البادلة في الوضع 1 فنشحن المكثفة بواسطة مولد التيار للتيار المستمر.

1- نضع البادلة في الوضع 2 و نسمح تجهيز مناسب بمتابعة تغيرات التوتر U_C بين طرفي المكثفة و تغيرات شدة التيار المار في الدارة حسب الشكل 1-



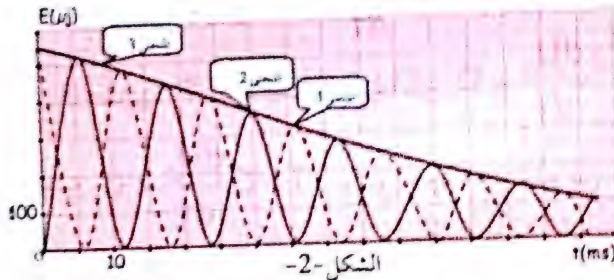
أ/ ما هو نمط الإهتزازات؟

ب/ إنطلاقاً من أحد المنحنيين عين قيمة شبه الدور.

ج/ اعط العلاقة التي تربط بين شدة التيار i و التوتر U_C .

د/ إعتياداً على المنحنيين بين اللحظتين t_1 و t_2 هل المكثفة في حالة شحن أم تفريغ؟ علل.

هـ/ إعتياداً على المنحنى $U_C(t)$ ، أوجد قيمة أعتد اللحظة t_1 والجهة الحقيقية لمرور التيار الكهربائي بين اللحظتين t_1 و t_2 .
2- من أجل دراسة الطاقة الكلية E_T للدارة يعطى في الشكل 2- تغيرات الطاقات الثلاث $E(L)$, $E(C)$, E_T بدلالة الزمن.



أ/ حدد المنحنى الموافق لكل طاقة.

ب/ فسر باختصار تناقص الطاقة الكلية للدارة.

3- نعتبر أن مقاومة الوشعية مهملة.

أ/ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة الشحنة q .

ب/ إستنتج العبارة الحرفية للدور بدلالة L , C واحسب قيمته.

ج/ أعط عبارة الطاقة الكهربائية والطاقة المغناطيسية بدلالة:

C , L , t , E , ω_0 , ϕ .

د/ أثبت أن الطاقة الكلية محفوظة.

الحل:

1- أ/ لا يوجد مولد في دارة التفريغ إذن الإهتزازات حرة متخامدة.

ب/ إيجاد قيمة شبه الدور:

من المنحنى $U_C(t)$ لدينا:

$$1,25T \rightarrow 30ms \Rightarrow T = 24ms$$

ج/ العلاقة بين i و U_C :

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ q &= CU_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow i = C \frac{dU_C}{dt}$$

نشتق الحل مرتين نجد: $\frac{dq}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -Q_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + Q_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{1}{LC} \\ \omega_0 &= \frac{2\pi}{T_0} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{LC} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

- حساب T_0 : $T_0 = 2\pi \sqrt{1.15 \cdot 10^{-6}} = 24,33 \text{ ms}$

ج/ عبارة الطاقة الكهربائية:

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{CE}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi) = E \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E(C) = \frac{1}{2} C U_C^2 = \frac{1}{2} C E^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi)$$

- عبارة الطاقة المغناطيسية:

$$i = \frac{dq}{dt} = -Q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= -CE \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$E(L) = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L C^2 E^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} L C^2 E^2 \frac{1}{LC} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

د/ عبارة الطاقة الكلية E_T :

$$E_T = E(C) + E(L)$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2} C E^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 (\cos^2(\omega_0 t + \varphi) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi))$$

$$= \frac{1}{2} C E^2 = \text{Cte}$$

د/ عند اللحظة $t = t_a$ يكون U_C أعظمي.

عند اللحظة $t = t_b$ يكون $U_C = 0$

إذن بين اللحظتين t_a و t_b تكون المكثفة في حالة تفريغ.

هـ/ من المنحنى $U_C(t)$ عند اللحظة $t = t_a$ يكون U_C

$$\frac{dU_C}{dt} = 0 \text{ وأثبتا وبالتالي}$$

$$i = C \frac{dU_C}{dt} = 0 \text{ وبالتالي:}$$

$$\frac{dU_C}{dt} < 0 \text{ أي } U_C \text{ يتناقص } t_b \text{ و } t_a \text{ بين اللحظتين}$$

$$\text{و عليه } i = C \frac{dU_C}{dt} < 0 \text{ وبالتالي يتجه } i \text{ من اللبوس } A$$

إلى اللبوس B.

$$E(L) = \frac{1}{2} L i^2 = 0 \text{ أي } i = 0 \text{ يكون } t = 0 \text{ عند اللحظة}$$

و عليه المنحنى -2- يمثل تغيرات الطاقة المغناطيسية المخزنة في الوشيعية.

$$E(C) = \frac{1}{2} C U_C^2 \neq 0 \text{ أي } U_C \neq 0 \text{ يكون } t = 0 \text{ عند}$$

و عليه المنحنى -1- يمثل تغيرات الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة.

- المنحنى -3- يمثل مجموع الطاقتين $E(C)$ و $E(L)$ أي يمثل تغيرات الطاقة الكلية E_T .

ب/ تتناقص الطاقة الكلية للدائرة بسبب وجود ضياع في الطاقة في المقاومة الداخلية للوشيعية بفعل جول.

$$U_C + U_L = 0 \text{ المعادلة التفاضلية:}$$

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$$

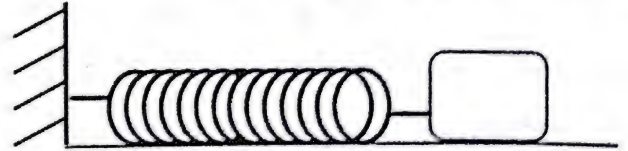
$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

ب/ حل المعادلة التفاضلية السابقة من الشكل:

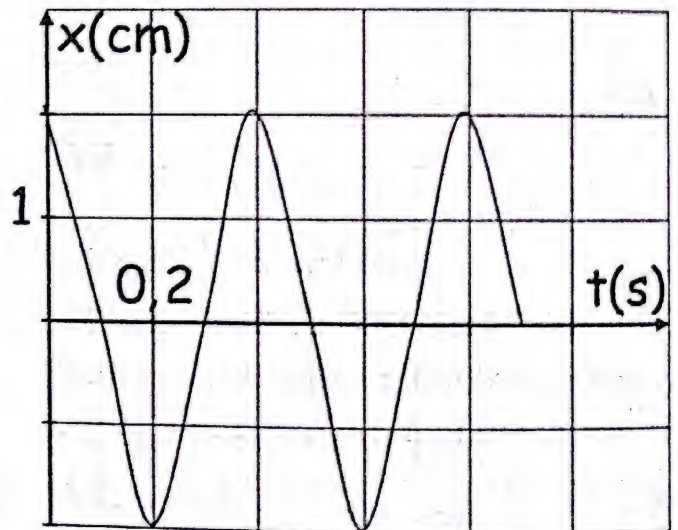
$$q = Q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

التمرين 02

يتشكل هزاز من نابض مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة ثابت مرونته k ، طرفه الأول مثبت بنقطة ثابتة و الطرف الثاني مثبت بجسم صلب كتلته $m=170g$ يمكنه الإنزلاق على مستوي أفقي كما في الشكل التالي:



يسمح تجهيز مناسب بالحصول على تسجيل المطال x لمركز عطاءة الجسم بدلالة الزمن t و الممثل في البيان التالي:



1- إعتادا على التسجيل السابق ، هل حركة الهزاز متخامدة؟
برر إجابتك.

2- أي من العبارات التالية تمثل دور الهزاز الكهربائي؟

$$T_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ب/ ما هي قيمة الدور؟

ج/ استنتج قيمة ثابت المرونة k .

3- تعطى المعادلة الزمنية للبيان السابق كالآتي:

$$x = X_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$$

أ/ عين بيانيا سعة الإهتزازات X_0 و الصفحة الابتدائية φ .

ب/ أكتب عبارة الطاقة الميكانيكية بدلالة: X_0, k .
ثم أحسب قيمتها.

ج/ استنتج قيمة سرعة الجسم عندما يمر بالمطال $x = 0$.

يعطى: $\pi^2 \approx 10$

الحل:

1- حركة الهزاز ليست متخامدة لعدم تناقص السعة (عدم وجود إحتكاكات).

2- أ/ لتحديد العبارة الصحيحة نستخدم التحليل البعدي لكل عبارة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{العبارة 1:}$$

$$[T_0] = \frac{[m]^{1/2}}{[k]^{1/2}} = \frac{[m]^{1/2}}{[F]^{1/2}} = \frac{[m]^{1/2} \cdot [x]^{1/2}}{[m]^{1/2} \cdot [a]^{1/2}} = \frac{[L]^{1/2}}{[L]^{1/2}} = [T] = s$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{العبارة 2:}$$

$$[T_0] = \frac{[k]^{1/2}}{[m]^{1/2}} = \frac{[F]^{1/2}}{[m]^{1/2}} = \frac{[m]^{1/2} \cdot [a]^{1/2}}{[m]^{1/2} \cdot [x]^{1/2}} = \frac{[L]^{1/2}}{[L]^{1/2}} = [T]^{-1} = s^{-1}$$

$$T_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{العبارة 3:}$$

$$[T_0] = \frac{[m]^{1/2}}{[k]^{1/2}} = [T] = s$$

لكن الدراسات التجريبية أثبتت أن عبارة الدور هي:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

ب/ تعيين الدور T_0 :

من البيان نجد: $T_0 = 0,4s$

ج/ حساب ثابت المرونة k :

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$$

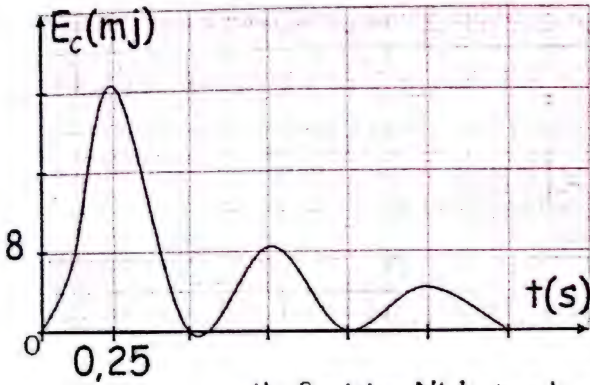
$$\Rightarrow k = 4\pi^2 \frac{m}{T_0^2} = 4 \cdot 10 \cdot \frac{0,17}{0,4^2} = 42,5 \text{ N/m}$$

$$v = \pm X_0 \omega_0 \quad \text{إذن:}$$

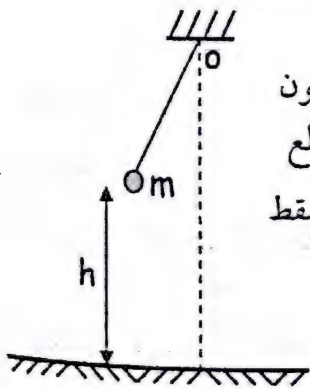
$$v = \pm 0,02 \cdot \sqrt{\frac{42,5}{0,17}} = \pm 0,32 \text{ m/s}$$

التمرين 03

يتألف نواس بسيط من خيط مهمل الكتلة غير مرن طوله l معلق من نقطة (o) يحمل كتلة نقطية $m = 100 \text{ g}$ يعطى في الشكل التالي تغيرات الطاقة الحركية E_c للنواس بدلالة الزمن t .



- 1- ما هو نمط الاهتزازات؟ علل.
- 2- أوجد قيمة شبه الدور T للاهتزازات الحادثة.
- 3- أ/ علما أن شبه الدور يقارب الدور الذاتي T_0 للاهتزازات، اعط عبارته مبينا أنه متجانس مع الزمن.



- ب/ إستنتج طوله l .
- 4- في اللحظة $t = 1 \text{ s}$ تكون الكرة على إرتفاع h ، ينقطع الخيط لتواصل حركتها وتسقط على سطح الأرض.

- أ/ أوجد قيمة السرعة لحظة إنقطاع الخيط.
- ب/ أدرس حركة الكرة بعد إنقطاع الخيط علما أنه تهمل دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء.
- ج/ أكتب المعادلة الزمنية للحركة.
- د/ أحسب مدة سقوط الكرة على الأرض علما أن $h = 1,25 \text{ m}$.

يعطى: $g = 10 \text{ m/s}^2$ ، $\pi^2 \approx 10$

$$X_0 = 2 \text{ cm} \quad \text{أ-3 سعة الاهتزازات هي:}$$

- الصفحة الابتدائية φ :

لما $t = 0$ يكون $x = 2 \text{ cm}$ وحسب المعادلة:

$$x = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$2 = 2 \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 + 2\pi n$$

ب/ عبارة الطاقة الحركية:

$$v = \frac{dx}{dt} = -X_0 \omega_0 \sin \omega_0 t$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m X_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{t_0} = \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}} = \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{حيث:}$$

- عبارة الطاقة الكامنة المرونية:

$$E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k X_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

- عبارة الطاقة الميكانيكية: $E_m = E_c + E_{pe}$

$$= \frac{1}{2} m X_0^2 \omega_0^2 \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} k X_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2} m X_0^2 \frac{k}{m} \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} k X_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2} k X_0^2 \sin^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} k X_0^2 \cos^2 \omega_0 t$$

$$= \frac{1}{2} k X_0^2 (\sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t)$$

$$= \frac{1}{2} k X_0^2 = \text{Cte}$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot 42,5 \cdot 0,02^2 = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad \text{- حساب } E_m$$

ج/ حساب السرعة:

$$X_0 \cos \omega_0 t = 0 \Rightarrow \cos \omega_0 t = 0$$

$$\omega_0 t = \pm \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$v = -X_0 \omega_0 \sin \frac{\pi}{2} = -X_0 \omega_0$$

$$v = -X_0 \omega_0 \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = X_0 \omega_0 \quad \text{أو:}$$

نعتبر مبدأ الترتيب لحظة إنقطاع الخيط أي $t = 0$

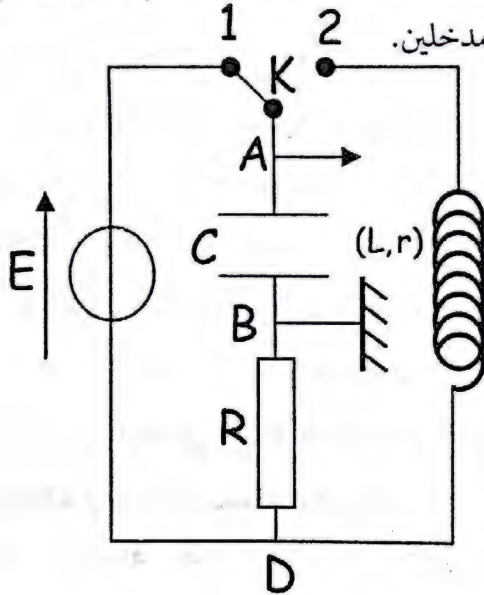
يكون $y_0 = 0 = C_2$ إذن: $y = \frac{1}{2}gt^2$

د/ حساب مدة السقوط :

$$y=h=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2.1,25}{10}}=0,5\text{ s}$$

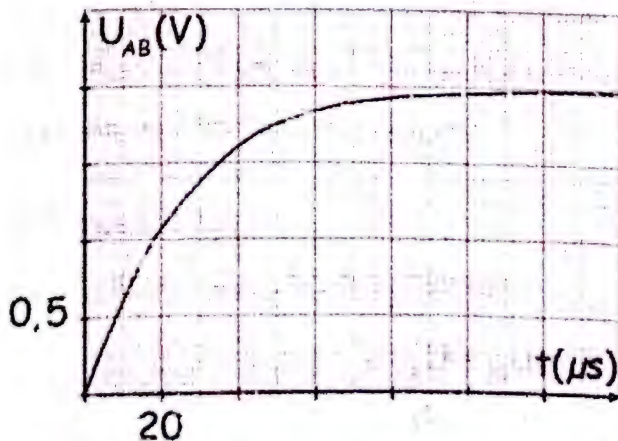
التمرين 04

نعتبر التركيب التالي و الذي يتكون من مولد قوته المحركة $E = 2V$ مكثفة سعتها C مجهولة، وشيعة ذاتيتها $L = 0,35H$ ومقاومتها الداخلية $r = 10\Omega$ ناقل، أومي مقاومته $R = 20\Omega$ ، بادلة K راسم إهتزاز مهبطي ذو ذاكرة به مدخلين.



I- المكثفة غير مشحونة و البادلة في الوضع (1).

يسمح راسم الإهتزاز المهبطي بتوضيح التوتر U_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن حسب الشكل التالي:



الحل:

1- الإهتزازات حرة متخامدة بسبب الضياع في الطاقة الحركية للوسط الخارجي بفعل الإحتكاكات.

2- حساب قيمة شبه الدور: $\frac{T}{2} = 0,5 \Rightarrow T = 1\text{ s}$

3- أ/ عبارة الدور الذاتي: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

إثبات أنه متجانس مع الزمن:

$$[T_0] = \frac{[L]^{1/2}}{[g]^{1/2}} \frac{[L]^{1/2}}{[L]^{1/2}} = [T] = s$$

ب/ إستنتاج طول النواس:

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g} \Rightarrow l = \frac{T_0^2 g}{4\pi^2} = \frac{1.10}{4.10} = 0.25\text{ m}$$

4- أ/ قيمة السرعة لحظة إنقطاع الخيط من البيان :

$t = 1\text{ s}$ يكون $E_c = 0$ إذن $v = 0$

ب/ دراسة حركة الكرية بعد إنقطاع الخيط :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرية المنسوبة حركتها إلى معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m \vec{a} \\ \vec{P} &= m \vec{a} \end{aligned}$$

بعد الإسقاط على المحور الموجه:

$$P = m a$$

$$m g = m a \Rightarrow a = g \dots (1)$$

إذن الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

ج/ كتابة المعادلة الزمنية:

نكامل العلاقة (1) نجد: $v = gt + C_1$

نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة إنقطاع الخيط أي $t = 0$

يكون $v_0 = 0 = C_1$ إذن: $v = gt \dots (2)$

نكامل العلاقة (2) نجد: $y = \frac{1}{2}gt^2 + C_2$

أو $t = 0$ يكون $U_C = 0$

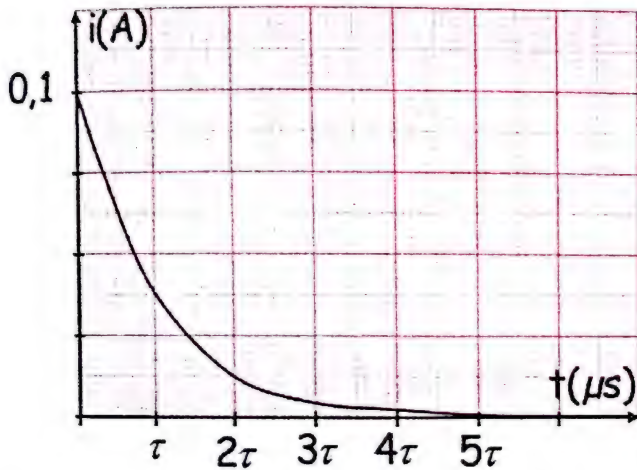
إذن: $E = Ri \Rightarrow i = \frac{E}{R} = \frac{2}{20} = 0,1 \text{ A}$

عند نهاية الشحن: $E = U_C + U_R$

$U_R = E - U_C$

$Ri = E - U_C \Rightarrow i = \frac{E - U_C}{R} = \frac{2 - 2}{20} = 0$

ب/ تمثيل البيان: $i = f(t)$



ج/ تعيين τ بيانياً:

$U_C(\tau) = 0,63 E$ ، بعد الإسقاط من المنحنى :

$U_C = f(t)$ نجد: $\tau = 1,2 \cdot 20 = 24 \mu s$

- حساب سعة المكثفة:

$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} = \frac{24 \cdot 10^{-6}}{20} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

II-1 - يحدث تفريغ تلقائي للمكثفة في الوشعة وبسبب وجود مقاومة في الدارة يحدث ضياع في الطاقة على شكل حرارة بفعل جول.

II-2 / عين قيمة شبه الدور: $T = 4 \text{ ms}$

ب/ عبارة الدور الذاتي هي: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

- التحليل البعدي: $[T_0] = [L]^{1/2} \cdot [C]^{1/2}$

$U_L = L \frac{di}{dt} \Rightarrow L = U_L \cdot \frac{dt}{di} \Rightarrow [L] = [U] \cdot \frac{[T]}{[I]}$

$C = \frac{q}{U} = \frac{it}{U} \Rightarrow [C] = \frac{[I] \cdot [T]}{[U]}$

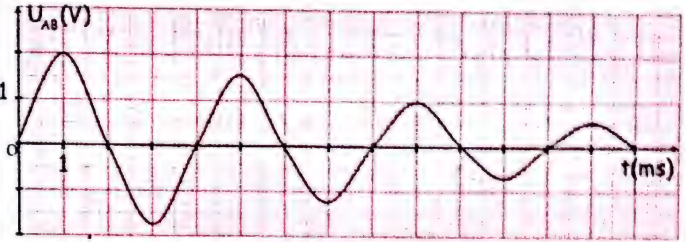
1- فسر الظاهرة وعلق على البيان الناتج.

II-2 / عين مع التبرير قيمتي شدة التيار الكهربائي عند بداية ونهاية الشحن.

ب/ مثل البيان $i = f(t)$.

ج/ عين قيمة τ بيانياً ثم إستنتج سعة المكثفة.

II- بعد شحن المكثفة نضع البادلة في الوضع (2) فنحصل على البيان التالي:



1- وضع الظاهرة الملاحظة.

II-2 / عين قيمة شبه الدور للإهتزازات الحاصلة.

ب/ أكتب علاقة الدور الذاتي T_0 وبين أنه متجانس مع الزمن.

ج/ بتقريب قيمة شبه الدور من الدور الذاتي ، أحسب سعة

المكثفة C و قارنها مع القيمة المحسوبة سابقاً.

II-3 / أحسب الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظتين:

$t_1 = 1,0 \text{ ms}$ و $t_2 = 5,0 \text{ ms}$

ب/ ما هي قيمة كل من الطاقة المخزنة في الوشعة والطاقة

الإجمالية وهذا عند اللحظتين السابقتين ؟

ج/ هل الطاقة الكلية ثابتة ؟ برر. يعطى: $\pi^2 \approx 10$

الحل:

I-1 - عند وضع البادلة في الوضع (1) يتم شحن المكثفة فيزداد

التوتر بين طرفيها تدريجياً (نظام إنتقالي) إلى أن يصل إلى قيمة

ثابتة (نظام دائم) عندها تكون المكثفة مشحونة وتلعب دور

قاطعة مفتوحة لذلك يكون التيار معدوماً.

II-2 / إيجاد شدة التيار:

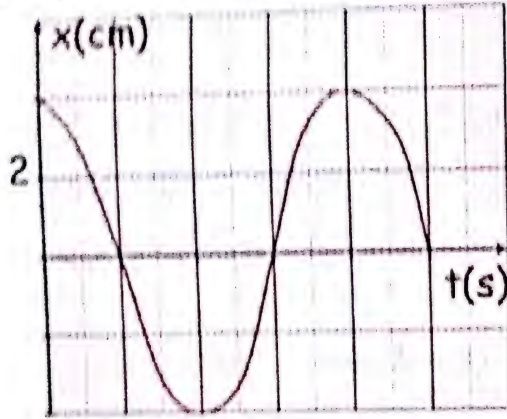
عند بداية الشحن: حسب قانون جمع التوترات:

$E = U_C + U_R$

$E = U_C + Ri$

نزيح الكتلة M بمقدار X_0 في الاتجاه الموجب ونتركها لحالها.

- 1- أوجد المعادلة التفاضلية للحركة.
- 2- أوجد علاقة الدور ثم أحسب.
- 3- إعتيادا على مخطط الحركة الموضح في الشكل التالي:



- إستنتج المعادلة الزمنية $x = f(t)$.

II- عند المرور بوضع التوازن ينفصل الجسم عن النابض

و يواصل حركته على المستوي الأفقي (AB).

1- أحسب سرعة وصوله إلى الموضع (B).

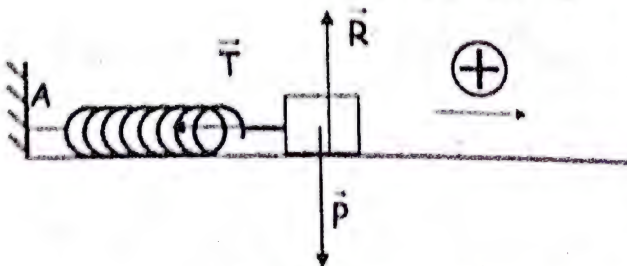
2- أوجد معادلة مساره على المستوي (BC).

3- أوجد إحداثيتي نقطة تقاطعه بالسطح المائل.

يعطى: $\pi^2 \approx 10$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

الحل:

- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم:



1-1- إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة:

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم المنسوبة حركته إلى

معلم سطحي أرضي نعتبره غاليليا: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m \vec{a}$$

$$[T_0] = \left([U] \cdot \frac{[T]}{[I]} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{[I] \cdot [T]}{[U]} \right)^{1/2} = [T] = s$$

ج/ حساب سعة المكثفة:

$$T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L} = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 10 \cdot 0,35} = 1,14 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

وهي مقارنة للقيمة المحسوبة سابقا.

3- حساب الطاقة المخزنة في المكثفة:

عند اللحظة t_1 :

$$U_1(C) = \frac{1}{2} C U_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 2^2 = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

عند اللحظة t_2 :

$$U_2(C) = \frac{1}{2} C U_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 1,5^2 = 1,35 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

ب/ عند اللحظتين السابقتين تكون المكثفة مشحونة

$$\text{أي } i = 0 \text{ وبالتالي: } E(L) = \frac{1}{2} L i^2 = 0$$

- الطاقة الإجمالية:

$$E_T = U_1(C) + E(L) = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ J} \quad t_1 \text{ عند اللحظة}$$

$$E_T = U_2(C) + E(L) = 1,35 \cdot 10^{-6} \text{ J} \quad t_2 \text{ عند اللحظة}$$

ج/ بما سبق الطاقة الكلية ليست ثابتة لوجود ضياع في المقاومة

بفعل جول على شكل حرارة.

التمرين 05

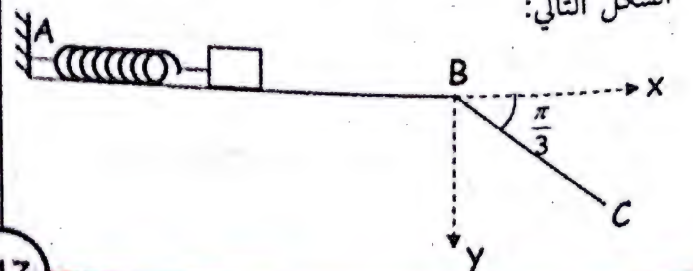
I- تثبت نهاية نابض مرن مهمل الكتلة حلقاته غير متلاصقة

في وضع أفقي عند الموضع (A)، ثابت مرونته $k = 100 \text{ N/m}$.

يشد في طرفه الثاني جسم كتلته $M = 200 \text{ g}$ التي يمكنها

الإنزلاق بدون احتكاك على السطح الأفقي كما هو موضح في

الشكل التالي:



- إيجاد الصفحة الابتدائية φ :

عند اللحظة $t = 0$ تكون $x = X_0$

$$X_0 = X_0 \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ ومنه}$$

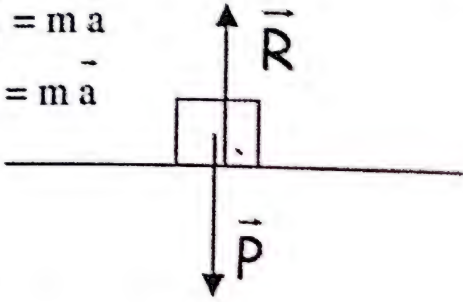
$$x = 0,04 \cos 22,4 t \quad \text{إذن:}$$

II-1 - حساب سرعة وصول الجسم عند الموضع B:

بعد انفصال الجسم:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$



بعد الإسقاط نجد: $0 = ma \Rightarrow a = 0$

إذن يواصل الجسم حركته بحركة مستقيمة منتظمة ويحافظ

على نفس السرعة التي كان عليها لحظة الانفصال.

عند الانفصال يكون في وضع التوازن أين تكون السرعة

أعظمية وهي في الاتجاه الموجب:

$$v_B = v = X_0 \omega_0 = 0,04 \cdot 22,4 = 0,896 \text{ m/s}$$

2- معادلة المسار (حركة قذف أفقي):

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \quad \text{بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:}$$

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

بعد الإسقاط على المحورين Bx و By :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \Rightarrow a_x = 0 \\ P = ma_y \Rightarrow a_y = g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = gt + C_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(0) = v_B = C_1 \\ v_y(0) = 0 = C_2 \end{cases}$$

بالتكامل نجد:

من الشروط الابتدائية:

بعد الإسقاط على المحور الموجه لـ T نجد:

$$-kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

2- إيجاد علاقة الدور:

المعادلة السابقة عبارة عن معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية

حلها من الشكل: $x = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

باشتقاق الحل مرتين نجد: $\frac{dx}{dt} = -X_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -X_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + X_0 \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = 0$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية نجد: $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \quad \text{من جهة أخرى:}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T_0^2} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \quad \text{إذن:}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

- حساب T_0 :

$$T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} = 4 \cdot 10 \cdot \frac{0,2}{100} = 0,08 \Rightarrow T_0 = 0,28 \text{ s}$$

3- إستنتاج المعادلة الزمنية للحركة: $x = X_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$

- تعيين X_0 :

من البيان: $X_0 = 4 \text{ cm}$

- حساب النبض ω_0 :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{0,2}} = 22,4 \text{ rd/s}$$

$$\begin{cases} v_x = v_B \\ v_y = gt \end{cases}$$

إذن:

$$\begin{cases} x = v_B t + C_3 \\ y = \frac{1}{2} gt^2 + C_4 \end{cases}$$

بالتكامل نجد:

$$\begin{cases} x(0) = 0 = C_3 \\ y(0) = 0 = C_4 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$\begin{cases} x = v_B t \quad LL(1) \\ y = \frac{1}{2} gt^2 \quad LL(2) \end{cases}$$

إذن:

نستخرج الزمن t من العلاقة (1) ونعوضه في العلاقة (2)

$$t = \frac{x}{v_B} \Rightarrow y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_B} \right)^2 \quad \text{ف نجد:}$$

$$y = \frac{g}{2.v_B^2} . x^2 \quad \text{ومنه:}$$

3- إيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع الجسم بالسطح المائل:

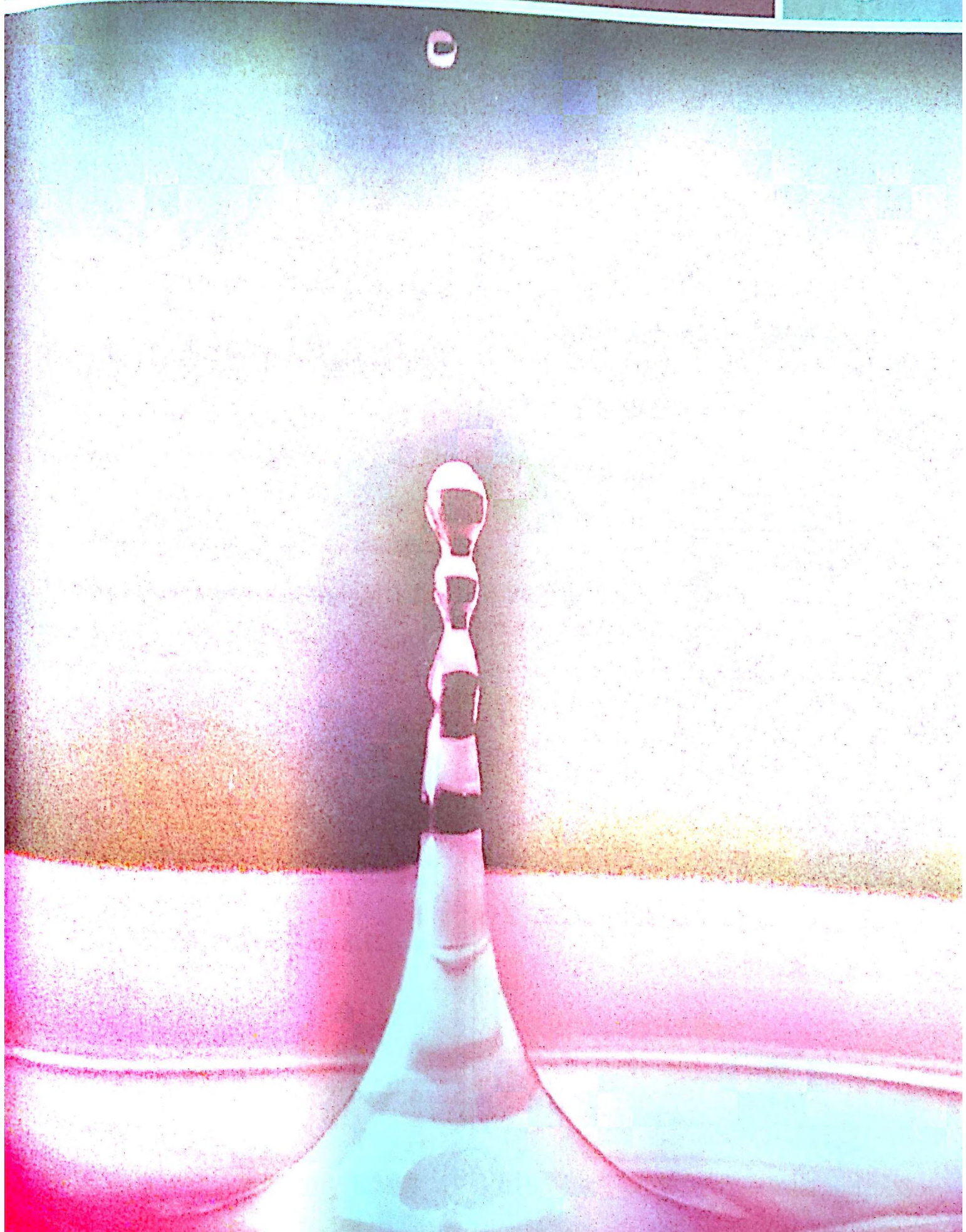
$$\tan \alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \tan \alpha \quad \text{من الشكل}$$

$$x \tan \alpha = \frac{g}{2.v_B^2} x^2 \quad \text{نعوض في معادلة المسار نجد:}$$

$$\tan \alpha = \frac{g}{2.v_B^2} x \Rightarrow x = \frac{2.v_B^2}{g} \tan \alpha$$

$$x = \frac{2.0,896^2}{10} . \tan \frac{\pi}{3} = 0,278m = 27,8cm$$

$$y = 27,8 . \tan \frac{\pi}{3} = 48,2cm$$



1- تعاريف:

- الوسط المرن هو الذي يغير شكله بمؤثر خارجي ويعود إلى شكله الأصلي عند زوال المؤثر.

- الاضطراب هو التغير المفاجئ والمحلي في وسط مرن.

- ينتقل الاضطراب من نقطة إلى أخرى بسرعة ثابتة.

- المكان الأول لحدوث الاضطراب يعرف باسم المنبع.

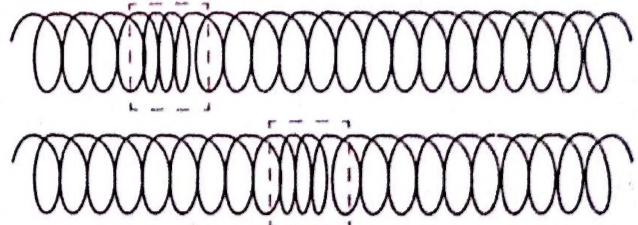
- لكي يصل الاضطراب إلى نقطة M من الوسط المرن يستغرق زمنا، وكل نقطة يصلها الاضطراب تكرر حركة المنبع.

2- أنواع الاضطراب:

الاضطراب الطولي: يكون الاضطراب طوليا عندما تهتز

النقاط المادية من الوسط المرن موازية لمنحى الانتشار.

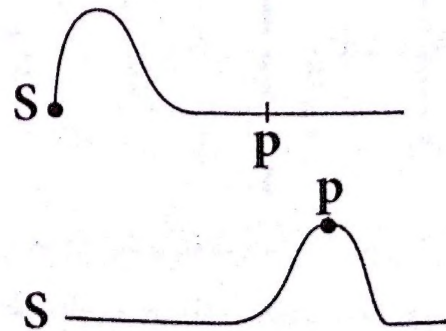
منحى تشويه عدد
من لغات نابض



منحى انتشار الموجة

الاضطراب العرضي: يكون الاضطراب عرضيا عندما تهتز

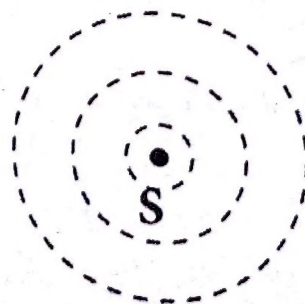
النقاط المادية من الوسط المرن عموديا على منحى الانتشار.



الاضطراب في مستو: يكون في اتجاهات مختلفة وفق دوائر

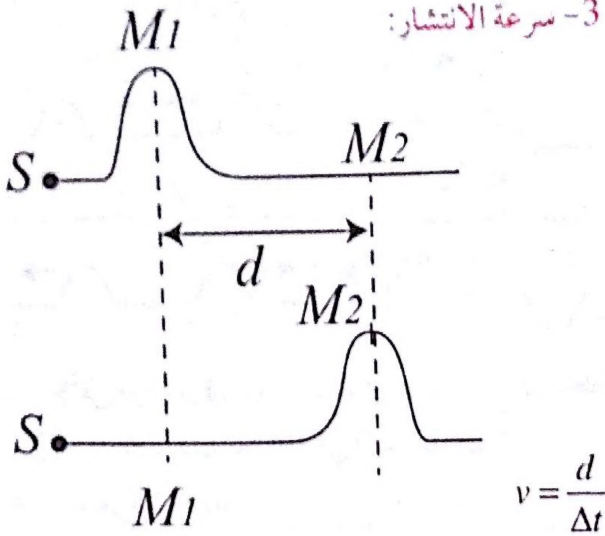
مركزها المنبع (S)، تدعى التجاعيد الدائرية وهي عبارة عن

اضطراب عرضي.



ملاحظة: انتشار اضطراب يرافقه انتقال طاقة دون انتقال مادة.

3- سرعة الانتشار:



$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

وهي ثابتة تتعلق بطبيعة الوسط المرن.

ملاحظة: الدراسة التجريبية أثبتت أن سرعة انتشار

اضطراب حبل طوله وكتلته تعطى بالعلاقة: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

حيث: F : قوة الشد في الحبل.

$\mu = \frac{m}{\ell}$: كتلته الخطية.

تمرين تطبيقي:

سلك من الفولاذ كثافته $d = 7,80$ ومساحة مقطعة

$S = 1 \text{ mm}^2$ مشدود بقوة $F = 200 \text{ N}$

ما هي سرعة انتشار الاضطراب فيه؟

الحل: حساب الكتلة الخطية للسلك:

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{\rho V}{\ell} = \frac{d \rho e a u \ell}{\ell} = \frac{d \cdot \rho e a u \cdot S \ell}{\ell}$$

$$\mu = d \cdot \rho e a u \cdot S = 7,8 \cdot 1000 \cdot 1 \cdot 10^{-6}$$

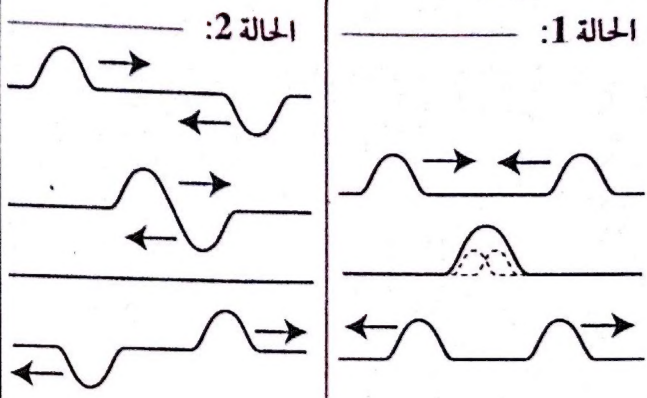
$$= 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$$

حساب سرعة انتشار الاضطراب:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{7,8 \cdot 10^{-3}}} = 160,2 \text{ m/s}$$

4- ظاهرة تراكب موجتين :

● حالة حبل مرن :



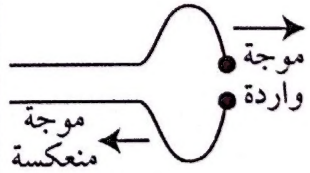
عند تلاقي موجتين في حبل مرن تراكبان دون تصادم وتحفظ كل منهما بخصائصها بعد التلاقي (السرعة، الشكل، ...)

* حالة حوض به ماء :

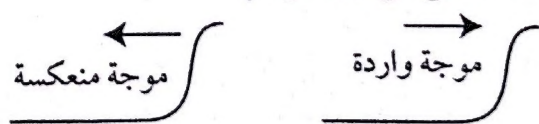
يتشكل على سطح السائل تجاعيد بشكل قطوع زائدة S_1 ذات محرفين (منبعين S_2 ، S_1) تسمى بأهداب التداخل يبدو السائل في بعضها ساكنا وفي البعض الآخر أعظما بالتناوب.

5 - ظاهرة الانعكاس

* الانعكاس على نهاية مقيدة :



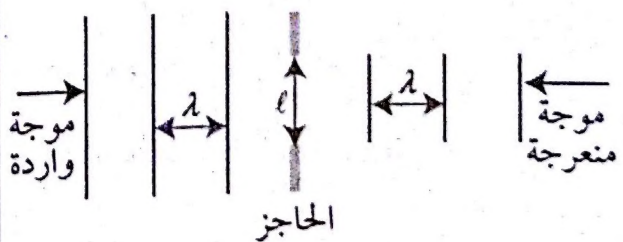
* الانعكاس على نهاية حرة :



ملاحظة: تنتشر الموجة المنعكسة بنفس سرعة الموجة الواردة وتبقى محافظة على نفس المطال.

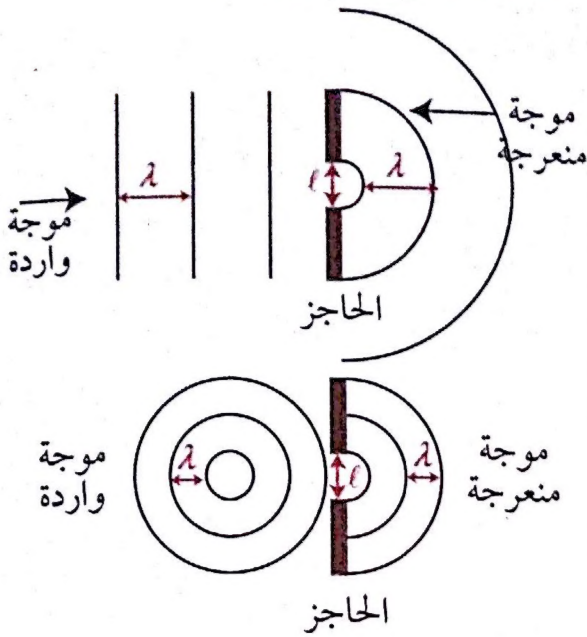
6- ظاهرة الانعراج :

الحالة 1: حاجز به ثقب و $\ell \gg \lambda$

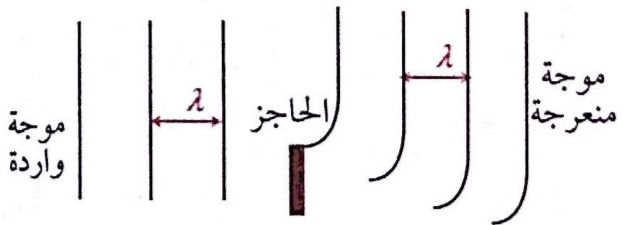


حيث: λ هي المسافة بين تجميدتين. ℓ عرض الفتحة.

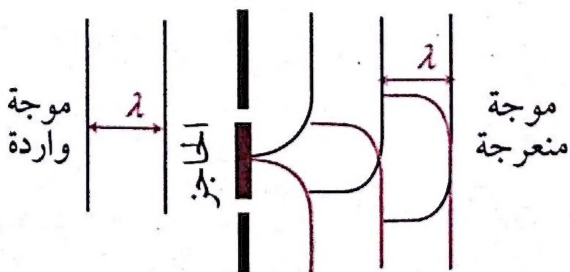
الحالة 2: حاجز به ثقب و $\ell \approx \lambda$



الحالة 3: الحاجز مستقيم



الحالة 4: الحاجز صغير



7- انتشار موجة ميكانيكية دورية :

تعريف طول الموجة: هو المسافة المقطوعة من طرف اهتزازة واحدة.

